

## **ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРООПОРЫ С УЧЁТОМ ПРИВЕДЁННОЙ МАССЫ РАБОЧЕЙ ЖИДКОСТИ<sup>1</sup>**

Доктор техн. наук, профессор, главный научный сотрудник **Гордеев Б.А.**,  
Кандидат техн. наук, научный сотрудник **Ермолаев А.И.**,  
Кандидат физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник ИПМ РАН, доцент НГТУ **Охулков С.Н.**  
(Институт проблем машиностроения Российской академии наук. ИПМ РАН)

Кандидат техн. наук **Осмехин А.Н.**  
(АО «Опытное конструкторское бюро машиностроения им. И.И. Африкантова»)

Кандидат техн. наук, доцент **Плехов А.С.**  
(Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева. НГТУ)

## **PHYSICAL MODEL OF THE HYDRAULIC SUPPORT TAKING INTO ACCOUNT THE REDUCED MASS OF THE WORKING FLUID**

Doctor (Tech), Professor, Ch. Researcher **Gordeev B.A.**,  
Ph. D. (Tech), Researcher **Ermolaev A. I.**,  
Ph. D. (Phys.-Math.), Senior Researcher (IPM RAS), Associate Professor (NNSTU) **Ohulkov S.N.**  
(Institute of Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, IPM RAS)

Ph. D. (Tech) **Osmekhin A.N.**  
(JSC "Afrikantov OKB Mechanical Engineering")

Ph. D. (Tech), Associate Professor **Plekhov A. S.**  
(Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev. NNSTU)

*Гидроопора, дроссельный канал, инерционный трансформатор, рабочая жидкость, приведенная масса, виброизоляция.*

*Hydraulic support, throttle channel, inertial transformer, working fluid, reduced mass, vibration isolation.*

*К основным причинам неудовлетворительной виброизоляции и виброгашения подвески грузового транспортно-го средства (ТС) можно отнести наличие в её рабочей зоне резонансов и малое демпфирование при прохождении резонансных частот. Для того чтобы сохранить узлы и агрегаты ТС и перевозимый им груз необходимо в дополнение к подвеске грузового ТС применять дополнительные средства виброзащиты груза. К таким дополнительным средствам виброзащиты относятся магнитоэологические гидроопоры (МР-гидроопоры).*

*The main reasons for unsatisfactory vibration isolation and vibration damping of the suspension of a cargo vehicle (TS) can be attributed to the presence of resonances in its working zone and low damping during the passage of resonant frequencies. Therefore, in order to preserve the components and assemblies of the vehicle and the cargo carried by it, it is necessary to use additional means of vibration protection of the cargo in addition to the suspension of the cargo vehicle. Such additional means of vibration protection include magnetorheological hydro-supports (MR-hydro-supports).*

### **Введение**

Установлено, что виброизоляция МР-гидроопорами может быть осуществлена путём их настройки на частоты их внутренних динамических резонансов, совпадающих с основными гармониками спектра вибросигналов машин, силовых установок и агрегатов. Это достигается посредством изменения в МР-гидроопорах жидкостного демпфирования за счет сил инерции, колеблющейся магнитоэологической жидкости (МРЖ) в рабочих камерах гидроопор, и скорости протекания МРЖ в дроссельных каналах. В результате этого изменяется динамическая жесткость МР-гидроопор относительно статической жесткости без потери последней и тем самым осуществляется настройка её на заданные параметры вибрации машин и агрегатов в условиях меняющейся нагрузки [1].

Для настройки на рабочую частоту МР-гидроопоры необходимо создать инерционность рабочей МРЖ в дроссельных каналах магнитоэологического трансформатора (МРТ) при перемещении рабочей МРЖ относительно корпуса гидроопоры. В этом случае необходимо знать, какие диссипативные и инерционные параметры присущи рабочей МРЖ при её абсолютном и относительном движении в дроссельных каналах МР-гидроопоры.

Так, при абсолютном и относительном движении рабочей МРЖ в дроссельных каналах МРТ диссипативным параметром рабочей МРЖ является её гидравлический коэффициент магнитоэологического трения, а её инерционным параметром является её приведенная масса (присоединённая масса), которая добавляется при работе МР-гидроопоры к её внешней массе - нагрузке.

<sup>1</sup> Работа выполнена за счет средств Российского научного фонда (проект №20-19-00372).

The work was carried out at the expense of the Russian science Foundation (Project no.20-19-00372).

Проведённый в работах расчёт передаточных функций МР-гидроопоры на базе её эквивалентной схемы как четырёхполюсника – заграждающего фильтра включал расчёт присоединённых масс МРТ на относительных ускорениях, что позволило в итоге правильно выполнить построение амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) МР-гидроопоры.

Однако проведённый расчёт передаточных функций и построение АЧХ МР-гидроопоры проводился без экспериментального подтверждения расчёта приведённых масс МРТ на относительных ускорениях. Экспериментальное подтверждение расчёта приведённых масс МРТ на относительных ускорениях необходимо для выработки технических требований к МР-гидроопорам.

Технические требования к МР-гидроопорам основаны на выявлении частот их внутренних динамических механических резонансов, поэтому для выявления данных резонансных частот и настройки, сначала требуется построение действующей физической и математической её моделей.

Действующая физическая модель МР-гидроопоры подразумевает соответствующие конструкторско-технологические решения, позволяющие производить некоторую важную корректировку в организации дроссельных каналов, внутренних узлов и элементов [1,2]. Поэтому при разработке технических требований к МР-гидроопорам основными этапами являются разработка их физических моделей и их конструкции. Также важна и разработка её математической модели, позволяющая перейти к расчёту приведённых масс, возникающих при движении рабочей жидкости в дроссельных каналах. Но кроме основных этапов при разработке технических требований к МР-гидроопорам необходимо и проведение экспериментального подтверждения правильности расчёта инерционных параметров рабочих МРЖ.

#### Физическая модель гидроопоры с одноканальным четырёхполюсным магнитореологическим трансформатором

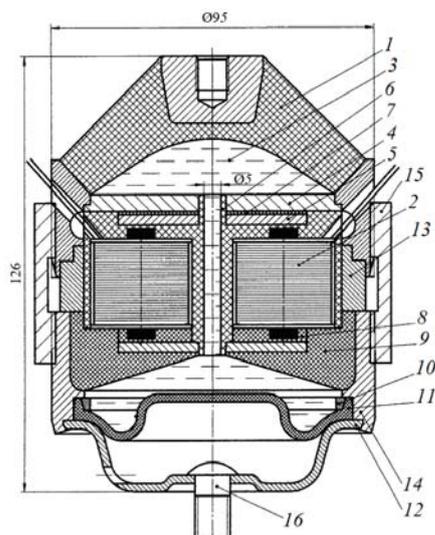


Рис. 1. Чертеж МР-гидроопоры демпфирования ударных нагрузок МГВ-50 с одноканальным четырёхполюсным МРТ: 1 - опорная плата и обечайка; 2 - возбуждающие электромагниты; 3 - верхняя и нижняя жидкостные камеры; 4 - перегородка; 5 - верхний и нижний ферромагнитные сегменты; 6 - щелевой дроссельный канал; 7 - диэлектрическая прокладка; 8 - фиксирующая прокладка; 9 - прижимная втулка; 10 - уплотнительное кольцо; 11 - мембрана; 12 - поддон; 13 - втулка распорная; 14 - корпус; 15 - стягивающая муфта; 16 – болт крепления

За основу модели МР-гидроопоры демпфирования ударных нагрузок принята МР-гидроопора ОМГ-50, которая является совместной разработкой исследовательской лаборатории «Управляемая виброзащита электротехнических комплексов» ИПМ РАН и НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Эта гидроопора по своим массогабаритным показателям в наибольшей степени универсальна при проектировании МР-гидроопор.

На рисунке 1 показан чертеж модели интегральной МР-гидроопоры демпфирования ударных нагрузок МГВ-50 с одноканальным четырёхполюсным МРТ со щелевым дроссельным каналом, управляемым магнитным полем возбуждающих электромагнитов (ВЭ). Эта МР-гидроопора рассчитана на номинальную нагрузку 50 кг.

Разъёмная конструкция интегральной МР-гидроопоры МГВ-50 содержит две камеры - верхнюю - рабочую и нижнюю - компенсационную, заполненные рабочей МРЖ (жидкостные камеры 3). Щелевой дроссельный канал сообщает жидкостные объёмы камер 3 МР-гидроопоры. Упругие свойства гидроопоры формируются за счет эластичной обечайки 1, к которой добавляется гидравлическая система. Рабочая МРЖ в щелевом дроссельном канале 6 является массинерционным и диссипативным компонентом, вязкость МРЖ изменяется под действием магнитного поля возбуждающих электромагнитов 2 (ВЭ). ВЭ 2 располагаются внутри МР-гидроопоры и создают электромагнитное поле в ферромагнитных сегментах 5. Демпфирование колебаний в опоре происходит за счет массы колеблющейся жидкости в камерах 3, деформации подвижной гофрированной мембраны 11 и за счет дросселирования рабочей МРЖ через дроссельный щелевой канал 6 под действием магнитного поля ВЭ 2.

В МР-гидроопоре МГВ-50 возбуждение рабочей МРЖ щелевого дроссельного канала 6 магнитным полем ВЭ в МР-гидроопоре показано на (рис. 2, а). Ферромагнитные сегменты 5 МРТ изолированы друг от друга. В магнитном зазоре между сегментами 5 проходит щелевой дроссельный канал 6 с внутренней шириной  $\delta_{щ} = 2,5$  мм. Магнитное поле в ферромагнитных сегментах 5 между полюсами N и S ВЭ 2 является неоднородным (вследствие выпучивания силовых линий поля по мере удаления их от оси полюсов N и S). В самом же щелевом дроссельном канале 6 магнитное поле можно считать однородным (магнитные силовые линии поля в ферромагнитных сегментах полностью захватывают дроссельный канал).

Возбуждение щелевого дроссельного канала 6 (см. рис.2, а) основано на том что, силовые линии магнитного потока из магнитных полюсов ВЭ 2 проходят через ферромагнитные сегменты 5 и пронизывают индукционный щелевой дроссельный канал 6 с МРЖ, изменяя её вязкость. В результате в дроссельном канале 6 с МРЖ создаётся магнитореологический эффект, изменяющий демпфирование МР-гидроопоры за счёт возникновения приведённой массы МРТ на относительных ускорениях и магнитовязкого трения рабочей МРЖ в щелевом дроссельном канале 6.

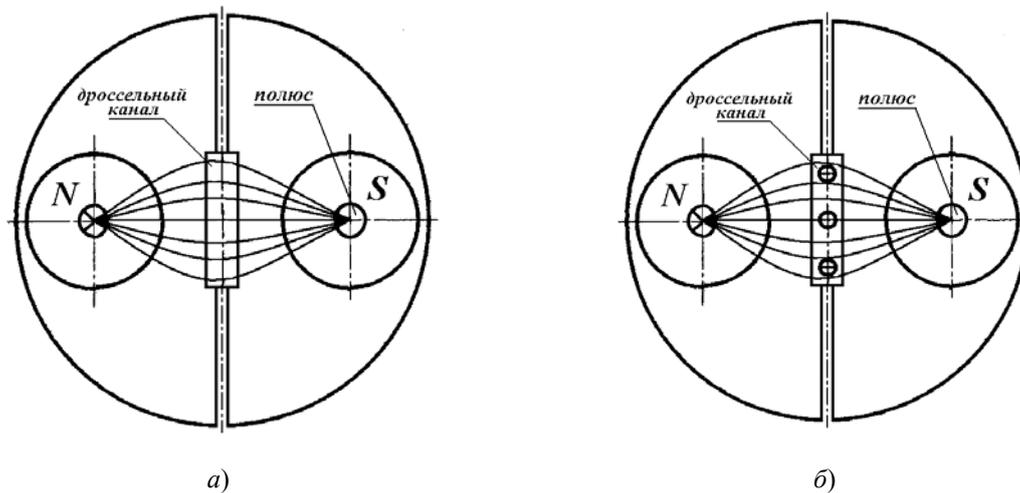


Рис. 2. Схемы возбуждения магнитным полем дроссельных каналов МРТ с рабочей МРЖ в МР-гидроопоре МГВ-50: а) одиночного щелевого дроссельного канала; б) нескольких дроссельных каналов круглого сечения

В МР-гидроопоре МГВ-50 в магнитном зазоре между ферромагнитными сегментами 5 вместо щелевого дроссельного канала 6 можно разместить несколько дроссельных каналов круглого сечения с рабочей МРЖ. В этом случае размещение нескольких дроссельных каналов круглого сечения позволяет увеличить магнито-реологический эффект рабочей МРЖ за счёт увеличения её магнито-вязкого трения в дроссельных каналах МР-гидроопоры. В магнитный зазор между ферромагнитными сегментами 5 встраиваются дроссельные каналы круглого сечения (рис.2, б). Образовавшиеся пустые полости между дроссельными каналами заполняются герметиком.

**Математическая модель гидроопоры с инерционным трансформатором. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний движения гидроопоры под нагрузкой**

Структура МР-гидроопоры связана с преобразованием движения инерционного элемента, исходя из механики Лагранжа для динамики связанных механических систем, где возможно их дополнительное действие. В таких гидроопорах создаются инерционные силы с помощью преобразования движения их инерционных элементов - инерционных масс рабочих жидкостей в дроссельных каналах [1,2].

При проектировании МР-гидроопор одной из основных задач является разработка их математической модели, позволяющей перейти к расчёту приведённых масс, возникающих при движении рабочих жидкостей в их дроссельных каналах. При разработке математической модели МР-гидроопоры её заменяют гидравлической вибропорой (гидропорой) с инерционным трансформатором (ИТ), совмещающим в одной конструкции для гашения вибрации элементы структурного демпфирования и элементы, диссипирующие энергию колебаний в средах с реологическими свойствами с помощью специально организованных дроссельных каналов.

При переходе к расчёту приведённых масс, возникающих в дроссельных каналах гидроопоры при движении рабочей жидкости, в первую очередь, рассматривается движение гидроопоры под нагрузкой около положения устойчивого равновесия при действии

на точки системы сил:  $P_i$  -восстанавливающей;  $R_i$  -сопротивления;  $F_i$  - возмущающей. Составим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний системы, предполагая, что восстанавливающие силы  $P_i$  имеют потенциал, силы сопротивления  $R_i$  - пропорциональные скорости, а возмущающие силы  $F_i$  являются функциями времени  $t$ , т.е.  $F_i = F_i(t)$  [3].

Обобщенная сила  $Q_F$ , соответствующая возмущающим силам  $F_i$ , определяется по следующей формуле:

$$Q_F = \sum_{i=1}^n \left( F_{ix} \frac{\partial x_i}{\partial q} + F_{iy} \frac{\partial y_i}{\partial q} + F_{iz} \frac{\partial z_i}{\partial q} \right), \quad (1)$$

где,  $q$  – обобщенная координата.

Уравнение Лагранжа 2-го рода для рассматриваемой системы имеет вид:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q_P + Q_R + Q_F. \quad (2)$$

где  $T$  – полная кинетическая энергия системы;  $q_i$  – обобщенная координата,  $Q_P, Q_R, Q_F$  – обобщённые силы, возникающие в упругих элементах, от восстанавливающей силы, силы сопротивления и возмущающей силы.

Подставляя в это уравнение значение всех указанных величин, получим:

$$a\ddot{q} + b\dot{q} + cq = Q_F(t). \quad (3)$$

При составлении математической модели динамики гидроопоры целесообразно разделить условно упругую составляющую и инерционную, связанную с гидравлическим преобразователем движения. Расчётная схема отдельного представления упругой и инерционной составляющей гидроопоры с инерционным трансформатором показана на рис.3.

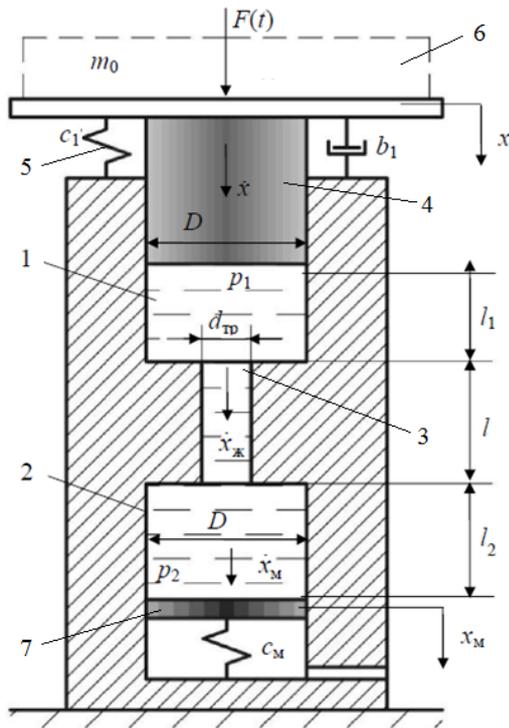


Рис. 3. Расчётная схема гидропоры с разделёнными упругой и инерционной составляющими

На рисунке 3 введены следующие обозначения:  $m_0$  – масса инерционной нагрузки;  $l$  – длина инерционной трубки;  $l_1$  и  $l_2$  – исходная длина рабочей и компенсационной камер;  $D$  – диаметр рабочей и компенсационной камер (условного поршня);  $d_{тр}$  – диаметр инерционной трубки (дрессельного канала);  $c_1$  и  $b_1$  – коэффициенты жёсткости и вязкого трения резиновой обечайки, соответственно;  $c_m$  – коэффициент жёсткости мембраны;  $x$  и  $\dot{x}$  – перемещение и скорость поршня в рабочей камере;  $\dot{x}_ж$  – скорость жидкости в инерционной трубке;  $x_m$  и  $\dot{x}_m$  – перемещение и скорость поршня в компенсационной камере,  $p_1$  и  $p_2$  – давления в рабочей и компенсационной камерах соответственно.

Данная расчётная схема построена с учётом физической модели МР-гидропоры демпфирования ударных нагрузок МГВ-50 (см. рис. 1). Расчётная схема гидропоры моделируется как поршневая система с двумя цилиндрическими камерами: рабочей 1 с условным диаметром  $D$  и компенсационной 2 (см. рис.3). В представленной расчётной схеме гидропоры рабочая 1 и компенсационная 2 камеры соединены одним эквивалентным или несколькими инерционными трубками 3 (дрессельными каналами) диаметром  $d_{тр}$ . Внутри рабочей камеры находится поршень 4, который через резиновую обечайку 5 связан с корпусом гидропоры и является опорной площадкой для виброизолируемого объекта 6. Компенсационная камера 2 содержит упругую мембрану 7. Считаем, что дрессельные каналы гидропоры не возбуждаются магнитным полем и МРТ работает в режиме инерционного трансформатора.

При действии на тело массой  $m_0$  периодической силы  $F(t)$  рабочая жидкость из рабочей камеры 1 через дрессельные отверстия начинает поступать в рабочую камеру и обратно с периодом, равным периоду действия внешней возмущающей силы  $F(t)$ . Здесь при составлении дифференциальных уравнений, описывающих движение рабочей жидкости в МР-гидроопоре, также считаем, что дрессельные каналы не возбуждаются магнитным полем и МРТ работает в режиме инерционным трансформатором.

Далее воспользуемся уравнениями Лагранжа 2-го рода (2) с допущениями:

- движение рабочей жидкости ламинарное;
- рабочая жидкость неразрывна и несжимаемая;
- эффективные диаметры поршневого действия рабочей и компенсационной камер постоянны;
- масса объёмов жидкости в рабочей и компенсационной камерах мала по сравнению с нагрузочной массой и приведённой массой в ИТ.

Дифференциальное уравнение движения рабочей жидкости (2) имеет вид (из курса теоретической механики):

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q, \quad (4)$$

где  $T$  – кинетическая энергия рабочей жидкости в гидроопоре;  $Q$  – обобщённая сила при движении рабочей жидкости в гидроопоре [3].

Кинетическая энергия системы равна

$$T = m_{к.1} \frac{\dot{x}^2}{2} + m_{ж} \frac{\dot{x}_ж^2}{2} + m_{к.2} \frac{\dot{x}_м^2}{2}. \quad (5)$$

где,  $m_{к.1} = m_{к.1}(x)$  и  $m_{к.2} = m_{к.2}(x_m)$  – массы рабочей жидкости в рабочей и компенсационной камерах гидропоры, участвующие в движении;  $m_{ж}$  – масса рабочей жидкости в одном инерционном дрессельном канале.

Вследствие того что рабочая жидкость гидропоры несжимаема, зависимость между  $\dot{x}$ ,  $\dot{x}_ж$  и  $\dot{x}_м$  можно определить путем её расхода при ступенчатом изменении поперечного сечения дрессельного канала [4,5]:

$$\dot{x}A = \dot{x}_м A, \quad \dot{x}A = \dot{x}_ж N S_{тр}, \quad (6), (7)$$

здесь  $A = S_{п} = \pi D^2/4$  – площадь условного поршня в рабочей камере;  $S_{тр} = \pi d_{тр}^2/4$  – площадь поперечного сечения одного дрессельного канала;  $S_m = \pi D_m^2/4$  – площадь условного поршня в компенсационной камере.

От уравнений (5), (6) и (7) перейдём к выражению для кинетической энергии

$$T = \frac{\dot{x}^2}{2} (m_{к.1} + m_{пр} + m_{к.2}), \quad (8)$$

где  $m_{пр} = \frac{1}{N} \frac{A^2}{S_{тр}^2} m_{ж}$  – приведённая масса;  $N$  – количество инерционных трубок.

Приведённая масса  $m_{пр}$  зависит количества дроссельных каналов (инерционных трубок) и от отношения  $A^2/S_{тр}^2$  – квадратичного коэффициента местного сопротивления потоку рабочей жидкости в инерционных трубках [4].

При движении рабочей жидкости вдоль инерционной трубки и на её входе и выходе возникают потери потока (напора) рабочей жидкости. И понятие приведённой массы ИТ связано с потерями потока рабочей жидкости.

В инерционной трубке ИТ возникает гидравлическое сопротивление по всей длине потока рабочей жидкости и которое является сопротивлением по длине инерционной трубки  $l$ , а вызываемые им потери напора в инерционной трубке – потерями напора по длине ( $h_l$ ). Потери в круглых дроссельных каналах можно вычислить по формулам Дарси-Вейсбаха [4].

Исходя из выражения (8) и формулы для приведённой массы следует, что численное значение приведённой массы рабочей жидкости в инерционном трансформаторе определяется произведением массы рабочей жидкости и квадратичного коэффициента местного сопротивления потоку рабочей жидкости в эквивалентном дроссельном канале. Приведённая масса рабочей жидкости инерционного трансформатора зависит от количества дроссельных каналов и может достигать значений, сравнимых с величиной массы внешней нагрузки, из-за чего приведённой массой в расчётах нельзя пренебрегать [1,2].

Массы рабочей жидкости в рабочей и компенсационной камерах  $m_{к.1}$  и  $m_{к.2}$  согласно схеме на (см. рис.3) и выражениям (6) и (7) равны

$$m_{к.1} = \rho A(l_1 - x), \quad m_{к.2} = \rho A(l_2 + x). \quad (9), (10)$$

Подставляя (9), (10) в (8), образуем частные производные от кинетической энергии

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = \left( m_{к.1} + m_{пр} + m_{к.2} \frac{A^2}{S_M^2} \right) \ddot{x}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0. \quad (11), (12)$$

Обобщённую силу  $Q$  в (4) определяем через наименьшую работу [3]:

$$\delta A = Q \cdot \delta x. \quad (13)$$

В данном выражении  $\delta A$  – наименьшая работа внешних сил, действующих на систему;  $\delta x$  – наименьшее перемещение от обобщённой координаты  $x$ , которое придаётся условному поршню диаметром  $D$  в положительном направлении. Рабочая жидкость в гидроопоре (см. рис. 1 и рис. 3) приходит в движение под действием силы давления  $p_1$  в рабочей камере  $l$ . Давление  $p_2$  действует в противоположную сторону движения рабочей жидкости, вследствие чего проекция этой силы будет со знаком минус.

Из-за внезапного расширения (сужения) дроссельного канала в гидроопоре, когда рабочая жидкость перетекает из рабочей камеры  $l$  в компенсационную камеру  $2$  через инерционный дроссельный канал, возникает сила гидравлического сопротивления, зависящая от квадрата скорости движения рабочей жидкости. Здесь

учитывается линейная сила вязкого сопротивления рабочей жидкости. Её гидравлический коэффициент трения, то есть её гидравлический коэффициент демпфирования в одном дроссельном канале инерционного трансформатора, определяется по формуле Пуазейля [4]:

$$b_{пр} = \frac{8\pi\eta l}{N} \frac{A^2}{S_{тр}^2}, \quad (14)$$

здесь  $\eta$  – динамическая вязкость рабочей жидкости, измеряющаяся в Па·с.

Из уравнения Лагранжа (4) с учётом (11), (12) получим уравнения для перепада давлений между рабочей и компенсационной камерами [1]:

$$(p_1 - p_2)A = \left( m_{к.1} + m_{пр} + m_{к.2} \frac{A^2}{S_M^2} \right) \ddot{x} + b_{пр}\dot{x} + b_2 |\dot{x}| \dot{x}. \quad (15)$$

В данном выражении произведение  $|\dot{x}| \dot{x}$  указывает на нечётность функции нелинейной силы сопротивления  $F_c^*(\dot{x})$  в зависимости от скорости:

$$F_c^*(\dot{x}) = b_2 |\dot{x}| \dot{x}. \quad (16)$$

Для описания динамики тела массой  $m_0$  (см. рис.3) применим уравнение колебаний входного вибросигнала [1]:

$$m_0 \ddot{x} + b_1 \dot{x} + c_1 x = F(t) - p_1 A. \quad (17)$$

Сила давления  $p_2$  в компенсационной камере на мембрану, по третьему закону Ньютона, равна силе упругости мембраны:  $p_2 S_M = c_M x_M$ . Интегрируя соотношения (6) и (7) по времени при нулевых начальных условиях, имеем:

$$p_2 = c_M x_M / A. \quad (18)$$

Пренебрегаем слагаемыми  $m_{к.1}$  и  $m_{к.2}$  в уравнении (15) ввиду того, что они много меньше слагаемых  $m_0$  и  $m_{пр}$ . Исключая из уравнений (15), (17), (18) давление  $p_1$  и  $p_2$  и введя замены

$$b = b_1 + b_{пр}, \quad c = c_1 + c_M, \quad (19), (20)$$

получим дифференциальное уравнение динамики колебательного движения нагрузки массой  $m_0$ , действующей на гидроопору с возмущающей силой  $F(t)$ :

$$F(t) = (m_0 + m_{пр}) \ddot{x} + b \dot{x} + b_2 |\dot{x}| \dot{x} + c x. \quad (21)$$

Если в системе (см. рис.3) масса  $m_0 = 0$ , то сила  $F(t)$  в выражении (21) равна силе реакции опоры  $R(t)$  [1,3]:

$$R(t) = m_{\text{пр}} \ddot{x} + b\dot{x} + b_2 |\dot{x}| \dot{x} + cx. \quad (22)$$

Далее приведём пример расчёта приведённой массы для двух дроссельных каналов инерционного трансформатора гидропоры. Для этого воспользуемся выражением (8) для приведённой массы при отношениях  $A^2/S_{\text{тр}}^2 = S_{\text{п}}^2/S_{\text{кк}}^2$ , где  $A^2 = S_{\text{п}}^2$  и  $S_{\text{тр}}^2 = S_{\text{кк}}^2$  — квадраты площади поршневого действия обечайки и поперечного сечения эквивалентного дроссельного цилиндрического канала гидропоры соответственно [1,2].

#### Экспериментальное подтверждение расчёта приведённых масс в дроссельных каналах гидропоры на относительных ускорениях

Для экспериментального подтверждения расчёта приведённых масс в дроссельных каналах гидропоры на относительных ускорениях выбрана интегральная МР-гидропора ОМГ-50 демпфирования ударных на-

грузок с двухканальным МРТ, так как она наиболее подходит для данной задачи.

МР-гидропора ОМГ-50 работает в режиме инерционного трансформатора без действия возбуждающих электромагнитов, управляющими магнитным полем. Рабочая жидкость гидропоры глицерин безводный с плотностью  $\rho_{\text{гб}} = 1245 \text{ кг/м}^3$  и кинематической вязкостью  $\nu_{\text{гб}}^{(20^\circ)} = 970 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $t^\circ \text{C} = 20^\circ \text{C}$ . Динамическая вязкость глицерина определена через кинематическую вязкость  $\nu_{\text{гб}}^{(20^\circ)} = 970 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  как:  $\eta_{\text{гб}}^{(20^\circ)} = \nu_{\text{гб}}^{(20^\circ)} \cdot \rho_{\text{гб}} = 970 \cdot 10^{-6} \cdot 1245 = 1207,65 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м} \cdot \text{с}$  [3,4].

На (рис.4) представлены чертежи данной МР-гидропоры и её МРТ с дроссельными каналами, управляемыми магнитным полем ВЭ.

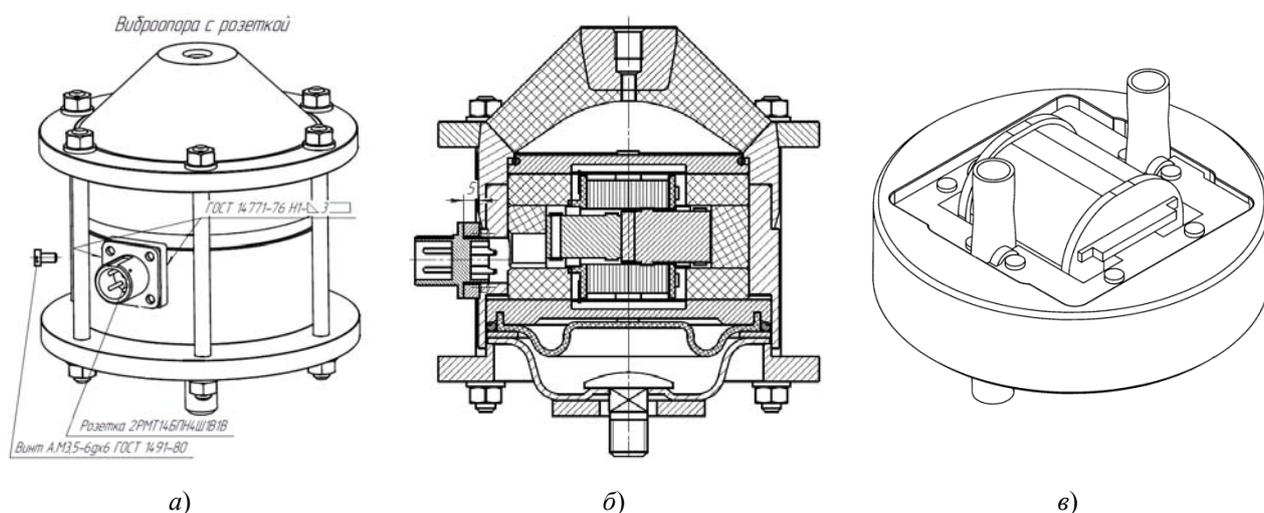


Рис. 4. Чертежи двухканальной разборной МР-гидропоры ОМГ-50: а) внешний вид; б) сборочный с возбуждающим электромагнитом дроссельной перегородки МРТ и с разъемом; в) эскиз двухканального МРТ с двумя дроссельными каналами, управляемыми внешним магнитным полем ВЭ

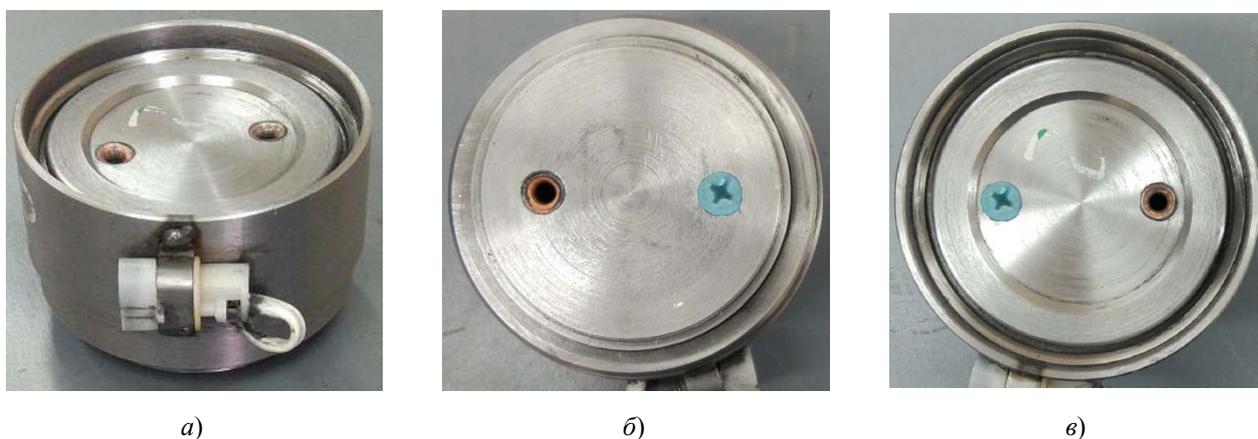


Рис. 5. Дроссельная перегородка МР-гидропоры ОМГ-50 с двумя открытыми дроссельными каналами (а); одним закрытым дроссельным каналом с винтовой пробкой: со стороны обечайки (б) и со стороны мембраны (в)

Для экспериментального подтверждения расчёта приведённых масс в дроссельных каналах МР-гидропоры необходимо провести сравнение работы при действии вибрации нагруженной массой нагрузки  $m_0$  гидропоры с двумя открытыми и одним закрытым дроссельным каналом. Данному требованию удовлетворяет МР-гидропора ОМГ-50, так как позволяет наиболее просто закрыть один дроссельный канал. Во внутренней дроссельной перегородке МР-гидропоры устанавливаются винтовые пробки на его входе и выходе дроссельного канала.

На (рис. 5) представлены фотографии внутренней дроссельной перегородки МР-гидропоры ОМГ-50 в сборе с двумя открытыми (а) и одним закрытым дроссельным каналом с винтовыми пробками со стороны обечайки (б) и со стороны мембраны (в).

При экспериментальном сравнении на испытательном вибростенде работы нагруженной массой нагрузки  $m_0$  МР-гидропоры с двумя открытыми и одним закрытым дроссельным каналом при действии вибрации снимаются демпфирующие амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) МР-гидропоры.

По демпфирующим АЧХ делается вывод о правильности расчёта приведённых масс в дроссельных каналах МР-гидропоры на относительных ускорениях. Правильность расчёта приведённых масс с двумя открытыми и одним закрытым дроссельным каналом устанавливается по совпадению результатов числового расчёта собственных частот механических резонансов гидропоры с собственными частотами её механических резонансов, полученных в ходе эксперименталь-

ных испытаний гидропоры на вибростенде. Сравниваются также экспериментальные демпфирующие АЧХ МР-гидропоры с двумя открытыми и одним закрытым дроссельным каналом дроссельной перегородки.

При работе нагруженной массой внешней нагрузки  $m_0$  МР-гидропоры с одним закрытым дроссельным каналом демпфирование колебаний вибростенда должно быть меньше, чем демпфирование с двумя открытыми дроссельными каналами. Собственная частота МР-гидропоры механического резонанса должна смещаться в диапазон низких частот на более низкую частоту. Эта собственная частота механического резонанса гидропоры должна совпадать с полученной частотой механического резонанса в ходе числового расчёта.

### Расчёт приведённых масс в дроссельных каналах инерционного трансформатора МР-гидропоры

Для примера расчёта приведённой массы в дроссельных каналах инерционного трансформатора была взята МР-гидропора ОМГ-50 с массой нагрузки  $m_0 = 15$  кг. Рабочий объём гидропоры заполнен глицерином безводным с кинематической вязкостью  $\nu_{гб}^{(20^\circ)} = 970 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , с динамической вязкостью  $\eta_{гб}^{(20^\circ)} = 1207,65 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м} \cdot \text{с}$  и  $\rho_{гб} = 1245 \text{ кг/м}^3$  при  $t^\circ \text{C} = 20^\circ \text{C}$  [3,4].

Гидропора имеет два щелевых дроссельных канала длиной  $l_{щ} = 15$  мм (рис.6) и общей высотой длиной (длиной)  $l_{об} = 50$  мм.

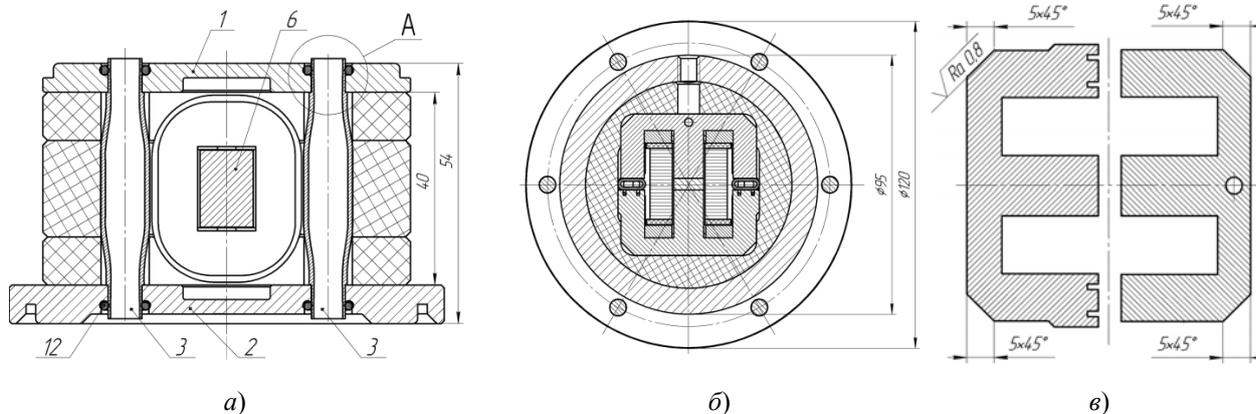


Рис. 6. Чертёж внутренней перегородки с двумя индукционными дроссельными каналами и ВЭ МРТ МР-гидропоры ОМГ-50 в сборе (а) и (б); сердечник ВЭ (в)

Площадь поперечного сечения эквивалентного дроссельного канала для двух усредненных дроссельных каналов определяется суммой площадей [1,2]:

$$S_{кк} = 2S_{кк1} = 2\pi \cdot R_{кк1}^2 = 2\pi \cdot 2,801^2 \cdot 10^{-6} = 49,306 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \quad (23)$$

Площадь поперечного сечения одного эквивалентного дроссельного канала определяется площадью одного усредненного дроссельного канала:

$$S_{кк1} = \pi \cdot R_{кк1}^2 = \pi \cdot 2,801^2 \cdot 10^{-6} = 24,653 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \quad (24)$$

Радиус одного дроссельного канала равен  $R_{кк1} = 2,801 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

Площадь поршневого действия обечайки гидропоры принята равной:

$$S_{п} = \pi R_{об}^2 = \pi (0,038)^2 = 0,0045 \text{ м}^2 \quad (25)$$

Масса глицерина  $m_{гб}$  в каждом дроссельном канале гидропоры при действии температуры  $t^\circ \text{C} = 20^\circ \text{C}$  вычисляем из выражения [1,2]:

$$m_{гб}^{(20^\circ)} = \rho_{гб}^{(20^\circ)} \cdot l_{об} \cdot \pi \cdot R_{кк}^2 = \frac{\eta_{гб}^{(20^\circ)}}{\nu_{гб}^{(20^\circ)}} \cdot l_{об} \cdot \pi \cdot R_{кк1}^2 \quad [\text{кг}] \quad (26)$$

Приведённая масса для двух дроссельных каналов гидропоры с глицерином при  $t^{\circ}C = 20^{\circ}C$  с учётом выражения (26) равна:

$$m_{ит.гб.2}^{(20^{\circ})} = \rho_{гб} \cdot \frac{S_{п}^2}{S_{к.к}} \cdot l_{ов} = \frac{\eta_{гб}^{(20^{\circ})}}{\nu_{гб}^{(20^{\circ})}} \cdot \frac{S_{п}^2}{S_{к.к}} \cdot l_{ов} = 1245 \cdot \frac{4,5^2 \cdot 10^{-6}}{49,306 \cdot 10^{-6}} \cdot 0,05 = 25,566 \text{ кг} \quad (27)$$

Приведённая масса для одного дроссельного канала гидропоры с глицерином при  $t^{\circ}C = 20^{\circ}C$  с учётом выражения (26) равна:

$$m_{ит.гб.1}^{(20^{\circ})} = \rho_{гб} \cdot \frac{S_{п}^2}{S_{к.к}} \cdot l_{ов} = \frac{\eta_{гб}^{(20^{\circ})}}{\nu_{гб}^{(20^{\circ})}} \cdot \frac{S_{п}^2}{S_{к.к1}} \cdot l_{ов} = 1245 \cdot \frac{4,5^2 \cdot 10^{-6}}{24,653 \cdot 10^{-6}} \cdot 0,05 = 51,132 \text{ кг} \quad (28)$$

Для увеличения приведённой массы ИТ гидропоры необходимо получать большие отношения  $A^2/S_{тр}^2 = S_{п}^2/S_{кк}^2$  и более высокие значения для массы рабочей жидкости  $m_{ж}$  за счёт увеличения длины дроссельных каналов или применять более высокую плотность рабочей жидкости  $\rho_{ж}$ . Так, для МР- гидропоры ОМГ-50 с глицерином при увеличении длины дроссельных каналов до  $l_{ов} = 50$  мм приведённая масса ИТ равна  $m_{ит.гб}^{(20^{\circ})} = 25,566$  кг и она больше внешней массы нагрузки МР-гидропоры  $m_0 = 15$  кг.

Испытания гидропоры ОМГ-50 на подтверждение расчёта приведённых масс в дроссельных каналах проводились на центробежном вибростенде ЭВ-342 в диапазоне частот 15-50 Гц с шагом 5 Гц. Диапазон исследуемых АЧХ гидропоры находится в полосе частот 8 – 80 Гц. Источником колебаний вибростенда являются два электромеханических вибратора ИВ-99Б, возбуждающих широкополосную низкочастотную вибрацию.

Подготовленная к виброиспытаниям на центробежном вибростенде гидропора ОМГ-50 с двумя дроссельными каналами приведена на (рис 7).

При экспериментальном сравнении на испытательном вибростенде работы нагруженной массой нагрузки  $m_0 = 15$  кг МР-гидропоры с двумя открытыми и одним закрытым дроссельным каналом при действии вибрации снимаются демпфирующие АЧХ гидропоры.



Рис.7. Экспериментальная установка для испытаний гидропоры ОМГ-50 на вибростенде с датчиками входного и выходного сигналов

По снятым АЧХ делается вывод о правильности расчёта приведённых масс в дроссельных каналах МР-гидропоры. В результате достигнуто совпадение числового расчёта собственных частот механических резонансов гидропоры с собственными частотами её механических резонансов, полученных в ходе экспериментальных испытаний гидропоры на вибростенде.

Кроме того, сравнивались амплитудные значения экспериментальных демпфирующих АЧХ гидропоры с двумя открытыми и одним закрытым дроссельным каналом дроссельной перегородки. На рис. 8 приведены резонансные амплитудно-частотные характеристики гидропоры ОМГ-50 с одним и двумя каналами в полосе частот от 34,1 Гц до 34,6 Гц.

Из приведённых на рис. 8 демпфирующих характеристик видно, что возникает малый низкочастотный сдвиг резонансной частоты гидропоры вниз на 0,2 Гц и увеличение значений амплитуды перемещений  $s_1 = 0,47$  мм опорной платы и обечайки на резонансной частоте 34,2 Гц при работе гидропоры с одним дроссельным каналом, что показывает на увеличение присоединённой массы в её инерционном трансформаторе.

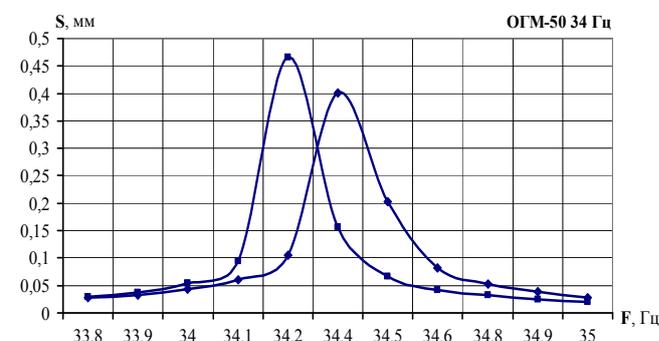


Рис.8. Резонансные АЧХ гидропоры ОМГ-50 с одним и двумя дроссельными каналами в полосе частот от 34,1 Гц до 34,6 Гц

Эффективность работы гидропоры с одним дроссельным каналом меньше проявляется в полосе частот от 34,1 Гц до 34,4 Гц по отношению к гидропоре с двумя каналами, в среднем на 0,175 мм. Данный вывод можно объяснить только через значительный скачок скорости рабочей жидкости в случае одного дроссельного канала, так как дроссельная перегородка гидропоры оказывает наибольшее сопротивление потоку рабочей жидкости при одном дроссельном канале вследствие увеличения отношения  $A^2/S_{тр}^2$  – квадратичного коэффициента местного сопротивления потоку рабочей жидкости в дроссельных каналах [4], что снижает демпфирование гидропоры.

#### Расчет динамических жесткостей гидропоры, действующих сил и ускорений на резонансных частотах

Расчет собственной частоты механического резонанса гидропоры с незаполненным глицерином безводным рабочим объёмом гидропоры – рабочей и компенсационной камерами и дроссельными каналами, при внешней массе нагрузки  $m_0 = 15$  кг производим по формуле [1,5]:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_{об}}{m_0}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{740 \cdot 10^3}{15}} = 35,368 \text{ [Гц]}, \quad (29)$$

где  $C_{об} = 740 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$  – статическая жёсткость обечайки гидропоры – минимальная динамическая жесткость на собственной частоте при массе нагрузки  $m_0 = 15 \text{ кг}$  и при максимальных смещениях  $\pm 4 \text{ мм}$  [1].

Поскольку собственная частота резонанса динамической жесткости гидропоры в основном зависит от колеблющейся массы  $m_0$  её номинальной нагрузки, присоединённой массы ИТ  $m_{ит}$  и жёсткости  $C$  упругой резиновой обечайки и определяется как  $\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{c/(m_0 + m_{ит})}$ , то по полученным результатам (см. рис. 8) в ходе виброиспытаний по резонансным АЧХ гидропоры ОМГ-50 в полосе частот от 34,1 Гц до 34,6 Гц с одним и двумя дроссельными каналами с глицерином безводным можно определить реальные динамические жесткости МР-гидропоры на резонансных частотах.

Резонансные частоты МР-гидропоры с одним закрытым и двумя открытыми дроссельными каналами с учётом приведённых масс инерционного трансформатора определяются из выражений [1,2]:

$$2\pi f_{1.гб}^{(20^\circ)} = \sqrt{\frac{c_1}{m_0 + m_{ит1}}} = \sqrt{\frac{c_1}{15 + 51,132}}; \quad (30)$$

$$2\pi f_{2.гб}^{(20^\circ)} = \sqrt{\frac{c_2}{m_0 + m_{ит2}}} = \sqrt{\frac{c_2}{15 + 25,991}}, \quad (31)$$

где  $c_1, \text{Н/м}$  и  $c_2, \text{Н/м}$  – динамические жёсткости гидропоры на резонансных частотах  $f_{1.гб}^{(20^\circ)} = 34,2 \text{ Гц}$  и  $f_{2.гб}^{(20^\circ)} = 34,4 \text{ Гц}$ , полученных в ходе виброиспытаний.

Освобождаясь в выражениях (30) и (31) от радикалов

$$\left(2\pi f_{1.гб}^{(20^\circ)}\right)^2 = \frac{c_1}{m_0 + m_{ит1}} \quad \text{и} \quad \left(2\pi f_{2.гб}^{(20^\circ)}\right)^2 = \frac{c_2}{m_0 + m_{ит2}},$$

далее переходим к выражениям для динамических жёсткостей гидропоры на резонансных частотах  $f_{1.гб}^{(20^\circ)} = 34,2 \text{ Гц}$  и  $f_{2.гб}^{(20^\circ)} = 34,4 \text{ Гц}$ :

$$c_1 = \left(2\pi f_{1.гб}^{(20^\circ)}\right)^2 (m_0 + m_{ит1}) = (2\pi \cdot 34,2)^2 (15 + 51,132) = 3050,56 \cdot 10^3 \text{ Н/м}; \quad (32)$$

$$c_2 = \left(2\pi f_{2.гб}^{(20^\circ)}\right)^2 (m_0 + m_{ит2}) = (2\pi \cdot 34,4)^2 (15 + 25,991) = 1913,04 \cdot 10^3 \text{ Н/м} \quad (33)$$

Полученные числовые значения динамических жёсткостей гидропоры по её демпфирующим АЧХ на резонансных частотах  $c_1, \text{Н/м}$  и  $c_2, \text{Н/м}$  являются показателями, определяющими наибольшие сопротивления дроссельной перегородки потоку рабочей жидкости и демпфирование гидропоры.

Из выражений (32) и (33) следует, что дроссельная перегородка оказывает наибольшее сопротивление по-

току рабочей жидкости при одном дроссельном канале и, как следствие, понижается демпфирование гидропоры.

По полученным числовым значениям динамических жёсткостей гидропоры  $c_1, \text{Н/м}$  и  $c_2, \text{Н/м}$ , значениям перемещений  $s_1 = 0,47 \text{ мм}$  и  $s_2 = 0,4 \text{ мм}$  опорной платы с обечайкой на резонансных частотах из амплитудных значений резонансных АЧХ гидропоры (см.рис. 8) определяются результирующие силы, действующие на гидропору ОМГ-50 из выражений [5]:

$$F_1 = c_1 s_1 = 3050,56 \cdot 10^3 \cdot 0,47 \cdot 10^{-3} = 1433,76 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2 = 1433,76 \text{ Н}; \quad (34)$$

$$F_2 = c_2 s_2 = 1913,04 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3} = 765,216 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2 = 765,216 \text{ Н} \quad (35)$$

Динамические жёсткости гидропоры на резонансных частотах  $f_{1.гб}^{(20^\circ)} = 34,2 \text{ Гц}$  и  $f_{2.гб}^{(20^\circ)} = 34,4 \text{ Гц}$  можно представить в виде:

$$c_1 = \frac{F_1}{s_1} = \frac{m_1 a_1}{s_1} \quad \text{и} \quad c_2 = \frac{F_2}{s_2} = \frac{m_2 a_2}{s_2}, \quad (36),(37)$$

где  $m_1 = 66,132 \text{ кг}$  и  $m_2 = 40,991 \text{ кг}$  и  $a_1, \text{м/с}^2$  и  $a_2, \text{м/с}^2$  – действующие результирующие массы и ускорения, действующие на опорную плату гидропоры на резонансных частотах вибросигналов при одном и двух открытых дроссельных каналах.

Тогда ускорения, действующие на опорную плату гидропоры на частотах вибросигналов  $f_{1.гб}^{(20^\circ)} = 34,2 \text{ Гц}$  и  $f_{2.гб}^{(20^\circ)} = 34,4 \text{ Гц}$ , равны:

$$a_1 = \frac{c_1 s_1}{m_1} = \frac{3050,56 \cdot 10^3 \cdot 0,47 \cdot 10^{-3}}{66,132} \cong 21,68 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cong 2,21 \text{ g}; \quad (38)$$

$$a_2 = \frac{c_2 s_2}{m_2} = \frac{1913,04 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}}{40,991} \cong 18,668 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cong 1,903 \text{ g} \quad (39)$$

Действие таких ускорений  $a_1$  и  $a_2$  на гидропору на резонансных частотах превышает действие ускорения свободного падения  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  при массе нагрузки  $m_0 = 15 \text{ кг}$  в 2,21 и 1,903 раз, соответственно.

Полученные числовые значения результирующих сил  $F_1$  и  $F_2$  соответствуют результирующим нагрузкам с массами  $m_1$  и  $m_2$ , действующими на гидропору на резонансных частотах:

$$m_1 = \frac{F_1}{a_1} = \frac{1433,76 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2}{21,68 \text{ м/с}^2} \cong 66,132 \text{ кг}; \quad (40)$$

$$m_2 = \frac{F_2}{a_2} = \frac{765,216 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2}{18,668 \text{ м/с}^2} \cong 40,991 \text{ кг} \quad (41)$$

Действие таких результирующих масс на гидроопору  $m_1$  и  $m_2$  на резонансных частотах подтверждает возникновение приведённых масс в одном и двух открытых дроссельных каналах, соответственно.

### Выводы

Приведенная масса рабочей жидкости в дроссельных каналах гидропоры является постоянной величиной, характерной для определённого инерционного трансформатора, зависит от их числа и является функцией скорости рабочей жидкости в дроссельных каналах. Так как скорость её зависит от температуры и от разности давлений на входе и выходе дроссельного канала, то гидроопора является существенно не линейным элементом. Поэтому при повышении присоединенной массы в случае работы гидропоры с одним каналом понижается её собственная частота и демпфирование входного вибросигнала. При повышении скорости рабочей жидкости и изменении сечения дроссельных каналов рабочая жидкость приобретает неньютоновские свойства. Из приведенных АЧХ следует, что значение собственной частоты гидропоры с одним дроссельным каналом понижается на 0,2 Гц, и эффективность гидропоры с одним дроссельным каналом менее проявляется по отношению к гидроопоре с двумя каналами в среднем на 0,175 мм, что показывает на увеличение присоединенной массы гидропоры.

### Литература

1. Системы виброзащиты с использованием инерционности и диссипации реологических сред / Б. А. Гордеев, В. И. Ерофеев, А. В. Синева, О. О. Мугин. - М.: Физматлит, 2004. - 175 с.
2. Моделирование динамики гидропоры с инерционным гидравлическим преобразователем при ударных воздействиях / А. Е. Шохин, Г. Я. Пановко, А. Н. Брысин, А. Н. Никифоров // Машиностроение и инженерное образование. - 2013. - № 4 (37). - С. 63–69.
3. Лойцянский Л. Г. Курс теоретической механики / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. Т. 2. - М.: Наука, 1983. - 640 с.
4. Войткунский Я.И., Фаддеев Ю.И., Федяевский К.К. Гидромеханика. – Л.: Судостроение, 1982. – 456с., ил.
5. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний / Я.Г. Пановко. – М.: Наука, 1980. – 252 с.

### Сведения об авторах

**Гордеев Борис Александрович**, доктор техн. наук, профессор, Главный научный сотрудник Института проблем машиностроения Российской академии наук (ИПМ РАН): профессор кафедры «Электрооборудования, электропривода и автоматики» НГТУ им. Р.Е. Алексеева,

Россия, 603024, г. Н. Новгород, ул. Белинского, д. 85.  
Тел.: (831) 432 - 23 - 56; факс (831) 432 - 23 - 40  
E-mail: gord349@mail.ru

**Ермолаев Артём Игорьевич**, кандидат техн. наук, научный сотрудник лаборатории «Виброзащита машин» ИПМ РАН,

Россия, 603024, г. Н. Новгород, ул. Белинского, д. 85  
E-mail: acidwolfvx@ Rambler.ru

**Охулков Сергей Николаевич**, кандидат физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник лаборатории «Виброзащита машин» ИПМ РАН, доцент кафедры «Теоретическая и общая электротехника» НГТУ им. Р.Е. Алексеева,

603024, Россия, г. Н. Новгород, ул. Белинского, д. 85  
E-mail: oxulkovs@mail.ru

**Осмехин Александр Николаевич**, кандидат техн. наук,

инженер по информационным технологиям АО «Опытное конструкторское бюро машиностроения им. И.И. Африкантова»,

603074, Россия, г. Н. Новгород, Бурнаковский проезд, д.15

Тел.: (831) 246-94-57  
E-mail: osmehinalex@gmail.com

**Плехов Александр Сергеевич**, кандидат техн. наук, доцент кафедры «Электрооборудование, электропривод и автоматика» НГТУ им. Р.Е. Алексеева,

603950, Россия, г. Н. Новгород, ул. Минина, д. 24  
E-mail: dm\_titov@list.ru