

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ В ЦИСТЕРНЕ  
С ПРИМЕНЕНИЕМ МОДЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА**

Аспирант **Громаков М.С.**,  
Доктор техн. наук, профессор **Беспалько С.В.**,  
Кандидат техн. наук, доцент **Корниенко Н.А.**,  
Студент **Колокольчикова Л.В.**  
(Российский университет транспорта. РУТ - МИИТ)

**MODELING OF TRANSVERSE VIBRATIONS OF A LIQUID IN A RAILWAY TANK-CAR  
USING A MODEL EXPERIMENT**

Post-graduate **Gromakov M. S.**,  
Doctor (Tech.) **Bespalco S.V.**,  
Ph. D. (Tech.) **Kornienko N.A.**,  
Student **Kolokol'chikova L.V.**  
(Russian University of Transport. RUT - MIIT)

*Вагон-цистерна, колебания, боковая качка, боковой относ., эксперимент, гидродинамика.*

*Tank-car, vibrations, lateral motion, lateral relative, stability, fluid dynamics.*

*В рамках исследований, проведённых авторами данной статьи, была разработана математическая модель поперечных колебаний жидкости в котле цистерны. Цель исследования – произвести проверку достоверности разработанной методики. В ходе эксперимента были определены параметры поперечных колебаний жидкости. Эксперимент был проведён с помощью макета вагона-цистерны. Результаты, полученные опытным путём, были сопоставлены с данными расчёта.*

*In the framework of previous studies conducted by the authors of this article, a mathematical model of transverse vibrations of the liquid in the tank boiler was developed. The purpose of the study described in this article is to verify the validity of the developed methodology. In the course of this study, the parameters of transverse vibrations of the liquid were determined by the experimental method. The experiment was carried out using a mock-up of a tank-car. And the results obtained experimentally were compared with the calculation data.*

Наряду с многочисленными теоретическими методами исследования колебаний жидкости немалую роль играют и экспериментальные. Практика исследования колебаний жидкости в замкнутых контурах имеет распространение как в отечественной науке, так и за рубежом.

Теоретические исследования колебаний жидкости в котле цистерны проводились в разное время различными учёными. Динамика наливного поезда была рассмотрена Ю.М. Черкашиным [1]. А в МИИТ были исследованы продольные колебания жидкости с помощью математического моделирования. В работах С.В. Беспалько [2] и В.И. Богачева [3] рассмотрено воздействие продольных колебаний жидкости на цистерну.

Экспериментальные исследования динамики твёрдого тела были описаны в 1968 году авторами работы [4], а в 1977 году Бороненко Ю.П. исследовал субгармонические колебания жидкого груза в цистерне [5]. Экспериментальные исследования продольных колебаний жидкости в цилиндрической ёмкости производились в ДИИТ (Днепропетровск) [6], а в работах [7,8] приведены исследования динамических процессов при колеба-

ниях жидкости в баках, а также методы и результаты экспериментов.

За рубежом были исследованы колебания жидкости в ёмкостях прямоугольного сечения [9], результаты были сравнены с данными математического моделирования. В работе [10] описано полуэмпирическое исследование колебаний нелинейной жидкости по параболической траектории, два параметра которой были определены экспериментально, после чего подставлены в математическую модель.

В статьях [11] и [12] была приведена математическая модель колебаний жидкости в котле цистерны при поперечных колебаниях бокового относ. В данной статье приведены данные экспериментального исследования колебаний жидкости при тех же параметрах, а результаты эксперимента рассмотрены в сравнении с результатами, полученными из математической модели.

Эксперимент проводился с помощью макета – уменьшенной модели вагона-цистерны. Цистерна наполовину залита водой. Схема макета цистерны показана на рисунке 1.

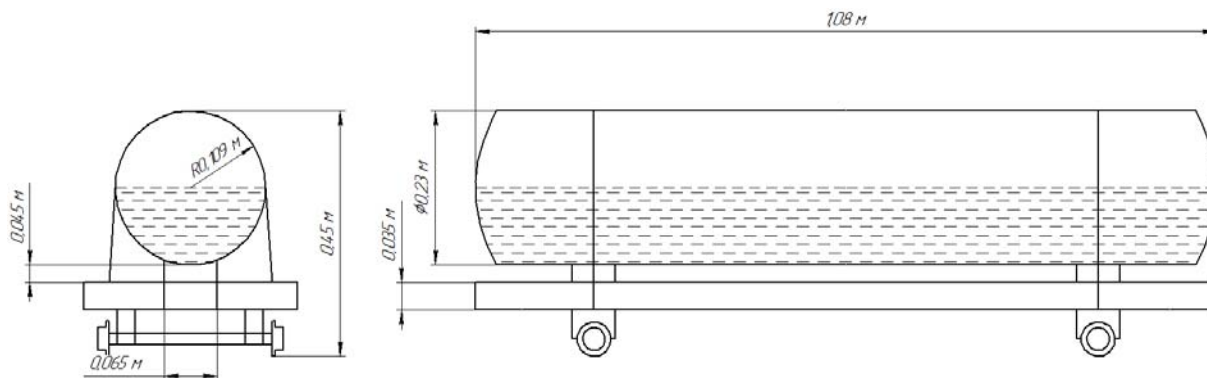


Рис. 1. Схема макета цистерны

Всего было проведено два исследования с разными типами задачи колебаний вагона: 1- колебания бокового относа; 2 - колебания боковой качки.

Рассмотрим отдельно данные исследования.

### Колебания бокового относа

Чтобы создать колебания бокового относа, необходимо возвратно-поступательно передвигать цистерну с определённой частотой и амплитудой. Для обеспечения поперечного движения цистерна была установлена на тележку, которая передвигалась по направляющим. Испытания проводились при следующих исходных данных (табл. 1).

Таблица 1.

### Исходные данные опыта «Боковой относ»

№ Опыта	Частота, с <sup>-1</sup>	Циклическая частота, рад <sup>-1</sup>	Амплитуда, м	Примечание
1	0,45	2,83	0,075	Спокойные колебания
2	2	12,56	0,0115	Резонанс

Математическая модель поперечных колебаний была составлена в соответствии с [11] и [12]. Круглое по-

речное сечение котла цистерны было аппроксимировано квадратом, равным по площади поперечному сечению цистерны, а поперечные колебания задавались следующим образом:

$$x = s \cdot \sin \omega t,$$

$$V_x = \frac{dx}{dt} = s \cdot \omega \cdot \cos \omega t, \quad (1)$$

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = -s \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t,$$

где:  $x$  – горизонтальная координата кузова,  $v_x$  – скорость перемещения кузова вагона,  $a_x$  – ускорение кузова вагона,  $s$  – амплитуда колебаний кузова,  $\omega$  – циклическая частота колебаний кузова,  $t$  – время от начала расчета.

Рассмотрим первый опыт, в котором исследуются «спокойные» колебания бокового относа. На рисунке 2 показано поперечное сечение колеблющейся жидкости в котле цистерны в пиковых точках и в среднем значении. Для оценки колебаний использовался угол отклонения линии, проведённой между крайними точками свободной поверхности жидкости, от горизонтального положения. Угол замерялся по видеозаписи колебаний через каждые 1/6 с.

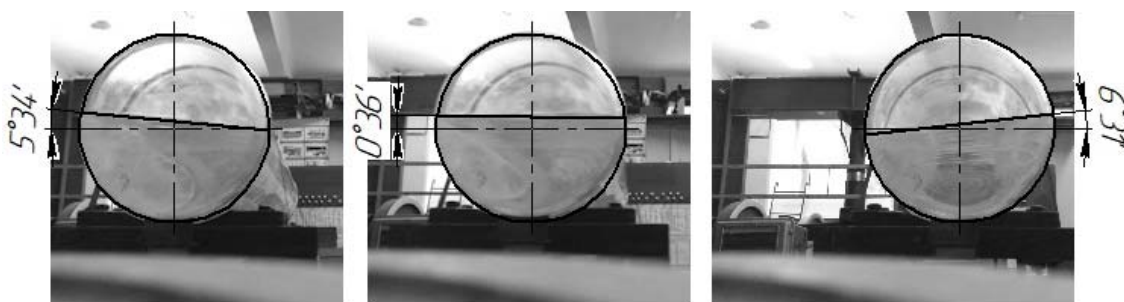


Рис. 2. Спокойные колебания бокового относа

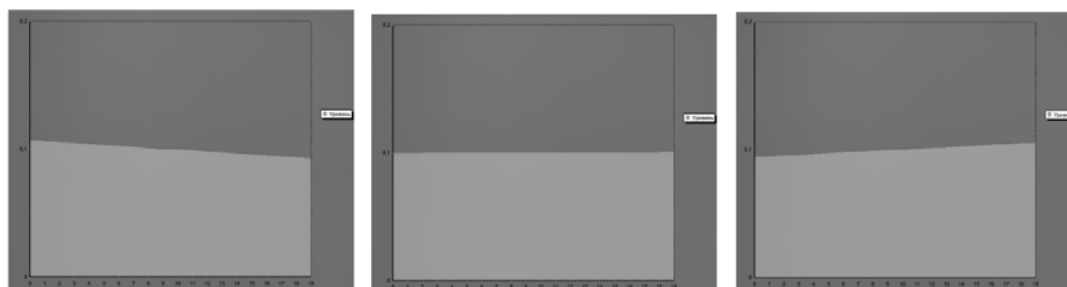


Рис. 3. Моделирование спокойных колебаний бокового относа

Такие же колебания были смоделированы в расчётной программе. На рисунке 3 приведено изображение поперечного сечения жидкости, при тех же положениях, что и на рисунке 2.

По данным рисункам можно сделать вывод о качественном соответствии формы свободной поверхности в математической модели и в эксперименте при заданных параметрах колебаний. Угол же в программе можно рассчитать математически как:

$$\beta = \arctg \frac{h_r - h_l}{B}, \quad (2)$$

где  $h_r$  – значение уровня у правой стенки котла,  $h_l$  – значение уровня у левой стенки котла,  $B$  – ширина котла цистерны.

Зависимость угла поворота поверхности жидкости от времени изобразим на графике (рис. 4).

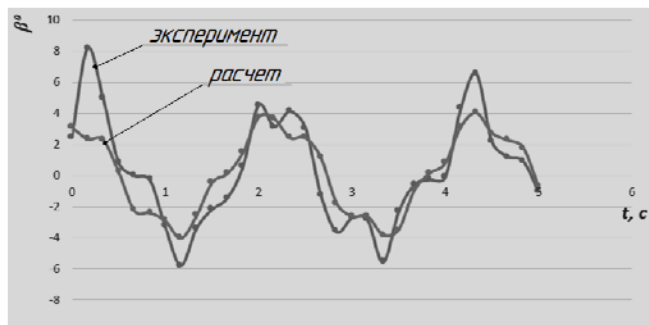


Рис. 4. Зависимость угла поворота свободной поверхности жидкости от времени при спокойных колебаниях

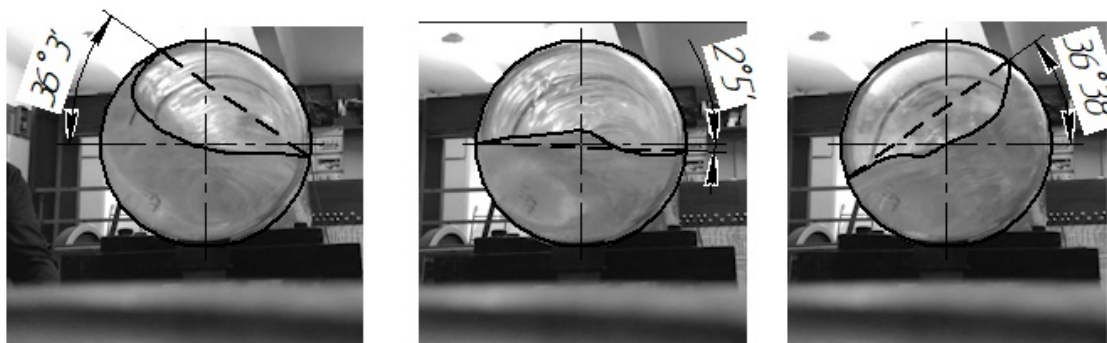


Рис. 5. Колебания боковой качки - опыт резонанса

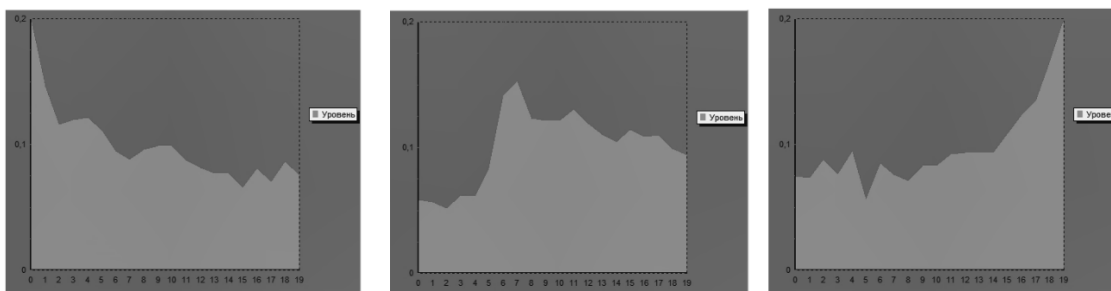


Рис. 6. Моделирование колебаний резонанса

Данные графики соответствуют друг другу, что говорит о правильности математической модели. Нетрудно заметить, что точки максимумов, полученные экспериментальным путем, превышают расчётные. Это обусловлено тем, что колебания вагона при эксперименте задавались вручную, что не исключает наличие рывков при смене направления движения тележки, на которую был установлен макет вагона.

Рассмотрим второй опыт, где колебания жидкости в котле цистерны были доведены до резонанса. На рисунке 5 приведены изображения поперечного сечения жидкости, по аналогии с рисунком 2. При резонансе свободная поверхность жидкости приобретает форму кривой линии, при среднем положении системы наблюдается волна, которая перемещается от стенки к стенке. Параметры колебаний оценивались по аналогии с прошлым опытом. Замер угла производился каждые 1/10с. В расчётной программе угол определялся также по формуле (2).

Рассмотрим соответствующие изображения поперечного сечения жидкости, полученные с помощью моделирования в программе (рис. 6).

По данным рисунка 5 можно отметить, что в точках максимума уровень свободной поверхности также «захлестывает» стенку котла цистерны, как и в результатах опыта. Однако при аппроксимации круглого сечения квадратом несколько снижается вогнутость формы свободной поверхности жидкости. Также наличие в изображении перепадов высоты является результатом линейаризации уравнений колебаний жидкости. Однако это не влияет на общую картину результатов эксперимента, которые представлены в виде графика на рисунке 7.

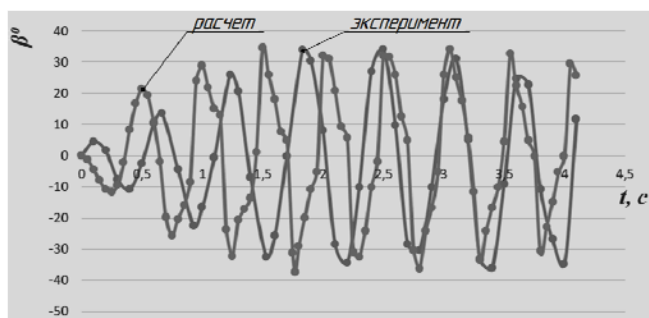


Рис. 7. Зависимость угла поворота свободной поверхности жидкости от времени при колебаниях резонанса

В начале процесса можно наблюдать повышение амплитуды колебаний, что характерно для явления резонанса. Также можно заметить, что между опытным графиком и графиком расчётным есть расхождение по частоте колебаний на 15-20%, что можно объяснить погрешностью измерений при проведении опыта, а также некоторым продольным возмущением жидкости.

### Колебания боковой качки

В предыдущем исследовании были рассмотрены только колебания жидкости в замкнутом контуре. Теперь рассмотрим боковые колебания жидкости, связанные с колебаниями самого вагона. В рамках данного исследования макет вагона был установлен на упругие опоры. Колебания задавались вручную. Также была составлена математическая модель для этого случая по следующей расчётной схеме (рис. 8).

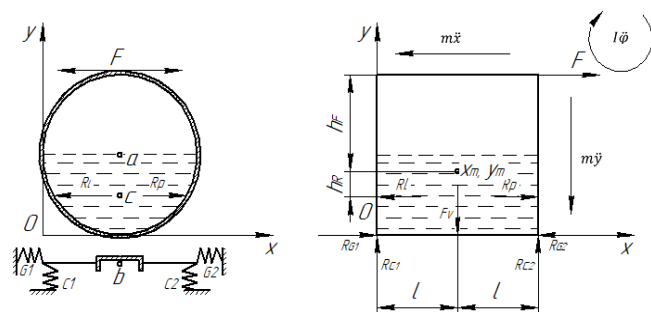


Рис. 8. Расчётная схема математической модели колебаний кузова вагона

На рисунке 8 слева изображена расчётная схема, где:  $C_1, C_2$  – вертикальные жёсткости опор;  $G_1, G_2$  – горизонтальные жёсткости опор;  $R_p, R_l$  – силы давления жидкости на стенки цистерны;  $F$  – раскачивающая сила;  $a$  – точка центра масс котла цистерны;  $b$  – точка центра масс хребтовой балки;  $c$  – точка центра масс жидкого груза. На данной схеме пренебрегаем поперечными балками и осями в силу их небольшой массы, относительно массы остальных частей вагона.

Справа изображена детализированная силовая расчётная схема, по которой и была построена математическая модель. На данной схеме:  $R_{C1}, R_{C2}$  – вертикальные реакции опор;  $R_{G1}, R_{G2}$  – горизонтальные реакции опор;  $m\ddot{x}, m\ddot{y}, I\ddot{\phi}$  – силы инерции;  $x, y$  – координаты центра масс системы;  $F_v$  – вес жидкого груза.

Составим уравнения динамики и уравнения моментов относительно центра масс по принципу Даламбера:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_v = G_1(-x_v) - G_2x_v + R_p - R_l + F \\ m\ddot{x}_v = C_1(-y_v + \varphi_v l) + C_2(-y_v - \varphi_v l) \\ I\ddot{\varphi}_v = C_1 l(-y_v + \varphi_v l) + C_2 l(-y_v - \varphi_v l) - R_p h_R + R_l h_R + F h_F = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Произведя математические преобразования и проинтегрировав систему методом Эйлера, получим уравнения колебаний кузова вагона.

$$\left\{ \begin{aligned} x_{v|t+dt} &= x_{v0} + v_{xv0} dt \\ y_{v|t+dt} &= y_{v0} + v_{yv0} dt \\ \varphi_{v|t+dt} &= \varphi_{v0} + \omega_{v0} dt \\ v_{xv|t+dt} &= v_{xv0} + \frac{1}{m} (G_1(-x_{v0}) - G_2x_{v0} + R_p - R_l + F) dt \\ v_{yv|t+dt} &= v_{yv0} + \frac{1}{m} (C_1(-y_{v0} + \varphi_{v0} l) + C_2(-y_{v0} - \varphi_{v0} l) + F_v) dt \\ \omega_{v|t+dt} &= \omega_{v0} + \frac{1}{I} (C_1 l(\varphi_{v0} l - y_{v0}) + C_2 l(-y_{v0} - \varphi_{v0} l) - R_p h_R + R_l h_R + F h_F) dt \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Для дальнейшего расчёта необходимо определить координаты центра масс системы и момент инерции относительно продольной оси вагона  $z$ . Горизонтальная координата центра масс находится в середине сечения вагона и будет определяться как:

$$x = l. \quad (5)$$

Вертикальную координату центра масс можно найти по формуле:

$$y = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i}, \quad (6)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го элемента системы;  $y_i$  – вертикальная координата центра масс  $i$ -го элемента системы.

Момент инерции определяется по теореме Штейнера:

$$I_z = \sum (I_{z_i} + m_i \cdot y_i^2), \quad (7)$$

где  $I_{z_i}$  – момент инерции  $i$ -го элемента системы.

Элементы системы следующие:

1. Котёл цистерны – представляет собой тонкостенный полый цилиндр из оргстекла  $1190 \text{ кг/м}^3$ .

$$y_{ком} = \rho L \left( \pi (R + \delta)^2 - \pi R^2 \right), \quad (8)$$

где:  $\rho = 1190 \text{ кг/м}^3$  – плотность оргстекла;  $\delta = 0,006 \text{ м}$  – толщина оболочки котла;  $L = 0,109 \text{ м}$  – длина котла цистерны.

Вертикальная координата центра масс котла цистерны находится в центре его поперечного сечения и равна его радиусу, относительно начала отсчёта (см. рис. 8). Момент инерции котла будет определяться следующим образом:

$$I_{z_{ком}} = m_{ком} R^2. \quad (9)$$

2. Хребтовая балка – швеллер 6.5, погонная масса 5,9 кг/м в соответствии ГОСТ 8240-97. Длину хребтовой балки примем равной длине котла. Хребтовая балка находится ниже начала отсчёта, поэтому координата её центра масс будет определяться по формуле:

$$y_{\text{хреб}} = -\delta - 0,045 - y_{\text{гост}}, \quad (10)$$

где  $y_{\text{гост}}$  – стандартное расстояние от верхней стенки швеллера до его центра масс. Поскольку ширина хребтовой балки мала относительно диаметра котла цистерны, определим её момент инерции как для балки прямоугольного сечения:

$$I_{z_{\text{хреб}}} = \frac{m_{\text{хреб}}(L^2 + b^2)}{12}. \quad (11)$$

3. Жидкость – центр масс жидкости можно определить как центр масс полукруга, поскольку цистерна наполнена жидкостью наполовину:

$$y_{\text{жс}} = R - \frac{4R}{\pi}. \quad (12)$$

Момент инерции полуцилиндра определяется следующим образом:

$$I_{z_{\text{жид}}} = \rho V R^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2} \right), \quad (13)$$

где  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  – плотность жидкости;  $V = \frac{1}{2} \pi R^2 L$  – занимаемый жидкостью объём.

Значения центров масс и моментов инерции каждого элемента сведём в таблицу 2.

Таблица 2.

Центры масс элементов системы

$i$	Элемент	Обозначение центра масс на рис. 8	$m$ , кг	$y$ , м	$I_z$ , кг·м <sup>2</sup>
1	Котел цистерны	$a$	6,426	0,109	0,085
2	Хребтовая балка	$b$	6,372	-0,175	0,624
3	Жидкость	$c$	20,145	0,063	0,077

Теперь определим центр масс по формуле (6):  $y = 0,026 \text{ м}$  и момент инерции всей системы по формуле (7):  $I_z = 0,808 \text{ кг·м}^2$ .

Жёсткость резиновых опор была определена экспериментальным образом с помощью статической нагрузки. Результаты измерения жёсткости приведены на рисунке 9:

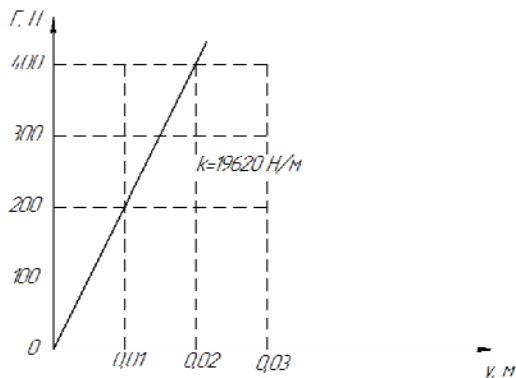


Рис. 9. Определение жёсткости резиновой опоры

При данном уровне нагрузки вертикальная жёсткость опор имеет линейную характеристику. Горизонтальную жёсткость опор будем считать равной этому же значению. Тогда суммарные расчётные жёсткости будут равны:

$$C_1 = C_l = G_1 = G_2 = 39240 \text{ Н/м}.$$

Параметры колебаний жидкости определяются в соответствии со следующей моделью:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a_x - g \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} = a_y - g \\ \frac{\partial h}{\partial t} = -dy \frac{\partial \sum_{y=0}^h u}{\partial x} \end{cases} \quad (14)$$

где:  $a_x$  – горизонтальное ускорение, переданное жидкости;  $a_y$  – вертикальное ускорение, переданное жидкости;  $u$  – горизонтальная скорость жидкости;  $v$  – вертикальная скорость жидкости;  $h$  – уровень свободной поверхности.

Ускорения, определяются исходя из ускорений кузова вагона:

$$a_x = -a_{xv} + \varepsilon_v \cdot AM \cdot \sin \alpha - \omega_v^2 \cdot AM \cdot \cos \alpha, \quad (15)$$

$$a_y = -a_{yv} + \varepsilon_v \cdot AM \cdot \cos \alpha - \omega_v^2 \cdot AM \cdot \sin \alpha, \quad (16)$$

где:  $AM$  – расстояние от точки жидкости до центра масс системы;  $\alpha$  – угол расположения точки жидкости, относительно центра масс

$$AM = \sqrt{(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2}. \quad (17)$$

Силы давления жидкости на стенки котла цистерны определяются следующим образом:

$$R_p = \int_0^h \left( \rho \cdot g \cdot h_{i-m} + \frac{\rho u_{i-m-1;j}^2}{2} \right) \cdot L dy, \quad (18)$$

$$R_l = - \int_0^h \left( \rho \cdot g \cdot h_{i-0} - \frac{\rho u_{i-1;j}^2}{2} \right) \cdot L dy, \quad (19)$$

где:  $L$  – длина котла цистерны;  $h_i$  – уровень жидкости в плоскости правой и левой стенок котла цистерны;  $u_{ij}$  – горизонтальная скорость жидкости в плоскости боковой стенки котла цистерны.

Сила давления жидкости на каждом шаге расчёта учитывается при определении ускорений кузова вагона, которые в свою очередь задают ускорения жидкости.

Рассмотрим эксперимент. Макету вагона-цистерны, наполовину заполненной водой, задавались колебания боковой качки в соответствии с расчётной схемой, приведённой на рисунке 8. Колебания были доведены до резонанса. Исходные данные опыта следующие:

Таблица 3

**Исходные данные опыта «Боковая качка»**

№ Опыта	Частота, с <sup>-1</sup>	Циклическая частота, рад <sup>-1</sup>	Амплитуда, м	Примечание
1	1,7	10,7	1-2	Резонанс

Поскольку для моделирования колебаний необходимо подобрать раскачивающую силу  $F$ , добьёмся таких же значений в математической модели. Сила  $F$  будет задаваться следующим образом:

$$F = a \sin(\omega \cdot t), \quad (20)$$

где:  $a$  – амплитуда колебаний силы,  $\omega$  – циклическая частота.

Необходимо смоделировать колебания системы таким образом, чтобы амплитуда колебаний вагона совпала с экспериментальным значением, и при этом наблюдался резонанс. Данное условие выполняется при исходных данных для расчета, представленных в таблице 4.

Таблица 4.

**Исходные данные для расчета «Боковой качки»**

Циклическая частота, рад <sup>-1</sup>	Амплитуда, м	Раскачивающая сила, Н	Примечание
11,5	2	60	Резонанс

Расхождение по частоте, относительно экспериментальных данных, составляет 7%, что вполне допустимо.

Рассмотрим форму свободной поверхности жидкости в цистерне. На рисунке 10 показана свободная поверхность жидкости при опыте.



Рис.10. Свободная поверхность жидкости при боковой качке

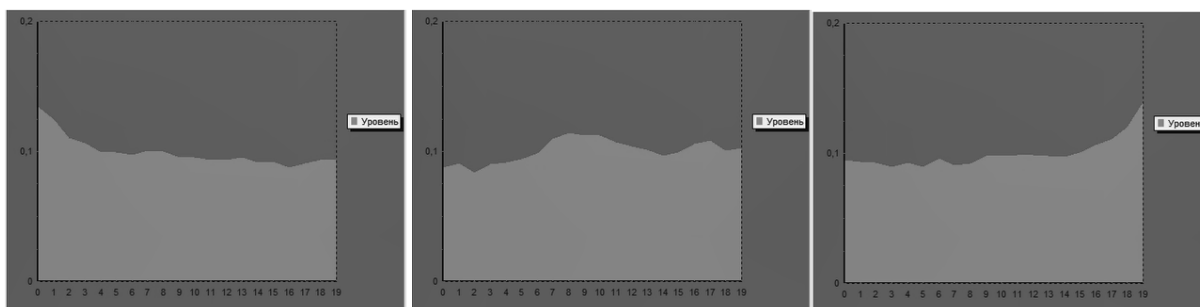


Рис. 11. Свободная поверхность жидкости при боковой качке. Данные математической модели

Рассмотрим также те же изображения, но по данным математической модели. Данные математической модели изображены на рисунке 11.

По изображениям можно отметить, что данные математической модели соответствуют данным эксперимента.

Теперь по аналогии с прошлым опытом определим угол отклонения свободной поверхности от горизонтального положения и сопоставим их графики (рис. 12).

В целом, оба графика соответствуют друг другу, а незначительные расхождения объясняются погрешностью проведения измерений.

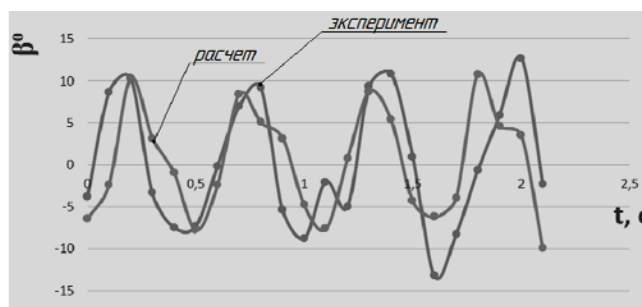


Рис.12. Зависимость угла поворота свободной поверхности от времени при боковой качке

## Выводы

Для оценки итогов о проделанной работе и формулировки выводов представим основные параметры колебаний вагона и жидкости при экспериментальном исследовании и расчёте процесса в виде таблицы 5.

По данным таблицы 5 видно, что параметры колебаний жидкости соответствуют колебаниям вагона, однако результаты опыта и расчёта имеют некоторое расхождение. Определим расхождение результатов, полученных опытным путем, с расчётными данными относительно

результатов, полученных из математической модели колебаний жидкости. Значения разницы представим в процентах и сведём в таблицу 6.

При опыте со спокойными колебаниями бокового отбоя наблюдается небольшое отклонение по частоте. Амплитудные же максимумы существенно превышают расчётные, это вызвано тем, что колебания макета цистерны задавались вручную. При совокупной оценке графика колебаний (см. рис. 4) можно констатировать достаточное соответствие опытного и расчётного графиков.

Таблица 5.

### Результаты исследования

Параметр Опыт	Колебания вагона		Колебания жидкости			
	Частота колебаний, с <sup>-1</sup>	Амплитуда колебаний, м (для боковой качки – град.)	Средняя частота опытная, с <sup>-1</sup>	Частота расчётная, с <sup>-1</sup>	Средняя амплитуда опытная, м	Расчётная амплитуда, м
Спокойные колебания (бок. отн.)	0,45	0,075	0,48	0,45	6,11	4,12
Резонанс (бок. отн.)	2	0,0115	1,67	2	Общая	30,6
					Уст. режим	34,09
Боковая качка	1,7	2	0,6	0,53	10,36	8,54

Таблица 6.

### Расхождение результатов опыта с результатами расчёта

Параметр Опыт	Расхождение по частоте	Расхождение по амплитуде	
		Общая амплитуда	Установившийся режим
Спокойные колебания (боковой относ)	6,6%	48,3%	
Резонанс (боковой относ)	-16,5%	-21,9%	-12,3%
		21,3 %	
Боковая качка	13,2 %	21,3 %	

При резонансе наибольшее отклонение наблюдается у общей амплитуды в меньшую сторону, что обусловлено ровно одним фактом, а именно участком разгона колебаний, что аналогично предыдущему опыту, может иметь отклонение от расчёта по причине ручной задачи колебаний цистерны. В целом также графики опытного варианта и расчётного соответствуют друг другу, а расхождения частот и амплитуд не столь критичны.

При боковой качке имеются небольшие расхождения, которые вполне допустимы в виду погрешности измерений показателей эксперимента.

Таким образом, по итогам проделанной работы можно сделать вывод, что разработанная математическая модель в достаточной мере отражает реальные колебания жидкости, что делает её работоспособной и применимой при оценке влияния жидкости на общую поперечную динамику цистерн с неполным наливом.

## Литература

1. Черкашин, Ю. М. Динамика наливного поезда [Текст] / Ю. М. Черкашин. – М.: Транспорт, 1975. – 136 с.
2. Беспалько, С. В. Разработка и анализ моделей повреждающих воздействий на котлы цистерн для перевозки криогенных продуктов [Текст]: дис. ... доктора техн. наук: 05.22.07 / Беспалько Сергей Валерьевич. – М., 2000. – 427 с.

3. Богачев В.И. Моделирование процесса развития внутреннего давления в котле цистерны и напряжённого состояния днища при маневровом соударении [Текст] дис. ... кандидата техн. наук: 05.22.07/ Богачев Вячеслав Иванович – М., 2014. – 173с.

4. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью. - М., «Машиностроение», 1968. – 540 с.

5. Бороненко Ю.П. Исследование субгармонических колебаний жидкого груза в цистерне// Труды Ленингр. ин-та инж. трансп. – 1977. – Вып. 417.– С. 21–27.

6. Красников А.В. Экспериментальное исследование продольных колебаний жидкости в горизонтально расположенной цилиндрической ёмкости// Исследования по динамике рельсовых экипажей (19-й выпуск трудов семинара по механике): Труды ДИИТа. – Днепропетровск, 1973. – Вып. 152.– С.95–97.

7. Биличенко Ю.Н., Богомаз Г.И. Исследования динамических процессов при колебаниях жидкости в баках// Нагруженность и надёжность механических систем: Сб. научн. трудов АН УССР.– К., 1987. – С. 67–70.

8. Богомаз Г.И. Колебания жидкости в баках (методы и результаты экспериментальных исследований)/ Богомаз Г.И., Сирота С.А. – Днепропетровск: НАН Украины и НКА Украины, Институт технической механики, 2002. – 306 с.

9. Khezzar L., Seibi A.C., Goharzadeh A. Water Sloshing in Rectangular Tanks – An Experimental Investigation & Numerical Simulation // International Journal of Engineering (IJE). - 2009. – Volume 3, Issue 2. – PP. 174 – 184.

10. Bauer H.F. Nonlinear mechanical model for the description of propellant sloshing // AIAA Journal. – 1966. – Vol.4, №9. – PP. 1662–1668.

11. Громаков М.С. Математическая модель колебаний жидкого груза в котле цистерны при боковом оттоке // Современные проблемы железнодорожного транспорта: сборник трудов по результатам международной интернет-конференции 21-22 марта 2019 г., Российский университет транспорта/ Москва. - 2018. - Т.1. - С. 268-273.

12. Громаков М.С. Колебания бокового оттока цистерны с учетом динамики жидкого груза/ М.С. Громаков, С.В. Беспалько, К.А. Сергеев, Д.Ю. Карев// Наука и техника транспорта. – 2020. – № 2. – С. 13–21.

#### Сведения об авторах

**Громаков Максим Сергеевич**, аспирант ФГАОУ ВО Российский университет транспорта (МИИТ) – 127994, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9, РУТ (МИИТ)

Тел. моб. +79258418591моб.

E-mail: maksimgromakov3011@gmail.com.

**Беспалько Сергей Валерьевич**, доктор технических наук, профессор, ФГАОУ ВО Российский университет транспорта. РУТ – МИИТ,

127994 г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9, РУТ – МИИТ.

Тел. моб. +79055858536

E-mail: besp-alco@yandex.ru.

**Корниенко Нина Амосовна**, кандидат технических наук, доцент, ФГАОУ ВО Российский университет транспорта (МИИТ)–

127994, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9, РУТ-МИИТ.

Тел. моб. +79067833455

E-mail: Kornienkonina67@yandex.ru.

**Колокольчикова Любовь Владиславовна**, студент ФГАОУ ВО Российский университет транспорта. РУТ-МИИТ,

127994г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9, РУТ – МИИТ.

Тел. моб. +79031770793

E-mail: koloklyuba@yandex.ru.