

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ УПРУГОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Кандидат техн. наук, старший научный сотрудник **Замыслов М.А.**,
кандидат техн. наук, доцент **Мальцев А.М.**,
кандидат техн. наук, старший научный сотрудник **Михайленко С.Б.**,
Штанькова Н.В.
(Военный учебно-научный центр ВВС «Военно-воздушная академия
имени проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»)

MATHEMATICAL MODEL FOR RESEARCH OF STATISTICAL CHARACTERISTICS OF LONGITUDINAL MOVEMENT OF THE ELASTIC AIRCRAFT

M.A. Zamyslov, Ph.D. (Tech.), Senior Researcher,
A.M. Maltsev, Ph.D. (Tech.), Associate Professor,
S.B. Mikhaylenko, Ph.D. (Tech.), Senior Researcher,
N.V. Shtankova
(Military Air Force Training and Research Center “Air Force Academy
named after Professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin”)

Математическая модель, статистические характеристики, жесткий летательный аппарат, упругий летательный аппарат, продольное движение, автопилот тангажа.

Mathematical model, statistical characteristics, rigid aircraft, elastic aircraft, longitudinal movement, pitch autopilot.

Рассматривается вариант построения математической модели для исследования статистических характеристик продольного движения упругого летательного аппарата с автоматом продольного управления. Приводятся результаты сравнения статистических характеристик продольного движения, полученных с использованием статистических моделей жесткого и упругого летательного аппарата, разработанных в среде Simulink программы MATLAB.

In article the variant of construction of mathematical model for research of statistical characteristics of longitudinal movement of an elastic aircraft with the pitch autopilot of longitudinal management is considered. Results of comparison of statistical characteristics of the longitudinal movement received with use of statistical models of a rigid and elastic aircraft, developed in the environment of Simulink programs MATLAB are resulted.

Введение

В настоящее время большой интерес представляет исследование особенностей пространственного движения летательных аппаратов (ЛА) с учетом упругих (изгибных) колебаний их конструкции [1-4]. Это обусловлено тем, что безопасность полета любого типа ЛА в существенной степени зависит от состояния элементов его конструкции (фюзеляжа, крыльев, стабилизатора и органов управления). При этом допущение об абсолютной жесткости конструкции, принимаемое обычно в большинстве работ, например в [5-8], при моделировании систем не совсем адекватно отражает зависимость параметров полета ЛА от состояния (колебаний) элементов их конструкции. В реальности ЛА упруги и их отдельные элементы (части) подвергаются деформации под воздействием внешних сил. Сложное взаимодействие аэродинамических нагрузок, обусловленных как внешними воздействиями, так и управляющими воздействиями экипажа, и упругости конструкции ЛА, обычно называемое аэроупругостью [4], приводит к изменению аэродинамических сил и моментов, воздействующих на элементы его планера, приращение которых, в свою очередь, ведет к изменению величины и характера этих деформаций. Такие изменения, в ряде случаев, могут привести к появлению режима незату-

хающих упругих колебаний и даже к разрушению элементов планера ЛА.

Природа и математические модели таких упругих колебаний конструкции (фюзеляжа) ЛА подробно рассматривались в ряде известных работ [1-3].

Рассмотрим одну из наиболее известных моделей таких упругих колебаний фюзеляжа ЛА, предложенную в [3]. Эта модель учитывает наличие силы, сосредоточенной в какой-то точке конструкции ЛА, и, например, для силы, создаваемой рулевой поверхностью, формализуется следующим образом [3]:

$$U(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(x) \cdot r_i(t), \quad (1)$$

где $U(x, t)$ - мгновенное отклонение (прогиб) точки с координатой x в направлении нормальной оси OY по отношению к жесткому ЛА;

$\varphi_i(x)$ - функция формы i -го тона изгибных колебаний;

$r_i(t)$ - функция, описывающая колебания i -го тона во времени.

Функция $r_i(t)$, с достаточной для практики точностью, задается следующим дифференциальным уравнением

$$\ddot{r}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{r}_i + \omega_i^2 r_i = k_i \varphi_i(x_p) \delta_p(t), \quad k_i = K_p / M_i, \quad (2)$$

где ω_i, ξ_i – частота изгибных колебаний и коэффициент демпфирования изгибных (упругих) колебаний соответственно;

$\delta_p(t), x_p, K_p$ – отклонение рулевого органа, координата точки приложения управляющего воздействия и коэффициент пропорциональности соответственно;

M_i – обобщенная масса фюзеляжа [4].

В [3] показано, что при использовании модели (1), уравнений динамики короткопериодического продольного движения ЛА как твердого (жесткого) тела и в предположении, что датчик угловой скорости (ДУС) продольного канала воспринимает сумму скорости тангажа жесткого ЛА ($\dot{\mathcal{G}}$) и угловой скорости элементов упругой линии в месте установки ДУС ($\dot{\mathcal{G}}_{uz}$) передаточная функция такого упругого ЛА по скорости тангажа может быть представлена в следующем виде :

$$W_{\dot{\mathcal{G}}_z}^B = \frac{\dot{\mathcal{G}}_z(p)}{-\delta_p(p)} = \frac{K_g^B \cdot \omega_a^2 \cdot (T_\theta \cdot p + 1)}{p^2 + 2 \cdot \xi_a \cdot \omega_a \cdot p + \omega_a^2} \cdot \prod_{i=1}^{\infty} \tilde{K}_i \cdot \frac{p^2 + 2 \cdot \tilde{\xi}_i \cdot \tilde{\omega}_i \cdot p + \tilde{\omega}_i^2}{p^2 + 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i \cdot p + \omega_i^2}, \quad \tilde{K}_i = \frac{\omega_i^2}{\tilde{\omega}_i^2}, \quad (3)$$

где $W_{\dot{\mathcal{G}}_z}^B$ – передаточная функция продольного канала;

$\dot{\mathcal{G}}_z$ – суммарная скорость тангажа; δ_p – перемещение органа управления ЛА (руля высоты);

T_θ – постоянная времени ЛА, характеризующая его маневренность в продольном движении;

K_g^B – коэффициент пропорциональности по угловой

скорости тангажа $\dot{\mathcal{G}}$;

K – передаточные числа соответствующих динамических элементов;

ω_a – частота недемпфированных короткопериодических колебаний ЛА;

ξ_a – логарифмический декремент затухания колебаний;

ω_i, ξ_i – собственная частота и коэффициент демпфирования i -го тона упругих колебаний конструкции ЛА соответственно;

$\tilde{K}_i, \tilde{\omega}_i, \tilde{\xi}_i$ – параметры эквивалентных передаточных функций от упругих колебаний i -х тонов к скорости тангажа, полученные после преобразования параллельного соединения динамических звеньев в их последовательное соединение;

p – оператор дифференцирования.

С использованием выражения (3) в работах [3-4] исследовались частотные характеристики короткопериодического продольного движения упругого ЛА. Были определены логарифмические амплитудно-частотные (ЛАЧХ) и фазо-частотные характеристики (ФЧХ), соответствующие рассматриваемой передаточной функции с учетом первого и второго тонов изгибных колебаний, проведен их анализ и сравнение с характеристиками жесткого ЛА. В [9] с использованием имитационных моделей жесткого и упругого ЛА было проведено сравнение их переходных характеристик и определены

такие значения параметров упругих колебаний, при которых происходит деформация ПХ продольного канала, приводящая к ухудшению динамических свойств ЛА. При этом считалось, что параметры упругих колебаний конструкции ЛА (коэффициенты передачи, собственные частоты и коэффициенты демпфирования i -х тонов колебаний) носят детерминированный характер. В то же время случайные изменения параметров упругих колебаний рассматриваемых тонов могут привести к ухудшению качества переходных процессов в замкнутом контуре продольного движения и усложнению процесса пилотирования ЛА. Представляет интерес также учет более высоких тонов изгибных колебаний, например третьего тона, и определение таких параметров этих колебаний при которых проявляются существенные изменения ПХ и статистических характеристик.

Поэтому разработка математических моделей для исследования статистических характеристик упругого ЛА, необходимых для корректного моделирования движения ЛА с учетом его упругих свойств, является важной задачей, направленной на дальнейшее повышение безопасности полетов в условиях влияния как управляющих воздействий пилота, так и внешних возмущений.

Для решения этой задачи будем использовать типовую математическую модель продольного движения жесткого ЛА с автопилотом тангажа с жесткой обратной связью, внутренним контуром которого является автомат демпфирования (демпфер тангажа), предназначенный для искусственного повышения демпфирующих свойств ЛА в короткопериодическом движении. При этом обеспечивается снижение степени колебательности реакции ЛА на отклонение органов (рычагов) управления и уменьшение длительности переходных процессов управления угловыми движениями ЛА [5].

Рассмотрим более подробно модель короткопериодического продольного движения ЛА с автопилотом тангажа с ЖОС и автоматом демпфирования [3,4].

Типовая модель канала продольного движения жесткого летательного аппарата с автопилотом тангажа с жесткой обратной связью и демпфером тангажа

Математическая модель процесса короткопериодического движения ЛА по скорости тангажа разработана в [3,4] с использованием линеаризованных уравнений продольного движения ЛА. В этой модели, описывающей работу автопилота тангажа с жесткой обратной связью, угловая скорость тангажа $\dot{\mathcal{G}} = \omega_z$ определяется следующими соотношениями [6-9]:

$$\dot{\mathcal{G}}(p) = -\delta_B(p) \cdot W_{\omega_z}^B(p);$$

$$W_{\omega_z}^B(p) = \frac{K_g^B \cdot \omega_a^2 \cdot (T_\theta \cdot p + 1)}{p^2 + 2 \cdot \xi_a \cdot \omega_a \cdot p + \omega_a^2}, \quad (4)$$

где $K_g^B = K_{\omega_z}^B = K_\alpha^B \cdot T_\theta^{-1}$; $T_\theta = -\frac{1}{a_y^\alpha}$; $K_\alpha^B = -\frac{a_{m_z}^{\delta_B}}{\omega_a^2}$;

$$a_y^\alpha = -\frac{C_{y_\alpha}^\alpha}{2 \cdot \tau_a} - \frac{P \cdot \cos \alpha}{m \cdot V}, \quad \tau_a = \frac{m}{\rho \cdot V \cdot S};$$

$$a_{m_z}^{\delta_B} = \chi \cdot m_z^{\delta_B}; \quad \chi = \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot S \cdot \frac{b_A}{I_z};$$

p – оператор дифференцирования;

δ_B – перемещение органа управления ЛА (руля высоты);

$W_{\omega_z}^B(p)$ – передаточная функция, связывающая скорость тангажа $\omega_z = \dot{\vartheta}$ с отклонением органа управления тангажом;

θ, α, V – угол наклона траектории полета, угол атаки и скорость полета ЛА соответственно;

T_θ – постоянная времени ЛА, характеризующая его маневренность в продольном движении;

K_α^B – коэффициент пропорциональности по углу атаки α ;

$a_{y_\alpha}^\alpha$ – коэффициент, характеризующий степень влияния угла атаки α на подъемную силу y ;

$m_z^{\delta_B}$ – коэффициент эффективности органа управления тангажом (производная коэффициента аэродинамического момента тангажа по углу отклонения органа управления);

$C_{y_\alpha}^\alpha$ – производная коэффициента аэродинамической нормальной силы по углу атаки; ρ, P – плотность атмосферы и тяга двигателя ЛА соответственно;

$\omega_\omega, \zeta_\alpha$ – частота недемпфированных короткопериодических колебаний ЛА и логарифмический декремент затухания колебаний соответственно;

m – масса ЛА;

S, b_A – площадь и средняя аэродинамическая хорда крыла соответственно;

I_z – момент инерции ЛА относительно поперечной оси.

Жесткой отрицательной обратной связи по угловой скорости, чаще всего применяемой для демпфирования угловых колебаний ЛА, соответствует передаточная функция [3]

$$W_{oc}(p) = K_B^{\omega_z},$$

где $K_B^{\omega_z}$ – передаточное число (коэффициент усиления демпфера), показывающее, на какой угол автомат отклонит руль высоты при изменении угловой скорости тангажа ω_z на единицу.

Структурная схема рассматриваемого канала продольного движения приведена на рис.1 [3,4]. Такой канал мы и будем использовать ниже при разработке статистической модели.

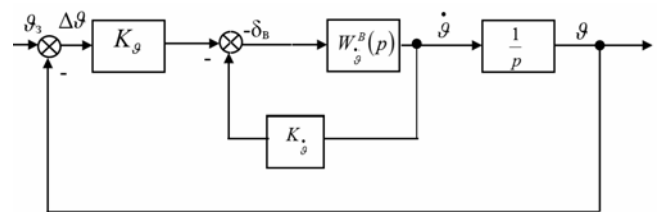


Рис. 1. Структурная схема канала продольного движения ЛА с автопилотом тангажа с ЖОС

Как видно из рис.1, демпфер тангажа по сигналу угловой скорости является внутренним контуром автомата продольного управления.

С использованием схемы (рис.1) в программной среде *Simulink* программы *MATLAB* [13,14] была разработана статистическая имитационная модель канала продольного управления ЛА с автопилотом тангажа, показанная на рис. 2. Рассмотрим ее краткое описание.

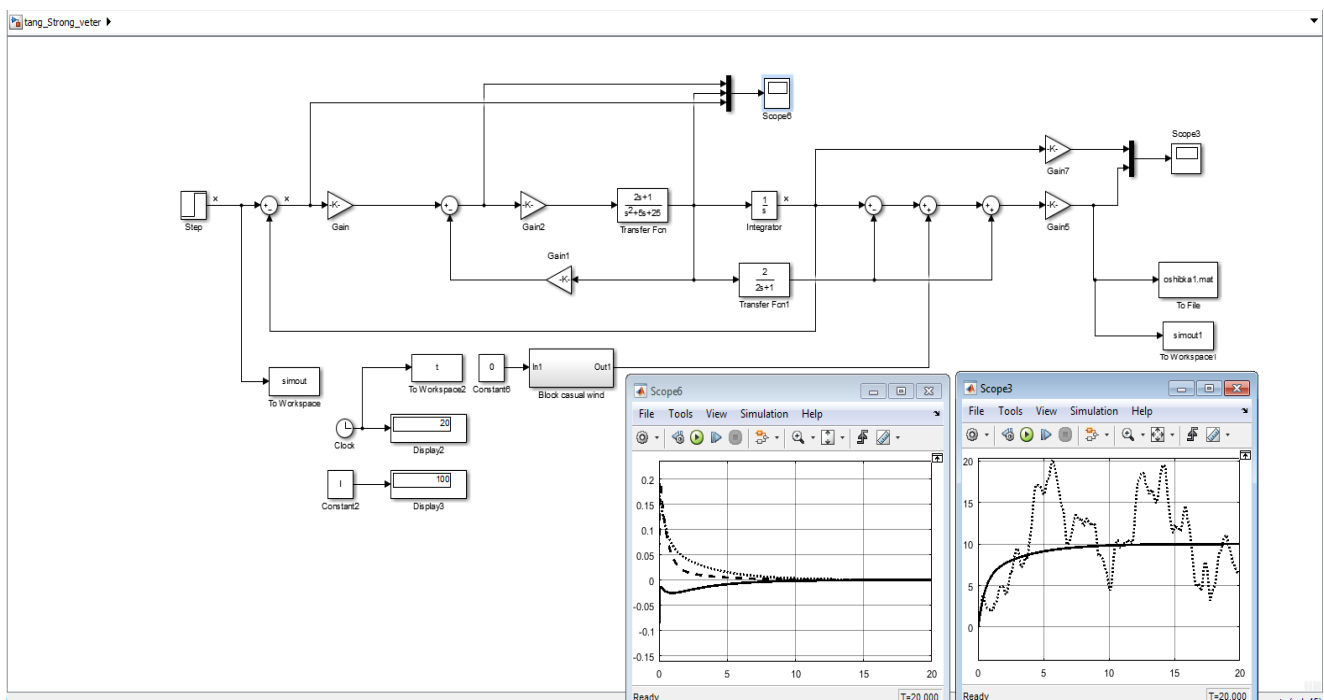


Рис. 2. Структурная схема статистической модели канала продольного движения ЛА с автопилотом тангажа, разработанная в среде расширения *Simulink* программы *MATLAB*

Описание статистической имитационной модели канала продольного управления ЛА с автопилотом тангажа

Имитационная статистическая модель канала продольного движения ЛА (канала управления тангажом ЛА), внутренним контуром которого является демпфер тангажа, разработана с использованием структурной схемы, изображенной на рис. 1, и приведенных выше выражений для динамических элементов. Модель разработана для сигналов текущего отклонения угла тангажа ЛА от заданного значения ($\Delta\theta$) с использованием получивших широкое распространение методов теории случайных процессов и автоматического управления [6-11].

Структурная схема статистической модели канала продольного движения ЛА с автопилотом тангажа с ЖОС и демпфером тангажа, разработанная в среде расширения *Simulink* программы *MATLAB*, и осциллограммы процессов в различных точках замкнутой системы приведены на рис. 2. Эта модель разработана для исследования статистических характеристик канала продольного движения упругого ЛА с автопилотом тангажа, таких как математическое ожидание (МО) и среднеквадратическое значение ошибок (СКО) отработки угла тангажа ЛА.

На рис. 2 блок «Step» задает единичное ступенчатое воздействие для исследования реакции на него модели продольного канала. Блок «Transfer Fcn» представляет собой динамическое звено канала продольного движения ЛА по скорости тангажа, а блок «Transfer Fcn 1» - по углу атаки. Коэффициенты усиления блоков «Gain», «Gain 1», «Gain 2» и «Gain 5», соответствующие передаточным числам контура продольного движения, подобраны так, чтобы обеспечить приемлемое качество регулирования и вид ПХ для типового режима полета ЛА [4]. Их значения равны: $Gain=-37.5$, $Gain1=-0.5$, $Gain2=-0.7$, $Gain5=Gain7=57.3$, а сигнал на выходе блока «Step» - $10/57.3$. В модели блок «Block casual wind» формирует значения случайных порывов ветра, обусловленных атмосферной турбулентностью. Блоки «Display» отображают цифровую информацию (текущее время моделирования и номер реализации), блоки «Scope» - виртуальные осциллографы, предназначенные для наблюдения переходных процессов в различных точках схемы. Блоки «To File» передают сигнал в

другую модель, а «To Workspace» - передают информацию в рабочую область *MATLAB*.

При моделировании рассматривались следующие гипотетические условия полета и характеристики жесткого ЛА, достаточные для понимания существа вопроса: $H=1000$ м, $V=139$ м/с, $m=30000$ кг, $S=50$ м², $b_A=P_{00}=2.62 \cdot 10^5$ Н, $C_{y_a}^\alpha=4.6$, $\omega_a=5$, $\xi_a=0.5$, $K_\alpha^B=4.62$, $K_g^B=1.5$, $\tau_a=3.9$, $T_\theta=2$. [4].

Кроме того, считалось, что случайные порывы ветра, влияющие на направление полета ЛА, воздействуют на вектор угла наклона траектории θ , то есть на управляемое движение ЛА. При этом угол наклона траектории θ_t , являющийся выходом модели канала продольного движения ЛА, представляет собой сумму угла $\theta_{оп}$, определяемого командами управления, и случайного угла θ_B , обусловленного воздействием ветровых возмущений: $\theta_t = \theta_{оп} + \theta_B$.

Скорость случайных порывов ветра моделируется как случайный процесс с выхода формирующего фильтра (ФФ), на вход которого подается стандартный белый шум с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Передаточная функция такого ФФ задается выражением вида [12]:

$$W_{\phi\phi}(p) = \frac{\sqrt{2 \cdot \tau_B \cdot \sigma_B}}{\tau_B \cdot p + 1}, \quad (4)$$

а зависимость случайного приращения θ_B угла наклона траектории θ от скорости порывов ветра ζ_B выражением:

$$\theta_B = \frac{\xi_B}{(T_\theta \cdot p + 1) \cdot V}, \quad (5)$$

где σ_B , τ_B - среднеквадратическое отклонение случайных порывов ветра и время корреляции.

Реализация блока «Block casual wind» в среде расширения *Simulink* [13] программы *MATLAB* показана на рис. 3, а программы статистической обработки выходных сигналов имитационной модели канала продольного движения жесткого ЛА в среде *MATLAB* [14] на рис. 4.

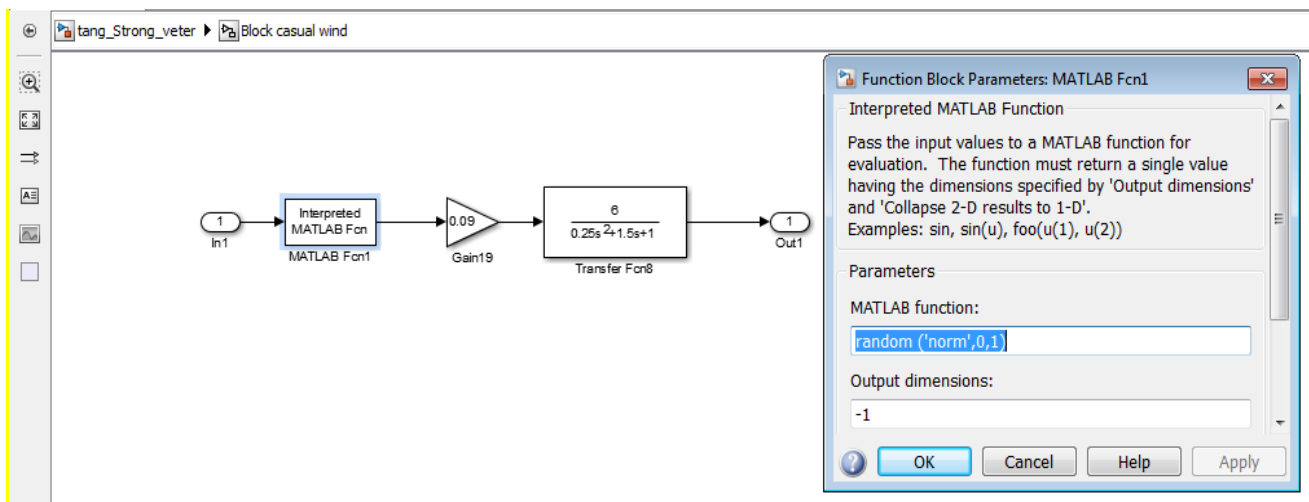


Рис.3. Реализация в среде расширения *Simulink* программы *MATLAB* блока формирования значений случайных порывов ветра «Block casual wind»

```

Editor - I:\bin\Статист_модели\Стат_мод_жест_ЛА\StModStrong_vet.m
StModStrong_vet.m
1 - clear
2 - nr=100
3 - c=6;
4 - a=0.1
5 - open_system('tang_Strong_veter')
6 - for I=1:nr
7 -     sim('tang_Strong_veter')
8 -     Tt{I}=simout1;
9 - end
10 - sumTt=Tt{1};
11 - for I=2:nr
12 -     sumTt=sumTt+Tt{I};
13 - end
14 - matoge=sumTt./nr;
15 - sigma2=(Tt{1}-matoge).^2;
16 - for I=2:nr
17 -     sigma2=sigma2+(Tt{I}-matoge).^2;
18 - end
19 - sko=(sigma2./(nr-1)).^0.5;
20 - plot(t,matoge,'-r',t,sko,'-g')

```

Рис. 4. Реализация в среде *MATLAB* программы статистической обработки выходных сигналов имитационной модели канала продольного движения жесткого ЛА

Результаты моделирования в среде *Simulink*, полученные при принятых исходных данных, приведены на рис. 2 в виде осциллограмм (*Scope6* и *Scope3*) реализаций сигналов в различных точках модели. На осциллографе *Scope6* показаны графики одной реализации сигналов в различных точках продольного канала (контура угловой скорости тангажа). Сплошной линией показан сигнал ошибки тангажа, точечной линией – сигнал ошибки внутреннего контура (автомата демпфирования), а пунктирной линией – сигнал угловой скорости

тангажа $\omega_z = \dot{\vartheta}$. На осциллографе *Scope3* показаны графики одной реализации сигналов на выходе канала: сплошной линией – сигнал угла тангажа при отсутствии ветровых возмущений, а точечной линией – при воздействии случайных порывов ветра с СКО $\sigma_B = 6$ м/с.

Таким образом, математическая модель описывает динамику процессов функционирования канала продольного движения ЛА с автопилотом тангажа с ЖОС и может быть использована для оценки статистических характеристик (МО, СКО) канала продольного движения и их сравнения с характеристиками упругого ЛА. Для оценки динамических свойств и устойчивости моделируемого канала были определены не только его переходные характеристики (рис. 5б), но и амплитудно-

частотные и фазо-частотные характеристики с использованием пакета *Linear Analysis Tool* программы *Simulink* (рис. 5а).

Зависимости, представленные на рис.5, свидетельствуют об устойчивости, приемлемых динамических свойствах системы и подтверждают работоспособность модели.

На основе разработанной выше модели будем строить статистическую имитационную модель канала продольного движения упругого ЛА.

Статистическая имитационная модель канала продольного движения упругого летательного аппарата

На основе статистической модели жесткого ЛА (рис. 2) с использованием передаточной функции упругого ЛА по скорости тангажа (3) была разработана статистическая имитационная модель канала продольного движения упругого ЛА с автопилотом тангажа, учитывающая первые три тона изгибных колебаний фюзеляжа. Фрагмент интерфейса расширения *Simulink* программы *MATLAB* с разработанной моделью канала продольного движения (управления тангажом полета) упругого ЛА и базовой моделью жесткого ЛА приведен на рис. 6.

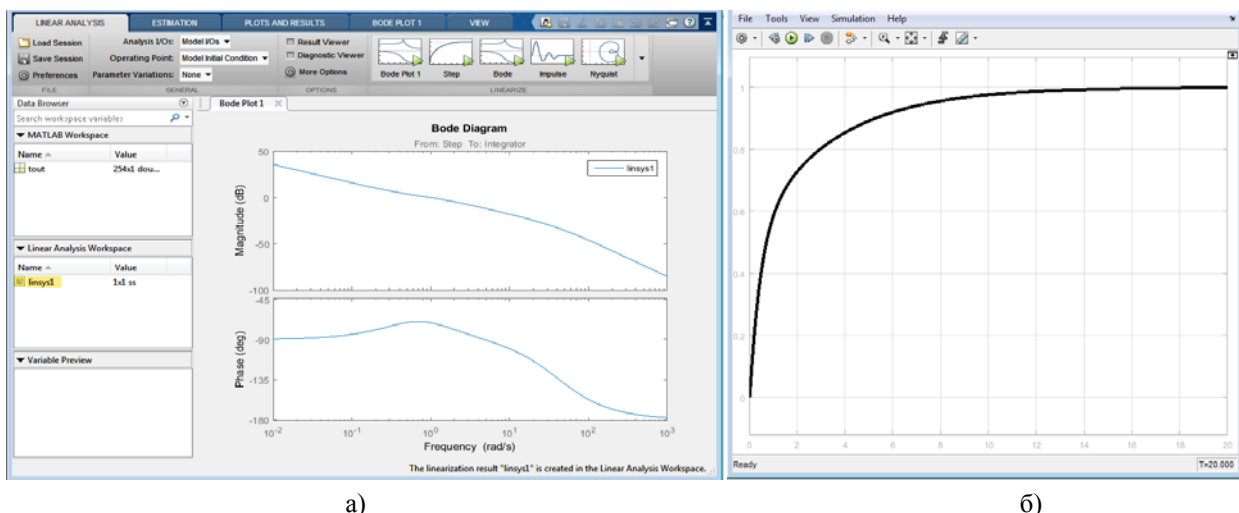


Рис. 5. Логарифмическая АЧХ и ФЧХ, соответствующие передаточной функции продольного канала по скорости тангажа для жесткого ЛА, представленные в окне *LTI-Viewer* пакета *Linear Analysis Tool* программы *Simulink* (а) и ПХ канала (б)

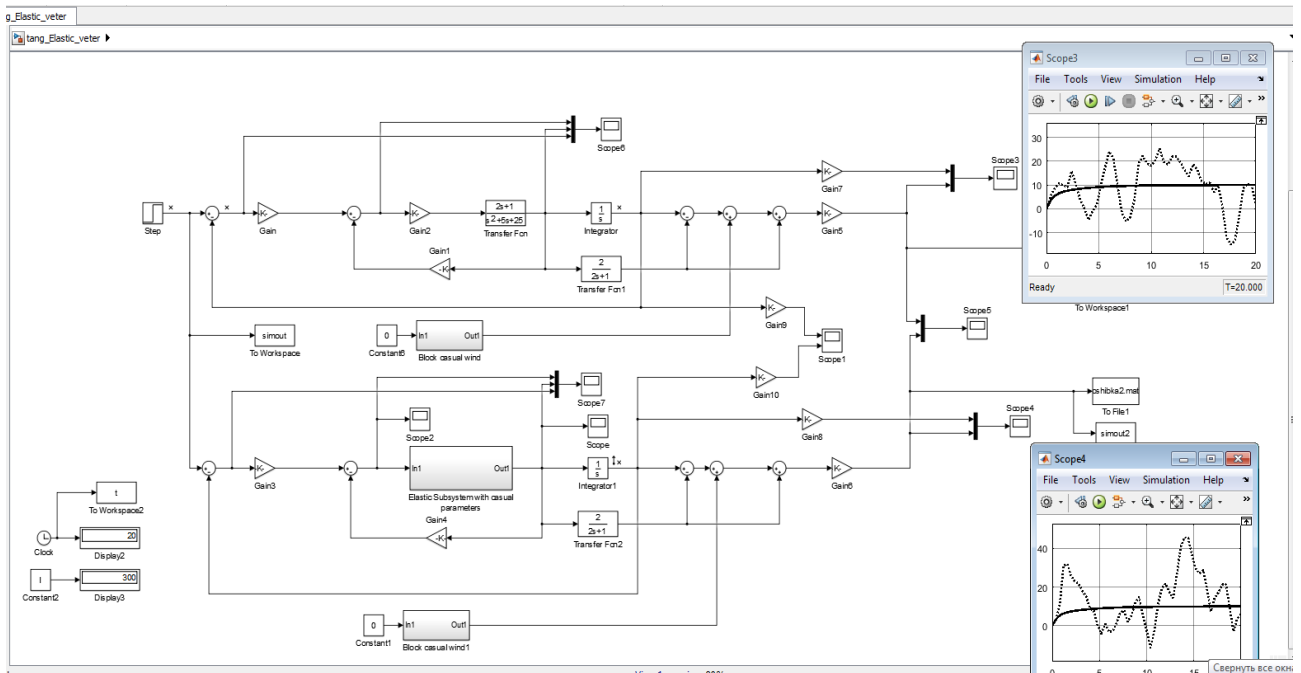
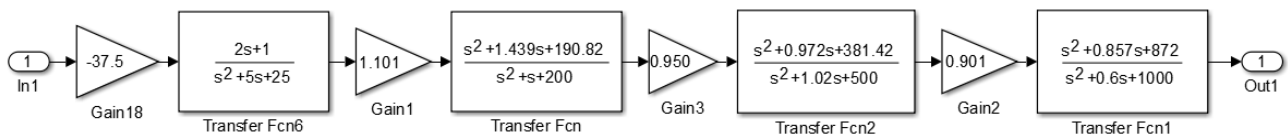


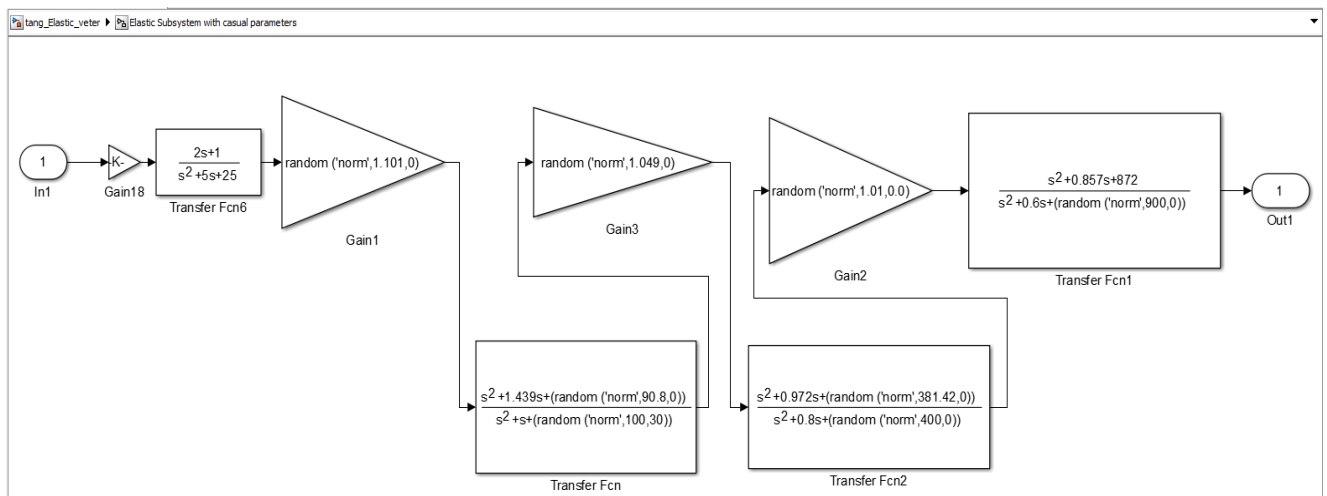
Рис. 6. Фрагмент интерфейса расширения *Simulink* программы *MATLAB* с базовой статистической моделью жесткого ЛА (вверху) и статистической моделью канала продольного движения упругого ЛА (внизу)

В верхней части рис. 6 изображена статистическая модель продольного движения жесткого ЛА, а внизу – модель упругого ЛА, учитывающая изгибные колебания его конструкции (фюзеляжа) и случайные изменения его параметров этих колебаний. Для обеспечения компактности модели передаточная функция упругого ЛА по скорости тангажа (3), учитывающая первые три тона изгибных колебаний, представлена на рис. 6 в виде

подсистемы *Elastic Subsystem*. Структурная схема этой подсистемы показана на рис. 7. При этом параметры передаточных функций тонов упругих колебаний (передаточные числа, собственные частоты, коэффициенты демпфирования) задаются в виде случайных функций с соответствующими математическими ожиданиями и среднеквадратическими отклонениями.



a)



б)

Рис. 7. Структурная схема подсистемы *Elastic Subsystem*, моделирующей передаточную функцию по скорости тангажа с учетом первых трех тонов упругих колебаний фюзеляжа ЛА при детерминированном (а) и случайном характере значений их параметров (б)

Все динамические элементы обеих моделей, показанных на рис. 6, за исключением передаточных функций по скорости тангажа, имеют одинаковые значения характеристик, соответствующие приведенным выше.

На рис. 6 и рис. 8 приведены также графические зависимости, подтверждающие работоспособность моделей продольного движения ЛА и возможность их использования для сравнения переходных реакций и статистических характеристик жесткого и упругого ЛА.

На рис. 8 показаны осциллограммы сигналов в различных точках контура угловой скорости тангажа. Точечной линией показан сигнал ошибки тангажа, тонкой сплошной линией – сигнал ошибки внутреннего контура (АД), а толстой сплошной линией – сигнал угловой скорости тангажа $\omega_z = \dot{\theta}$.

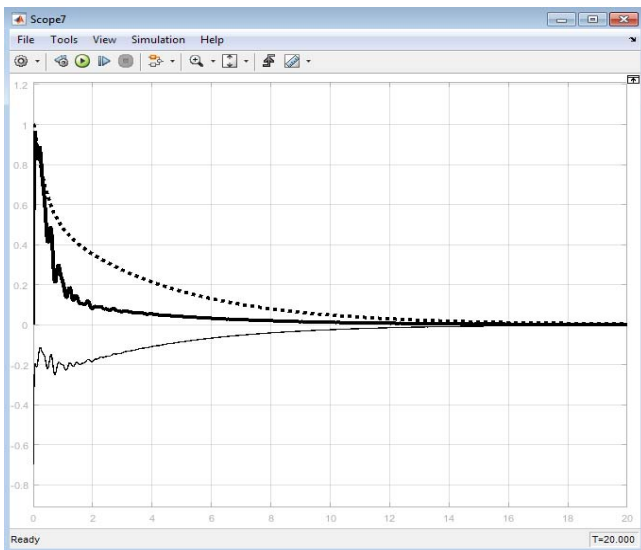


Рис. 8. Осциллограммы сигналов в контуре угловой скорости тангажа канала продольного движения упругого ЛА

Для оценки динамических свойств и устойчивости моделируемого канала продольного движения упругого ЛА с использованием пакета *Linear Analysis Tool* программы *Simulink* были определены его амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики (рис. 9а). На рис.9б) представлены переходные характеристики продольного канала ЛА по скорости тангажа для жесткого ЛА (сплошная линия) и упругого ЛА (пунктирная линия).

Представленные переходные характеристики (рис. 9б) получены на имитационной модели в условиях, когда упругие колебания приводят к ее деформации и имеют следующие детерминированные значения параметров:

- для первого тона изгибных колебаний фюзеляжа

$$K_1 = -10 \text{ 1/c}^2; \omega_1 = 14.1 \text{ 1/c}; \xi_1 = 0.035 ; \\ \tilde{K}_1 = 1.01 \text{ 1/c}^2 ; \tilde{\omega}_1 = 13.8 \text{ 1/c} ; \tilde{\xi}_1 = 0.0362 ;$$

- для второго тона изгибных колебаний фюзеляжа

$$K_2 = -4 \text{ 1/c}^2; \omega_2 = 22.4 \text{ 1/c}; \xi_2 = 0.0223 ; \\ \tilde{K}_2 = 0.95 \text{ 1/c}^2 ; \tilde{\omega}_2 = 19.5 \text{ 1/c} ; \tilde{\xi}_2 = 0.0256 ;$$

- для третьего тона изгибных колебаний фюзеляжа

$$K_3 = -1.5 \text{ 1/c}^2; \omega_3 = 31.6 \text{ 1/c}; \xi_3 = 0.0158 ; \\ \tilde{K}_3 = 0.901 \text{ 1/c}^2 ; \tilde{\omega}_3 = 29.5 \text{ 1/c} ; \tilde{\xi}_3 = 0.0169 .$$

При этом, если упругие колебания имеют значения параметров, соответствующие принятым в [9]:

- для первого тона изгибных колебаний фюзеляжа

$$K_1 = -10 \text{ 1/c}^2; \omega_1 = 10 \text{ 1/c}; \xi_1 = 0.05 ; \\ \tilde{K}_1 = 1.01 \text{ 1/c}^2 ; \tilde{\omega}_1 = 9.53 \text{ 1/c} ; \tilde{\xi}_1 = 0.0755 ;$$

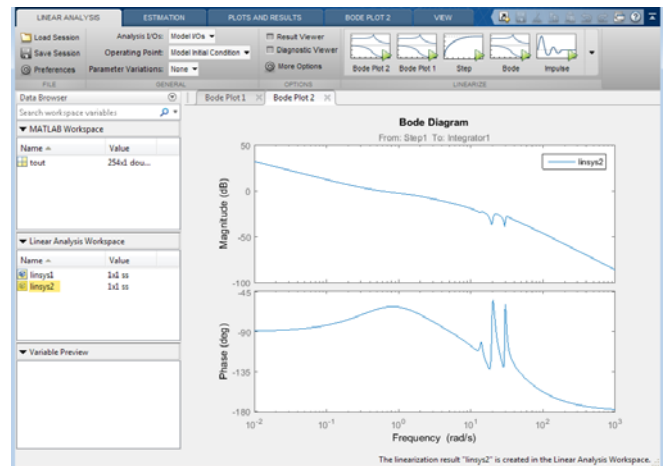
- для второго тона изгибных колебаний фюзеляжа

$$K_2 = -5 \text{ 1/c}^2; \omega_2 = 20 \text{ 1/c}; \xi_2 = 0.02 ; \\ \tilde{K}_2 = 1.049 \text{ 1/c}^2 ; \tilde{\omega}_2 = 19.53 \text{ 1/c} ; \tilde{\xi}_2 = 0.02488 ;$$

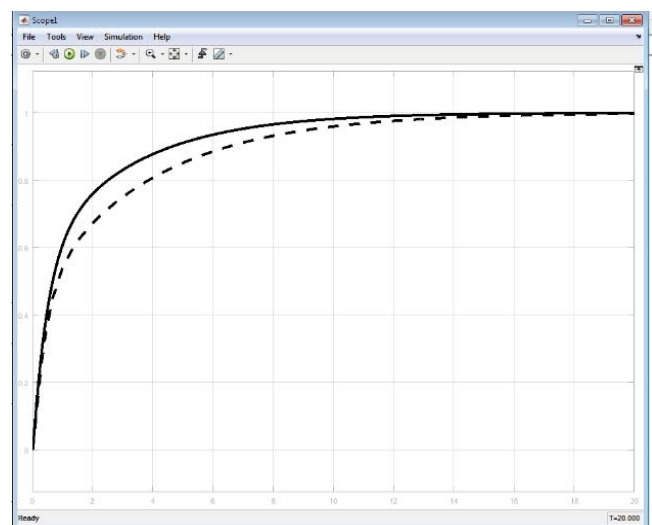
- для третьего тона изгибных колебаний фюзеляжа

$$K_3 = -2 \text{ 1/c}^2; \omega_3 = 30 \text{ 1/c}; \xi_3 = 0.01 ; \\ \tilde{K}_3 = 1.01 \text{ 1/c}^2 ; \tilde{\omega}_3 = 29.5 \text{ 1/c} ; \tilde{\xi}_3 = 0.0145 ,$$

то переходные характеристики жесткого и упругого ЛА совпадают, хотя и наблюдаются изменения в ЛАЧХ и ФЧХ в виде изменения амплитуды и фазы сигнала на частотах, близких к тонам упругих колебаний, имеющие меньшие всплески, чем на рис. 9а. Эти результаты позволяют говорить об отсутствии влияния таких колебаний с рассматриваемыми параметрами на динамические свойства и устойчивость исследуемой системы.



а)



б)

Рис. 9. Логарифмическая АЧХ и ФЧХ, соответствующие передаточной функции продольного канала по скорости тангажа для упругого ЛА, представленные в окне *LTI-Viewer* пакета *Linear Analysis Tool* программы *Simulink* (а) и ПХ канала упругого ЛА (б)

Результаты же моделирования, приведенные на рис. 9б, показывают, что даже при незначительном изменении параметров 2-го и 3-го тонов упругих колебаний фюзеляжа происходит изменение фазовых, амплитудно-частотных и динамических характеристик канала продольного движения ЛА. На частотах, близких ко 2-му и 3-му тону изгибных колебаний, увеличиваются провалы и скачки в фазовой характеристике, а также скачки амплитуды на ЛАХЧ, приводящие к колебаниям запаса устойчивости. ПХ изменяется таким образом, что это приводит к росту времени достижения устано-

вившегося значения, уменьшению скорости ее нарастания и большей инерционности канала управления [9].

Результаты статистического моделирования

Для обеспечения возможности статистического моделирования канала продольного движения упругого ЛА и сравнения его результатов с результатами для жесткого ЛА была разработана программа совместной статистической обработки выходных сигналов имитационных моделей каналов продольного движения жесткого и упругого ЛА в среде *MATLAB*, приведенная на рис. 10.

```

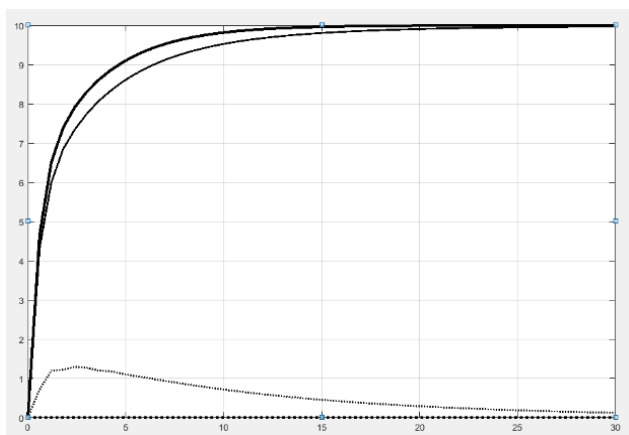
Editor - I:\bin\Статист_модели\Стат_мод_упруг_ЛА\StModElastLA.m*
StModElastLA.m* x +
1 - clear
2 - nr=50
3 - open_system('tang_Elastic_veter')
4 - for I=1:nr
5 -     sim('tang_Elastic_veter')
6 -     Tt{I}=simout1;
7 -     Tt1{I}=simout2;
8 - end
9 - sumTt=Tt{1};
10 - sumTt1=Tt1{1};
11 - for I=2:nr
12 -     sumTt=sumTt+Tt{I};
13 -     sumTt1=sumTt1+Tt1{I};
14 - end
15 - matoge=sumTt./nr;
16 - sigma2=(Tt{1}-matoge).^2;
17 - matogel=sumTt1./nr;
18 - sigma4=(Tt1{1}-matogel).^2;
19 - for I=2:nr
20 -     sigma2=sigma2+(Tt{I}-matoge).^2;
21 -     sigma4=sigma4+(Tt1{I}-matogel).^2;
22 - end
23 - sko=(sigma2./(nr-1)).^0.5;
24 - sko1=(sigma4./(nr-1)).^0.5;
25 - plot(t,matoge,'-r',t,sko,'-g',t,matogel,'-b',t,sko1,'-k')
Command Window
    
```

Рис. 10. Программа совместной статистической обработки выходных сигналов имитационных моделей каналов продольного движения жесткого и упругого ЛА в среде *MATLAB*

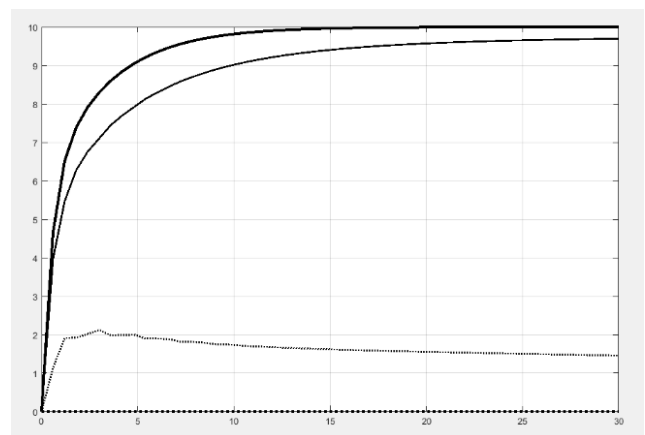
Моделирование проводилось для случаев полета ЛА в спокойной атмосфере и в условиях турбулентности. При этом использовались гипотетические исходные данные, соответствующие принятым в [4] типовым режимам полета, поэтому результаты носят иллюстративный характер, подтверждающий работоспособность модели и адекватность отображения моделью реально-

го процесса функционирования канала продольного движения ЛА.

Результаты моделирования представлены на рис. 11-13. На рис. 11 приведены статистические характеристики канала продольного движения ЛА в условиях спокойной атмосферы.



а)



б)

Рис. 11. Зависимости статистических характеристик (МО- непрерывные линии, СКО- прерывистые) продольного канала ЛА (угла тангажа, град) для жесткого (жирные линии) и гибкого ЛА (более тонкие) от текущего времени (сек) при случайном характере значений параметров упругих колебаний и полете ЛА в условиях спокойной атмосферы

При моделировании полета ЛА в спокойной атмосфере, в интересах иллюстрации возможности модели, считалось, что случайный характер принимают некоторые значения параметров упругих колебаний всех рассматриваемых тонов (первого, второго и третьего). Результаты, приведенные на рис. 11а, были получены при следующих параметрах передаточных и эквивалентных передаточных функций от упругих колебаний первого, второго и третьего тона к скорости тангажа:

$$\tilde{K}_1=1.101, \sigma \tilde{K}_1=0.3, \omega_1^2=100, \sigma \omega_1^2=30, \tilde{\omega}_1^2=90.8, \sigma \tilde{\omega}_1^2=30, \tilde{K}_2=1.049, \sigma \tilde{K}_2=0, \tilde{K}_3=1.01, \sigma \tilde{K}_3=0.3, \omega_3^2=400, \sigma \omega_3^2=20, \tilde{\omega}_3^2=381.42, \sigma \tilde{\omega}_3^2=15.$$

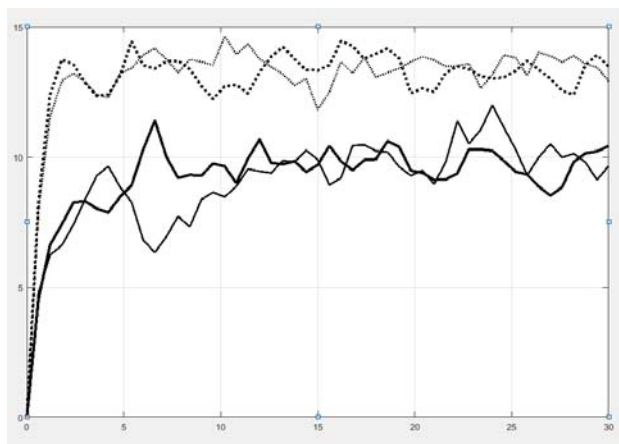
При построении кривых рис. 11б использовались исходные данные с некоторыми другими измененными по сравнению с [4,9] значениями параметров передаточных и эквивалентных передаточных функций от упругих колебаний первого, второго и третьего тона к скорости тангажа: $\tilde{K}_1=1.101, \sigma \tilde{K}_1=0.3, \omega_1^2=100, \sigma \omega_1^2=30, \tilde{\omega}_1^2=90.8, \sigma \tilde{\omega}_1^2=30, \tilde{K}_2=1.049, \sigma \tilde{K}_2=0.3, \tilde{K}_3=1.01, \sigma \tilde{K}_3=0.4, \omega_3^2=400, \sigma \omega_3^2=40, \tilde{\omega}_3^2=381.42, \sigma \tilde{\omega}_3^2=30.$

Сравнение и анализ статистических характеристик, приведенных на рис. 11а и 11б, показывают, что при

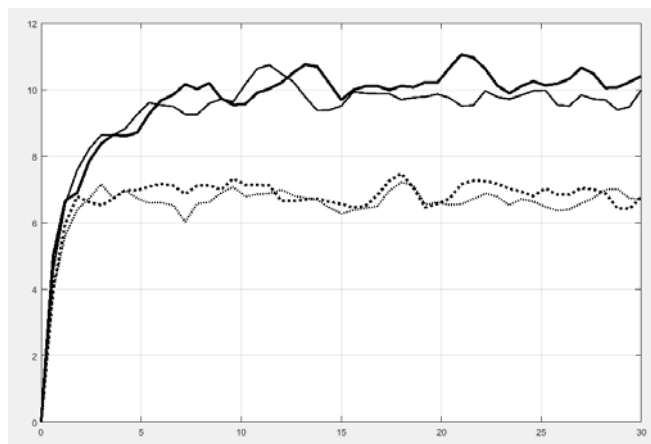
увеличении значения СКО $\sigma \omega_3^2$ и $\sigma \tilde{\omega}_3^2$ в два раза (с 20 до 40 и с 15 до 30 соответственно), а также при увеличении СКО эквивалентных коэффициентов передачи второго тона $\sigma \tilde{K}_2$ с 0 до 0.3 и третьего тона $\sigma \tilde{K}_3$ с 0.3 до 0.4 происходит возрастание СКО угла тангажа продольного канала в 1.5-7.5 раза. При этом МО угла тангажа уменьшается в 1.1-1.2 раза, что хорошо согласуется с результатами исследования переходных реакций жесткого и упругого ЛА [9].

Результаты моделирования для случая полета ЛА в условиях турбулентности атмосферы приведены на рис. 12.

Зависимости на рис. 12а получены для значений СКО порывов ветра, равных 3 м/с, на рис. 12б - для значений СКО порывов ветра, равных 6 м/с. При этом, для простоты, считалось, что случайный характер принимают только значения параметров упругих колебаний первого тона. Были приняты следующие параметры передаточной и эквивалентной передаточной функции от упругих колебаний первого тона к скорости тангажа: $\tilde{K}_1=1.101, \sigma \tilde{K}_1=0.2, \omega_1^2=100, \sigma \omega_1^2=10, \tilde{\omega}_1^2=90.8, \sigma \tilde{\omega}_1^2=10.$



а)



б)

Рис. 12. Зависимости статистических характеристик (МО и СКО) продольного канала ЛА (значений угла тангажа, град) для жесткого и гибкого ЛА от текущего времени (сек) при случайном характере значений параметров упругих колебаний и полете ЛА в условиях турбулентной атмосферы

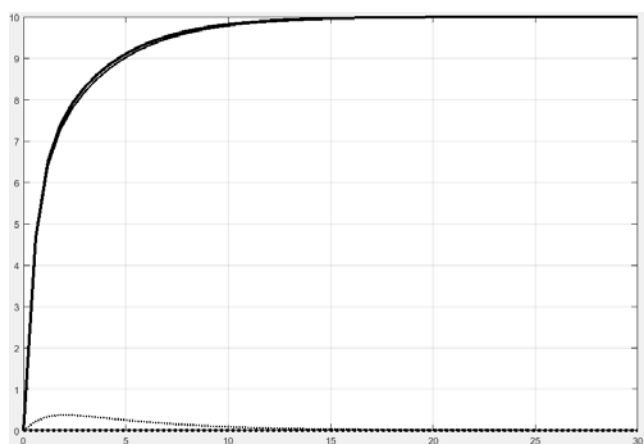


Рис. 13. Зависимости статистических характеристик (МО и СКО) продольного канала ЛА (значений угла тангажа, град) для жесткого и гибкого ЛА от текущего времени (сек) при случайном характере значений параметров упругих колебаний первого тона и полете ЛА в условиях отсутствия турбулентной атмосферы

Для сравнения в рассматриваемом случае степени влияния на значения статистических характеристик упругих колебаний и турбулентности атмосферы ниже на рис. 13 приведены аналогичные зависимости при отсутствии ветра.

По оси ординат рис. 12-13, так же как и на рис. 11, отложены значения МО и СКО угла тангажа в градусах, а по оси абсцисс – текущее время в сек. Точечные кривые – соответствуют значениям СКО, а сплошные – МО угла тангажа ЛА. При этом более жирные кривые отображают значения соответствующие жесткому, а менее жирные – упругому ЛА.

Анализ зависимостей, приведенных на рис. 12 и 13, показывает, что при одинаковых значениях случайных значений параметров упругих колебаний первого тона, наибольшее влияние на изменение значений МО и СКО угла тангажа продольного движения как жесткого, так и упругого ЛА оказывают случайные порывы ветра, в то время как из-за упругих колебаний (при рассматриваемых значениях параметров первого тона колебаний) отмечается только незначительное кратковременное возрастание СКО (рис. 13).

Заключение

Результаты статистического имитационного моделирования каналов продольного движения жесткого и упругого ЛА показали, что при неизменных параметрах исследуемого объекта, в зависимости от параметров и числа учитываемых тонов изгибных колебаний конструкции (фюзеляжа) ЛА могут изменяться, в худшую сторону, статистические характеристики реакции канала продольного движения ЛА на управляющие воздействия и такие упругие колебания его конструкции. Следствием этого может стать не только изменение запаса устойчивости ЛА, обусловленное деформацией ЛАЧХ и ФЧХ канала, и динамических свойств системы из-за ухудшения переходных реакций, но и выход ЛА на критические режимы колебаний, приводящие к деформации или разрушению его конструкции.

Разработанная модель может быть положена в основу для создания методики, позволяющей учитывать случайный характер изменения как параметров тонов изгибных колебаний элементов конструкции ЛА, так и атмосферной турбулентности. Кроме того она может быть использована для определения предельных, с точки зрения безопасности полета ЛА, значений параметров таких колебаний и турбулентности.

Таким образом, показана возможность использования разработанных в среде *Simulink* программы *MATLAB* математических моделей для исследования статистических характеристик упругого ЛА. С их помощью могут быть получены оценки статистических характеристик (математических ожиданий и СКО) выходных сигналов каналов управления ЛА с учетом влияния случайных значений параметров различных тонов упругих колебаний элементов его конструкции, в том числе в условиях атмосферной турбулентности. Приведенные результаты носят иллюстративный характер, раскрывающий возможности моделей, а более подробная оценка влияния случайных значений параметров изгибных колебаний на статистические характеристики упругого ЛА требует соответствующей конкретизации моделей и проведения дополнительных исследований.

Литература

1. Белоцерковский С.М., Кочетков Ю.А., Красовский А.А., Новицкий В.В. Введение в аэроупругость.-М.: Наука, 1980.
2. Кашин Г.М., Федоренко Г.И. Автоматическое управление продольным движением упругого самолета.- М.: Машиностроение, 1974.-312 с.: ил.
3. Красовский А.А., Вавилов Ю.А., Сучков А.И. Системы автоматического управления летательных аппаратов. Учебное пособие. Москва: ВВИА, 1986.-478 с.
4. Асланян А.Э. Системы автоматического управления полетом летательных аппаратов. Часть 1 : Учебное пособие. Киев: КВВАИУ, 1984.
5. Воробьев В.В., Киселев А.М., Поляков В.В. Системы управления летательных аппаратов /Под ред. В.В. Воробьева.- М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2008.-с. 202.
6. Максимов М.В., Горгонов Г.И. Радиоэлектронные системы самонаведения. – М.: Радио и связь, 1982.-304 с.

7. Замыслов М.А., Мальцев А.М., Мальцев М.А., Михайленко С.Б., Попов А.С. Модель формирования команд управления рулями беспилотного летательного аппарата при выполнении сложных пространственных маневров //ВИНИТИ. Транспорт: наука, техника, управление.- 2017.- № 8.

8. Замыслов М.А., Мальцев А.М., Мальцев М.А., Михайленко С.Б., Штанькова Н.В. Автомат продольного управления летательного аппарата с нечетким регулированием коэффициентов передачи и порога ограничения угла атаки. //ВИНИТИ. Транспорт: наука, техника, управление.- 2018.- № 10. –С. 42-51

9. Волобуев М.Ф., Замыслов М.А., Мальцев А.М., Михайленко С.Б., Штанькова Н.В. Сравнение переходных характеристик продольного движения жесткого и упругого летательных аппаратов. //Проблемы безопасности полетов. ВИНТИ РАН.- 2020.- № 1. –С. 3-18

10. Воробьев В.Г., Глухов В.В., Кадышев И.К. Авиационные приборы и информационно-измерительные системы и комплексы /Под ред. В.Г. Воробьева.- М.: Транспорт, 1992.-399 с.

11. Негушил А.В. Теория автоматического управления. – М.: Изд-во Высшая школа, 1968. – 480 с.

12. Гуткин Л.С., Борисов Ю.П., Валуев А.А. и др. Радиоуправление реактивными снарядами и космическими аппаратами. – М.: Сов. Радио, 1968, -С. 50-60, 680 с.

13. Дьяконов В.П. Simulink 5/6/7: Самоучитель.- М.: ДМК Пресс, 2008.

14. Дьяконов В.П. MATLAB7*/R2006/R2007: Самоучитель.-М.: ДМК Пресс, 2008.

Сведения об авторах:

Замыслов Михаил Александрович.

Место работы: ВУНЦ ВВС «ВВА» им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина (г. Воронеж), старший научный сотрудник.

Телефон 8 950 762 2234;

e-mail: mzam48@mail.ru.

Мальцев Александр Михайлович.

Место работы: ВУНЦ ВВС «ВВА» им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина (г. Воронеж), старший научный сотрудник.

Телефон 8 906 589 3616;

e-mail: aleksamalcev@yandex.ru.

Михайленко Сергей Борисович.

Место работы: ВУНЦ ВВС «ВВА» им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина (г. Воронеж), ведущий научный сотрудник.

Телефон 8 904 211 2437;

e-mail: mikhserbor@yandex.ru.

Штанькова Надежда Викторовна.

Место работы: ВУНЦ ВВС «ВВА» им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина (г. Воронеж), младший научный сотрудник.

Телефон 8 903 8561228;

e-mail: nadia_shtankova@mail.ru.

Адрес организации: 394064, г. Воронеж, ул. Старых большевиков, д. 54а.