ЭКОЛОГИЧЕСКАЯ ЭКСПЕРТИЗА. АУДИТ И МОНИТОРИНГ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПРИ МОНИТОРИНГЕ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

канд. физ.-мат. наук В.В. Климов
Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
E-mail: vklimov47@list.ru

В работе рассмотрен и обоснован новый подход к построению комплекса математических и программных средств для экологического мониторинга окружающей среды на основе многоканальной регистрации радиометрической информации и её анализа и качественной интерпретации. Для решения прямой и обратной задачи получены простые аналитические соотношения, связывающие основные радиофизические параметры с параметрами среды. Подробно рассмотрен случай однородной среды с оценкой диапазона рабочих частот, а также случаи среды с экспоненциальным и полиномиальным поглощением. Данная работа выполнена по Госзаданию № 0030-2019-0008.

Ключевые слова: радиояркостная температура, термодинамическая температура, коэффициент поглощения, частота.

NEW APPROACH TO THE RADIOMETRIC TASKS SOLUTION UNDER THE ENVIRONMENTAL MONITORING

V.V. Klimov

The paper discusses and develops a new approach to the construction of complex mathematical and software for environmental monitoring on the basis of multi-channel recording radiometric information and its analysis and qualitative interpretation. To solve the direct and inverse problem a number of simple analytical expressions relating the basic radio physical parameters with parameters of the medium is given. We consider the case of a homogeneous medium with an estimate of the range of operating frequencies, as well as cases of the medium with exponential and polynomial absorption.

Keywords: brightness temperature, thermodynamic temperature, the absorption coefficient, frequency.

В исследовании природных ресурсов Земли важную роль играют дистанционные методы измерения физических характеристик, основное преимущество которых по сравнению с контактными измерениями заключается в высокой скорости регистрации данных. Наряду с оптическими в последнее время находят всё более широкое применение радиометрические методы исследования, которые позволяют получать не только поверхностные характеристики Земного покрова, но также и глубинные характеристики покрова [1,2]. Такие характеристики позволяют, например, следить за влажностью почвы сельскохозяйственных полей, обнаруживать очаги пожаров, возникающие в торфяных образованиях, и решить ряд других народно-хозяйственных задач.

В измерениях, производимых с помощью радиометров различных диапазонов, устанавливаемых на борту самолёта или искусственного спутника Земли, широко используется соотношение, связывающее радиояркостную температуру $T_{Яi}$ на рабочей частоте ν_i с термодинамическими и электрофизическими характеристиками среды [3]:

$$\mathrm{T_{Яi}} = ae\int_0^{\infty} T(h)\gamma_i(h)\exp\left[-\int_0^{h}\gamma_i(h')dh'\right]dh = -ae_i\int_0^{\infty} T(h)dF_i(h)\kappa \qquad (1)$$

где h - глубина проникновения электромагнитной волны в поглощающую среду; $\gamma_i(h)$ - коэффициент поглощения энергии радиосигнала $(\gamma_i(h)>0)$; ae_i - излучательная способность среды; $T(h)$ термодинамическая температура среды.

Соотношение (1) позволяет по $T(h)$ и $\gamma_i(h)$ находить значение $T_{Яi}$ (прямая задача) и по $T_{Яi}$ находить $T(h)$ и $\gamma_i(h)$ (обратная задача). Поиск аналитических соотношений, связывающих радиояркостную температуру среды с её термодинамическими и электрофизическими характеристиками, является актуальным как для решения прямой, так и обратной радиометрических задач.

Приводимые ниже соотношения, являются относительно простыми формулами, включающими в себя значения $T(h)$ и $\gamma_i(h)$ и их производных в точке h=0. Опыт работы, проведённой автором по вычислению радиояркостных температур чистой атмосферы и паров воды в диапазоне волн 0,7 – 2,0 мм, показал эффективность вычислений на основе таких соотношений. Так, применение этих соотношений позволило сократить объём вычислений по сравнению с прямым просчетом в среднем в 5 раз. Приведём фрагмент алгоритма, соответствующий вычислению радиояркостной температуры по предлагаемому методу:

```
for i: =1 step 1 until BB do begin x:=0;
for i1:=j step 1until HH do begin
h:=(W[i1+1,1]- W[i1,1])/5; dT:=(W[i1+1,4] – W[i1,4]/5;
d3:=(i,i1+1) – G(I, i1))/5; GH:=G(i, i1) – d3/2; TH:=W[i1, 4] – dT/2;
for j1:=1 step 1 until 5 do begin
GH:=GH+d3; TH:=TH+dT;
x:=x+TH·(1 – exp(-GH·H))·exp(-x1);
x1:=x1+GH·H end end; G3[i]:=x end; вывод (G3);
```

Здесь i – номер частоты, $i1$- номер высоты, j- текущая высота наблюдения, $G3$- значение радиояркостной температуры, $W[i1,1]$ - заданная моделью атмосферы высота, $W[i1,4]$ - заданная моделью атмосферы температура.

Перейдём к обобщению этого алгоритма. Отметим, что

$$\mathrm{F_i}(h) = \exp\left[\int_0^{h}\gamma_i(x)dx\right], \qquad (2)$$

$$F_i(0)=1,\ F_i(\infty)=0. \qquad 3)$$

Для удобства дальнейшего рассмотрения введём обозначения

$$\mathrm{P}_{1,\mathrm{i}}(h)=T(h);\, P_{2,i}=\frac{T'(h)}{\gamma_i(h)};\ldots;\, P_{k,i}(h)=\frac{P'_{k-1,i}(h)}{\gamma_i(h)}. \qquad (4)$$

Представление яркостной температуры дает следующая лемма.
Лемма 1. Пусть функция $T(h)$ и $\gamma_i(h)$ таковы, что

$$\int_0^\infty \mathrm{P}'_{\mathrm{N,i}}(h)\mathrm{F}_{\mathrm{i}}(h)dh=\delta_{Ni}, \qquad (5)$$

тогда

$$T_{Яi}=ae_i\sum_{k=1}^{N}P_{k,i}(0)+ae_i\delta_{Ni}, \qquad (6)$$

где $P_{k,i}(0)$ – значение $P_{k,i}(h)$ при $h=0$.

Доказательство. Интегрируя (1) по частям и учитывая (3) получим

$$\mathrm{T}_{\mathrm{Яi}}=ae_{\mathrm{i}}T_0+\left[\int_0^\infty T'(h)F_i(h)dh\right], \qquad (7)$$

где $T_0=T(0)$ – температура поверхности.

Таким образом, имеем

$$\mathrm{T}_{\mathrm{Яi}}=ae(T_0+\delta_{1\mathrm{i}})=ae_i(P_{1,i}(0)+\delta_{1i}).$$

Разделив и умножив подынтегральное выражение (7) на $\gamma_i(h)$ и интегрируя полученное выражение, получим

$$\begin{aligned}\mathrm{T}_{\mathrm{яi}}&=ae_{\mathrm{i}}\left[T_0+\frac{T'_0}{\gamma_{\mathrm{i}}(0)}+\int_0^\infty\frac{T''(h)\gamma_{\mathrm{i}}(h)-\gamma'_{\mathrm{i}}(h)T'(h)}{\gamma_{\mathrm{i}}^2(h)}F_{\mathrm{i}}(h)dh\right]=\\&=ae_{\mathrm{i}}\left[\mathrm{P}_{1,i}(0)+\mathrm{P}_{2,i}(0)+\int_0^\infty P'_{2i}(h)F_{\mathrm{i}}(h)dh\right]\end{aligned} \qquad (8)$$

Таким образом, имеем

$$\mathrm{T}_{\mathrm{Яi}}=ae_{\mathrm{i}}\left[\mathrm{P}_{1,i}(0)+\mathrm{P}_{2,i}(0)+\delta_{2,i}\right]$$

Разделив и умножив подынтегральное выражение (8) на $\gamma_i(h)$ и интегрируя полученное выражение, получим

$$T_{яi}=ae_i\left[P_{1,i}(0)+P_{2,i}(0)+P_{3,i}(0)+\int_0^\infty P'_{3,i}(h)F_i(h)dh\right],$$

где

$$P'_{3,i}(h)=\frac{T''''(h)\gamma_i^2(h)-3T'''(h)\gamma_i(h)\gamma_i^{'}(h)-T'(h)\gamma_i(h)\gamma_i^{''}(h)+3T'(h)\gamma_i^{12}(h)}{\gamma_i^4(h)}$$

Покажем, что при любом N справедливо

$$\mathrm{T}_{\text{Яi}}=ae_{\mathrm{i}}\left[\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{N}}P_{k,i}(0)+\int_0^{\infty}P'_{N,i}(h)F_i(h)dh\right] \tag{9}$$

Для N=1,2,3 справедливость (9) доказана. Пусть утверждение справедливо для $N=l$, докажем его для $N=l+1$. Имеем

$$\mathrm{T}_{\text{Яi}}=\left[\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{l}}P_{k,i}(0)+\int_0^{\infty}P'_{l,i}(h)F_i(h)dh\right]. \tag{10}$$

Учитывая, что $P_{l+1,i}(h)=P'_{l,i}(h)/\gamma_i(h)$, получим

$$\int_0^{\infty}P'_{l,i}(h)F_{\mathrm{i}}(h)dh=\int_0^{\infty}\frac{\mathrm{P}_{\mathrm{e,i}}(h)}{\gamma_{\mathrm{i}}(h)}F_{\mathrm{i}}(h)\gamma_i(h)dh=-\int_0^{\infty}P_{l+1,i}(h)dF_{\mathrm{i}}(h) \tag{11}$$

и, интегрируя (11) по частям, получим

$$\int_0^{\infty}P'_{l,i}(h)F_i(h)dh=P_{l+1,i}(0)+\int_0^{\infty}P^{'}_{l,i}(h)F_i(h)dh \tag{12}$$

Подставляя (12) в разложение (10), получим требуемый результат.

<u>Лемма 2</u>. Пусть $P_{N+1,i}(h)=\delta_{N,i}\phi_{N,i}(h)$, тогда соотношение (5) выполняется по крайней мере для следующих функций:

$$\phi_{N,i}(h)\equiv 1 \tag{13}$$

$$\phi_{N,i}(h)=\frac{\gamma_i^2(h)-\gamma_i^{'}(h)}{\gamma_i(h)\gamma_i(0)} \tag{14}$$

$$\phi_{N,i}(h)=-(k+1)F_i^k(h) \tag{15}$$

Доказательство. Пусть справедливо (13), тогда, используя (4), получим

$$\int_0^{\infty}P'_{l,i}(h)F_i(h)dh=\int_0^{\infty}P_{N+1,i}(h)\gamma_i(h)F_i(h)dh=\int_0^{\infty}\delta_{N,i}\phi_{N,i}(h)\gamma_i(h)F_i(h)dh=$$

$$=\delta_{N,i}\int_0^{\infty}\gamma_i(h)F_i(h)dh=-\,\delta_{N,i}\int_0^{\infty}dF_i(h)=\delta_{N,i}$$

Пусть справедливо (14). Поскольку $F_i''(h)=\left[\gamma_i^2(h)-\gamma_i'(h)\right]F_i(h)$, то

$$\int_0^\infty P_{N+1,i}(h)\gamma_i(h)F_i(h)dh=\frac{\delta_{N,i}}{\gamma_i(0)}\int_0^\infty\left[\gamma_i^2(h)-\gamma_i'(h)\right]F_i(h)dh=$$

$$=\frac{\delta_{N,i}}{\gamma_i(0)}\int_0^\infty F_i''(h)dh=\frac{\delta_{N,i}}{\gamma_i(0)}F_i'(h)\Big|_0^\infty=-\frac{\gamma_i(h)\delta_{N,i}}{\gamma_i(0)}F_i\ (h)\Big|_0^\infty=\delta_{N,i}$$

В предпоследнем равенстве использовалось $F_i(h)$=- $\gamma_i(h)F_i(h)$. Пусть выполняется (15), тогда

$$\int_0^\infty P_{N+1,i}(h)\gamma_i(h)F_i(h)dh=-\delta_{N,i}(k+1)\int_0^\infty F_i^k(h)dF_i(h)=\delta_{N,i}\ .$$

Рассмотрим теперь несколько примеров вычисления радиояркостной температуры для различных видов $\gamma_i(h)$. В случае однородной среды, т.е. когда $\gamma_i(h)\equiv\gamma_i(0)=\gamma_i>0$, используя соотношение (4) и лемму 1, получим

$$\mathrm{T}_{\text{яi}}=ae_i\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{N}}T^{(k-1)}(0)/\gamma_i^{k-1}+ae_i\delta_{N,i}. \qquad (16)$$

<u>Лемма 3.</u> Пусть $\varphi_{N,i}(h)\equiv 1$, тогда

$$\mathrm{T}_{\text{яi}}=ae_i\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{N}}\sum_{\mathrm{t}=k-1}^{\mathrm{N}}\frac{t!}{(t-k+1)!}B_{ti}\Lambda_i^{t-k+1}(0)+\delta_{N,i}ae_i, \qquad (17)$$

где $\Lambda_i(h)$ - первообразная функция для $\gamma_i(h)$, $B_{N,i}=\delta_{N,i}/N!$, B_{ti} - некоторые константы при t=0,1,…, $N-1$.

Пусть $\gamma_i(h)=\sum_{l=0}^{n}C_{il}h^l$, тогда $\Lambda_{\mathrm{i}}(h)=\sum_{l=0}^{n}C_{il}+\dfrac{h^{l+1}}{l+1}+C_i$, где C_i - некоторая константа, и по лемме 3 получим

$$\mathrm{T}_{\text{яi}}=ae_i\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{N}}\sum_{\mathrm{t}=k-1}^{\mathrm{N}}\frac{B_{ti}t!}{(t-k+1)!}C_i^{t-k+1}+\delta_{N,i}ae_i. \qquad (18)$$

Рассмотрим случай, когда $\gamma_i(h)=\exp(\mathrm{a_i}h)$,

при этом $\Lambda_{\mathrm{i}}(h)=\dfrac{\exp(\mathrm{a_i}h)}{a_i}+C_i$; где C_i - некоторая константа. Находясь в условии леммы 3, получим

$$\mathrm{T}_{\text{яi}}=ae_i\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{N}}\sum_{\mathrm{t}=k-1}^{\mathrm{N}}\frac{B_{ti}t!}{(t-k+1)!}\left(\frac{1}{a_i}+C_i\right)^{t-k+1}+\delta_{N,i}ae_i. \qquad (19)$$

И, наконец, если $\gamma_i(h) = \exp(a_i h)\sum_{k=0}^{n} C_{ik} h^k$, то

$$\Lambda_i(h) = \exp(a_i h)\sum_{k=0}^{n}\left[\frac{\mathrm{h}^{\mathrm{k}}}{a_i} + \sum_{p=1}^{k}\frac{(-1)^p k!}{(k-p)!a_i^{p+1}} h^{k-p}\right] C_{ik} + C_i. \qquad (20)$$

Находясь в условии леммы 3, получим

$$\mathrm{T}_{\text{яi}} = ae\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{N}}\sum_{\mathrm{t}=k-1}^{\mathrm{N}}\frac{B_{ti}t!}{(t-k+1)!}\left[\sum_{l=0}^{\mathrm{n}}\frac{(-1)^l}{a_i^{l+1}} l! C_{il} + C_i\right]. \qquad (21)$$

где C_i – некоторая константа.

Представление термодинамической температуры дает следующая лемма.

Лемма 4. Пусть $P_{N+1,l}(h) = \delta_{N,i}(h)$, тогда

$$T(h) = \sum_{k=0}^{N-1} B_{ki}\Lambda_i^k(h) + \delta_{N,i}\Phi_{N+1,i}(h), \qquad (22)$$

где $\Lambda_i(h)$ – первообразная функция для $\gamma_i(h)$,$\Phi_{N+1,i}(h)$ - первообразная функция для $[\gamma_i(h)\Phi_{N,i}(h)]$, …., $\Phi_{0,i}(h)=\varphi_{N,i}(h)$, $B_{k,i}$ - некоторая константа.

Доказательство. Из соотношений (4) следует, что

$$P'_{\mathrm{N,i}}(h) = \delta_{N,i}\phi_{N,i}(h)\phi_i(h). \qquad (23)$$

Интегрируя (23), находим

$$P_{N,i}(h) = \int \delta_{N,i}(h)\phi_{N,i}(h)dh = \delta_{N,i}(h)\phi_{1,i}(h) + B_{1i}. \qquad (24)$$

Подставляя (24) в (4) получим дифференциальное уравнение

$$P'_{\mathrm{N\text{-}1,i}}(h) = \gamma_i(h)(\delta_{N,i}\Phi_{1,i}(h) + B_{1i})$$

решение которого имеет вид

$$P_{\mathrm{N\text{-}1,i}}(h) = \delta_{N,i}\Phi_{2,i}(h) + B_{1i}\Lambda_i(h) + B_{0i}.$$

Повторяя эту процедуру (N – 1) раз, получим разложение (22)

Лемма 5. Если $\varphi_{N,i}(h)\equiv 1$, то

$$P_{k,i}(h)=\sum_{t=k-1}^{N}\frac{t!}{(t-k+1)!}B_{ti}\Lambda_i^{t-k+1}(h), \tag{25}$$

где $\Lambda_i(h)$ - первообразная функция для $\gamma_i(h)$, $B\_Ni=\delta\_(N,i)/N!$, B_{ti} - некоторые константы при $t=0,1,\ldots,N-1$.

Доказательство. В силу сделанных предположений $\Phi_{N+1,i}(h)=\dfrac{\Lambda_i^N}{N!}$ и значит, по лемме 4 имеем

$$T(h)=\sum_{k=0}^{N-1}B_{ki}\Lambda_i^k(h)+\delta_{Ni}\frac{\Lambda_i^N(h)}{N!}. \tag{26}$$

При k =1 разложение (25) очевидно, при k =2 имеем

$$P_{2,i}=\frac{T'(h)}{\gamma_i(h)}=\frac{1}{\gamma_i(h)}\sum_{t=1}^{N}tB_{ti}\Lambda_i^{t-1}(h)\Lambda_i^{'}(h)=\sum_{t=1}^{N}tB_{ti}\Lambda_i^{t-1}(h).$$

Предполагая, что (25) справедливо для $k=l$, докажем его для $k=l+1$. Имеем

$$P_{l+1,i}(h)=\frac{P'_{li}(h)}{\gamma_i(h)}=\frac{1}{\gamma_i(h)}\sum_{t=1}^{N}\frac{B_{ti}t!(t-l+1)}{(t-l+1)!}\Lambda_i^{t-l}(h)\Lambda_i^{'}(h)=\sum_{t=l}^{N}\frac{t!}{(t=l)!}B_{ti}\Lambda_i^{t-l}(h).$$

Таким образом, справедливость (25) доказана.

Теперь справедливость леммы 3 не вызывает сомнений. Действительно, если в выражение (6) подставить $P_{k,i}(h)$ вычисленное по формуле (25) при h = 0. то полученное выражение даст нам формулу (17).

Рассмотрим более подробно случай, когда $\varphi_{N,i}(h)\equiv 1$. В этом случае термодинамическая температура запишется в виде (26). Пусть $\gamma_i(h)=\gamma_{1i}h+\gamma_{0i}$, тогда $\Lambda_i(h)=\dfrac{\gamma_{1i}h^2}{2}+\gamma_{0i}h+C_i$. Будем искать $T(h)$ в виде $T(h)=\sum_{i=0}^{\infty}T_ih^i$. Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях, получим N=1.

$$\begin{cases} T_0=B_{0i}+\delta_{1i}C_i \\ T_1=\delta_{1i}\gamma_{0i} \\ T_2=\dfrac{\delta_{1i}}{2}\gamma_{1i} \\ T_3=T_4=...=0 \end{cases} \tag{27}$$

Как следует из (27), произвольным образом можно задавать только T_0. Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях при N=2, получим

$$\begin{cases} T_0 = B_{0i} + B_{1i}C_i + \frac{\delta_{2,i}}{2}C_i^2, \\ T_1 = B_{1i}\gamma_{0i} + \frac{\delta_{2,i}}{2}C_i\,\gamma_{0i}, \\ T_2 = B_{1i}\gamma_{1i} + \frac{\delta_{2,i}}{2}\gamma_{0i}^2 + \frac{\delta_{2,i}}{4}C_i\gamma_{1i}, \\ T_3 = \frac{\delta_{2,i}\gamma_{0i}\gamma_{1i}}{4}, \\ T_4 = \frac{\delta_{2,i}\gamma_{1i}^2}{8}, \\ T_5 = T_6 = \ldots = 0 \end{cases} \tag{28}$$

Как это следует из формул (28), коэффициенты T_0 и T_1 можно задавать произвольно. Таким образом, увеличивая N, мы можем варьировать коэффициенты T_i при больших значениях индекса i.

Если $\delta_i(h) = \sum_{l=0}^{n} C_{il}h^l$, то по лемме 4 имеем

$$T(h) = \sum_{k=0}^{N} B_{ki}\left[\sum_{l=0}^{n} C_{il}\,\frac{h^{l+1}}{(l+1)} + C_i\right]^k$$

где $B_{ki} = \delta_{N,i} / N!$, $C_{i,}$ B_{ki} - некоторые константы при k=0,1,… N-1.

В случае, когда $\gamma_i(h) = \exp(a_i h)$, термодинамическая температура будет равна

$$T(h) = \sum_{k=0}^{N} B_{ki}\left[\frac{\exp(a_i h)}{a_i} + C_i\right]^k.$$

Если $\gamma_i(h) = \exp(a_i h)\sum_{k=0}^{n} C_{ik}h^k$, то

$$T(h) = \sum_{k=0}^{N-1} B_{ki}\exp(ka_i h)Q_{nk}(h),$$

где $Q_{nk}(h)$ –многочлен степени ($n \times k$).

Для многих практических ситуаций достаточная степень точности расчёта обеспечивается при N=3, или когда

$$T_{Яi} = ae_i\left[\sum_{k=1}^{3} P_{k,i}(0) + \delta_{3,1}\right] = \\ = ae_i\left[T_0 + \frac{T'_0}{\gamma_{0i}}\left(1 - \frac{\gamma'_{0i}}{\gamma_{0i}^2}\right) + \frac{T''_0}{\gamma_{0i}^2} + \delta_{3,1}\right]. \tag{29}$$

Из этого соотношения в частности следует, что в коротковолновой части спектра коэффициент поглощения реальных сред достаточно большой и значение радиояркостной температуры определяется в основном температурой на поверхности. С увеличением длины волны уменьшается поглощение среды и становится существенным вклад второго и третьего члена в разложении (29). При этом для частоты ν_1, для которой $\gamma'_j = \gamma_j^2(0)$, происходит смена знака второго члена. Это обстоятельство свидетельствует о взаимности появления локального экстремума в спектре радиояркостной температуры, что в частности подтверждается рядом натурных экспериментов, выполненных с торфяными образованиями с борта самолёта [3,4].

Для иллюстрации возможности использования полученных выше соотношений при решении обратных задач положим, что функции $\gamma_i(h)$ заданы и требуется определить термодинамический профиль по известным значениям $T_{Яi}(i = 1,...,\bar{k})$.

При сделанных предположениях в соответствии с (6) образуется система линейных уравнений вида

$$T_{Яi} = ae_i \sum_{k=1}^{N} A_{ik} T^{(k-1)}(0) + ae_i \delta_{N,i}\ , \tag{30}$$

где A_{ik} определяется соотношениями (4) через значения $\gamma_i(0), \gamma'_i(0), ..., \gamma_i^{(N-1)}(0)$. Если при каждом i членом $ae_i\delta_{N,i}$ можно пренебречь, то указанная система решается относительно $T(0)$, $T'(0),\ldots, T^{(N-1)}(0)$, обычными методами. Если при некоторых i членом $ae_i\delta_{N,i}$ пренебречь нельзя, то система решается относительно $T(0), T'(0), ..., T^{(N-1)}(0), \delta_{N,1}, \delta_{N,2}, ..., \delta_{N,i_m}$ после присоединения к системе (30) необходимого числа уравнений с пренебрежимым членом $ae_i\delta_{N,i}$.

Рассмотрим случай однородной среды $(\gamma_i(h) \equiv \gamma_i(0) = \gamma_i)$. В этом случае система (30) запишется в виде

$$\mathrm{T}_{Яi} = ae_i \sum_{k=1}^{N} \frac{T^{(k-1)}(0)}{\gamma_i^{k-1}} + ae_i \delta_{N,i}. \tag{31}$$

Предположим, что членами $ae_i\delta_{N,i}$ можно пренебречь. Пусть $i=1,2,\ldots,N$ и W_N – определитель системы (31) относительно $T(0), T'(0),\ldots, T^{(N-1)}(0)$, тогда

$$W_N = \begin{Vmatrix} ae_i & \frac{ae_1}{\gamma_1} & \frac{ae_1}{\gamma_1^2} & \frac{ae_1}{\gamma_1^{N-1}} \\ :::: & :::: & :::: & :::: \\ ae_N & \frac{ae_N}{\gamma_N} & \ldots & \frac{ae_N}{\gamma_N^{N-1}} \end{Vmatrix}$$

Нетрудно заметить, что

$$W_N = D_N \prod_{i=1}^{N} ae_i$$

где D_N - определитель Вандермонда, и, значит

$$W_N = \prod_{i=1}^{N} ae_i \prod_{p>k}^{N} \frac{\gamma_p - \gamma_k}{\gamma_p \gamma_k}.$$

Таким образом, если $\gamma_p \neq \gamma_k$ ни при каких $p>k$, то $W_N \neq 0$ и система уравнений (31) имеет единственное решение при любой левой части. Значит, частоты следует выбирать из диапазона, на котором функция $\gamma_l=\gamma(\nu_l)$ монотонна.

В заключение отметим ряд важных моментов. Предложенный в данной работе алгоритм является одним из многих алгоритмов, которые могут обеспечивать эффективную обработку данных многоканального мониторинга объектов окружающей среды. В отличие от многих из них этот алгоритм является конструктивным и легко реализуемым. Более того, он позволяет оптимизировать спектр каналов для дистанционного зондирования, что важно при оснащении спутниковых систем. Конечно, применение алгоритма возможно в рамках уже функционирующих систем дистанционного зондирования и обладающих возможностями дополнительной диагностики земных покровов с определением их параметров, таких как коэффициенты ослабления и поглощения электромагнитного излучения [5-7].

Опыт многоканальных оптических исследований [8-12] также подтверждает важность аналитических конструктивных методик для диагностики гидрохимических систем. В этом случае важной характеристикой методики или алгоритма является оперативность диагностики изучаемого объекта. Такая оперативность обеспечивается спектроэллипсометрическими устройствами обучаемого типа [13-15].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

1. Mkrtchyan F.A., Krapivin V.F., Klimov V.V. An adaptive spectroellipsometric technology for the diagnosis of water ecosystems. Proceedings of the International Conference “Progress in Electromagnetics Research Symposium”, PIERS-2015. July 6-9, 2015. Prague: CZECH REPUBLIC; Czech Technical University in Prague, 2015. P. 199-202.

2. Krapivin V.F. ,. Mkrtchyan F. A, and Nazaryan N.A. Features of GIMS technology in environmental monitoring of marine ecosystems. North Pacific Marine Science Organization (PICES) Annual Meeting 2015. "Change and Sustainability of the North Pacific". Abstracts. October 14-25, 2015 Qingdao, China, P.174.

3. Krapivin V.F. and Shutko A.M. Information technologies for remote monitoring of the environment. Springer/Praxis, Chichester U.K., 2012, 498 pp.

4. Nitu C., Krapivin V.F., Soldatov V.Yu. Information-Modeling Technology for Environmental Investigations. MATRIX ROM, Bucharest, Romania, 2013, 621 pp.

5. Haarbrink R., Krapivin V.F., Krisilov A., Krisilov V., Novichikhin E.P., Shutko A.M., Sidorov I. Intelligent data processing in global monitoring and security, ITHEA, Sofia-Kiev, 2011, 410 pp.

6. Shutko A.M., Krapivin V.F., Haarbrink R.B., Sidorov I.A., Novichikhin E.P., Archer F., and Krisilov A.D. Practical microwave radiometric risk assessment. – Professor Marin Drinov Academic Publishing House, Sofia. – 2010. – 88 pp.

7. Krapivin V.F., Mkrtchyan F.A., and Shutko A.M. Microwave monitoring of soil moisture as global water cycle component. Proceedings of the International Symposium "Engineering Ecology – 2011", 6-8 December 2011, Moscow, The Russian Sciences Engineering A.S. Popov Society for Radio, Electronics and Communication. – 2011. – P. 8-12.

8. Krapivin V.F., Mkrtchyan F.A. , and A.M. Shutko. Remote Sensing Methods of the Soil-Plant Formation. Papers of the Workshop on Remote Sensing Methods for Change Detection and Process Modeling, 18-19 November 2010, University of Cologne, Germany, pp. 31-36.

9. Mkrtchyan F. A., Krapivin V.F., Kovalev V.I., and Klimov V.V. An Adaptive System to Identify Pollutants on the Water Surface. Abstracts of PICES Annual meeting "North Pacific Ecosystems Today, and Challenges in Understanding and Forecasting Change". October 22-31, 2010, Portland, OR, USA, pp.131.

10. Krapivin V.F. and Mkrtchyan F. A. Development of the Simulation Model of Pollutants Propagation in the Arctic Basin. Abstracts of PICES Annual meeting "North Pacific Ecosystems Today, and Challenges in Understanding and Forecasting Change". October 22-31, 2010, Portland, OR, USA, pp.25.

11. Mkrtchyan F.A., Krapivin, V.F. Kovalev V.I., and Shapovalov S.M. An Adaptive Multi-chanell Spectropolarimeter for the Ecological Monitoring Water System. Summaries SPIE Asia-Pacific Remote Sensing Conferences, 11-14 October 2010, Incheon, Republic of Korea, pp.51.

12. Mkrtchyan F.A. and Krapivin V.F. GIMS-Technology in Monitoring Marine Ecosystems. Proceedings of the International Symposium of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Science, Volume XXXVIII, Part 8, Kyoto, Japan, 9-12 August, 2010, pp.427-430.

13. Mkrtchyan F.A. and Krapivin V.F.. GIMS-Technology for the Environmental Diagnostics. Proceedings Joint International Conference on Theory, Data Handling and Modeling on GeoSpatial Information Science, Hong Kong, 26-28 May,2010/ Book(PDF-60Mo). International Archives of Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Science. Volume XXXVIII – Part 2. pp. 789-795.

14. Cao Van Phuong, Nguyen Boi Khue, Krapivin V.F., and Mkrtchyan F.A. An adaptive information technology for the operative diagnostics of the ocean-atmosphere system. // Binh Duong University Journal of Science and Technology. – 2012. – V.9.- No.4. – P. 50-67.

15. Mkrtchyan F.A., Krapivin V.F., Klimov V.V., Kovalev V.I. An Adaptive Multi-Channel Spectroellipsometer for Ecological Monitoring. Abstracts of The Third International Conference on Sensor Device Technologies and Applications (SENSORDEVICES 2012), August 19 - 24, 2012, Rome, Italy. P. 109.