МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ВСЕРОССИЙСКИЙ ИНСТИТУТ НАУЧНОЙ И ТЕХНИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ВИНИТИ РАН)

НАУЧНО • ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Серия 2. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ И СИСТЕМЫ

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК

Издается с 1961 г. | № 10 | Москва 2019

# ДСМ-МЕТОД АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ПОДДЕРЖКИ ИССЛЕДОВАНИЙ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ДЛЯ МЕДИЦИНЫ

УДК: 004.89:510.6

В.К. Финн

## Об эвристиках ДСМ-исследований* (дополнения к статьям)[1]

*Рассматриваются логические средства обнаружения эмпирических закономерностей посредством ДСМ-метода автоматизированной поддержки исследований. Определяются генераторы гипотез о причинах и гипотез о предсказаниях, которые сохраняются в последовательностях расширяемых баз фактов.*

*Рассматривается множество «историй возможных миров», где под «миром» понимаются расширяемые базы фактов. Это множество используется для определения эмпирических закономерностей – эмпирических законов, тенденций и слабых тенденций. Посредством эмпирических закономерностей определяются (эмпирические модальности необходимости (для эмпирических законов), возможности (для эмпирических тенденций) и слабой возможности (для слабых эмпирических тенденций).*

* Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (Грант № 18-29-03063 МК)

[1] [1, 2].

*Предлагаются пропозициональные исчисления класса ERA – модальных логик с двумя эмпирическими модальностями необходимости и возможности такие, что они имитируют абдуктивный вывод посредством аксиом абдукции (□(p→q)&Tq)→□p), (◊(p→q)&Tq)→◊p), где □,◊,T – операторы необходимости, возможности и истинности («истинно, что …»).*

*Приводится серия определений, относящихся к характеризации интеллектуального анализа данных посредством эвристик ДСМ-метода автоматизированной поддержки исследований.*

**Ключевые слова:** *ДСМ-рассуждения, ДСМ-исследования, ДСМ-метод автоматизированной поддержки исследований, индукция, аналогия, абдукция, эмпирическая закономерность, модальности необходимости, возможности и слабой возможности, номологические высказывания*

ДСМ-метод автоматизированной поддержки исследований (ДСМ-метод АПИ) является инструментальным средством науки об искусственном интеллекте (ИИ), охватывающим три основных его раздела: представление знаний, автоматизированные рассуждения и компьютерные реализации в виде продуктов искусственного интеллекта (систем ИИ, интеллектуальных систем и ИИ-роботов).

ДСМ-метод АПИ имеет два этапа реализации: первым (начальным) этапом является применение ДСМ-рассуждений к начальной базе фактов БФ(0); второй этап состоит из применения ДСМ-рассуждений к последовательности расширяемых баз фактов БФ(0)$\subset \ldots \subset$БФ(s), и его цель – обнаружение эмпирических закономерностей ER: эмпирических законов (EL) и эмпирических тенденций (ET и WET, где WET – подозрительные или слабые ET).

Формализация средств обнаружения ER=EL$\cup$ET$\cup$ $\cup$WET представлена в статьях [1, 2], где под эмпирической закономерностью понимается одновременное **сохранение** гипотез о причинах исследуемого эффекта и соответствующих гипотез о его предсказаниях, использующего гипотезы о причинах. Порождение гипотез о причинах и гипотез о предсказаниях осуществляется посредством правил индуктивного вывода и правил вывода по аналогии, соответственно, и сопровождается проверкой степени абдуктивного объяснения баз фактов $\rho^{(\sigma)}(p)$, где σ = {+,–}, а p = 0,1,…,s [1, 2].

## §1. ЯЗЫКИ ДСМ-метода АПИ JL, MJL и ДСМ-рассуждения

Формализация ДСМ-рассуждений осуществляется посредством языка-объекта JL [1–3] и метаязыка MJL, рассматриваемого ниже.

Заметим, что посредством MJL формализуется второй этап ДСМ-метода АПИ – **ДСМ-исследование** [1, 2], результатом которого является обнаружение множества эмпирических закономерностей ER и формирование и пополнение **открытых** квазиаксиоматических теорий (КАТ) [4].

### Язык-объект JL

X,Z,V (быть может с нижними индексами) – переменные для объектов и подобъектов (переменные сорта 1);

Y,U,W (быть может с нижними индексами) – переменные для эффектов (множества свойств) – переменные сорта 2;

C,$C_1$,$C_2$,… – константы, представляющие объекты и подобъекты (значения переменных сорта 1);

Q,$Q_1$,$Q_2$,… – константы (множество свойств), являющиеся значениями переменных сорта 2;

n, m, l, k, r, s (быть может с нижними индексами) – переменные, значениями которых являются натуральные числа (n ε N) – переменные сорта 3;

– (дополнение, разность), ∩, ∪ – перации алгебры множеств;

= – предикаты равенства для термов сортов 1,2,3;

≥, ≤ – предикаты для термов сорта 3;

$X \Rightarrow_1^{(p)} Y$ – предикат «объект X имеет множество свойств Y», где p – параметр, указывающий на применимость предиката к базе фактов БФ(p), p = 0,1,…,s;

$V \Rightarrow_2^{(p)} Y$ – предикат «V есть причина Y», где p – аналогичный параметр;

¬,&,∨, → – логические связки двузначной логики;

$J_{\bar{\nu}}$ - j – операторы Б.Россера – А.Тюркетта [5], где $\bar{\nu} = \langle v, n \rangle$ или $\bar{\nu} = (\tau, n)$;

1,–1,0, $\tau$ – типы истинностных значений: «фактическая истина», «фактическая ложь», «фактическое противоречие» и «неопределенность», соответственно;

<ν, n> – истинностное значение, где n – степень правдоподобия результатов применения правил правдоподобного вывода (индукции и аналогии [1–3]), выражающая число применений этих правил;

(τ, n) – множество истинностных значений, определяемое рекуррентно: (τ, n) = {<1, n+1>, <–1, n+1>, <0, n+1>}∪(τ, n+1);

$J_{\bar{\nu}}\varphi = \begin{cases} t, если \nu[\varphi] = \bar{\nu} \\ f, если \nu[\varphi] \neq \bar{\nu} \end{cases}$, где $\nu[\varphi]$ – функция оценки $\varphi$, а $t, f$ – истинностные значения двузначной логики («истинно», «ложно»);

∀,∃ – кванторы всеобщности и существования для переменных сортов 1,2,3, соответственно.

Термы и формулы языка-объекта JL определяются стандартным образом, но с существенным добавлением формул, термов и кванторов по кортежам «переменной длины» [6, 7].

При поиске и обнаружении эмпирических закономерностей в базах фактов (БФ) интеллектуальных систем требуется установить сходство и различие фактов на конечном, но заранее **неопределенном** множестве примеров. Число таких примеров k, следовательно, является переменной величиной (k называется параметром эмпирической индукции). Это обстоятельство вызывает расширение языка логики предикатов 1-го порядка (для моделей произвольной мощности) посредством введения формул «переменной длины» и кванторов по кортежам [7]. JL является языком слабой логики предикатов 2-го порядка [8], в котором выразимо транзитивное замыкание[1], а также JL является J-определимым языком бесконечнозначной логики с конечным числом типов истинностных значений (1,-1,0,τ) [10], которым соответствует четырехзначная логика аргументации [11].

Формулами «переменной длины» в JL являются формулы вида

$$\exists k \exists X_0 \exists X_1 \ldots \exists X_{k-1} \exists Y_0 \exists Y_1 \ldots \exists Y_{k-1} (\ldots \underset{i=0}{\overset{k-1}{\&}} J_{\bar{\nu}}(X_i \Rightarrow_r^p Y_i) \& \ldots),$$

$$T_1 \cap \ldots \cap T_k = T, \overset{k}{\underset{i=1}{V}}(X = X_i), \overset{k}{\underset{i=1}{V}}(Y = Y_i),$$

где T, $T_i$ – термы.

ДСМ-рассуждения являются взаимодействием правил индуктивного вывода и правил вывода по аналогии с последующим применением принятия результатов правдоподобных выводов посредством абдукции 1-го рода [1, 2, 12].

Правила правдоподобного вывода посредством эмпирической индукции п.п.в.-1 (правила индуктивного вывода) формализуются посредством $M^\sigma$-предикатов сходства (σ = +,–) [1, 2, 12, 13]. $M_{a,n}^\sigma(V,W)$ являются наименьшими предикатами сходства (они – средства формализации 1-го правила индуктивного вывода Д.С. Милля [14]). $M_{a,n}^\sigma(V,W)$ усиливаются дополнительными условиями $b^\sigma, d_0^\sigma, d_2^\sigma$, где σ = +,–, а $M_{x,n}^+(V,W)$ и $M_{y,n}^-(V,W)$ – предикаты (±)-сходства примеров, представляющие, соответственно, правила индуктивных выводов с «запретом на контрпримеры», различия и сходства–различия (два последних правила – формализации соответствующих канонов Д.С. Милля [14]) [13].

Общий вид п.п.в.-1

$$(I)_{x,y}^+ \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2^{(p)} W), M_{x,n}^+(V,W) \& \neg M_{y,n}^-(V,W)}{J_{\langle 1,n+1\rangle}(V \Rightarrow_2^{(p)} W)}.$$

Аналогично определяются $(I)_{x,y}^\sigma$ для σ = –,0,τ, соответственно [12, 13]. Пара <x, y> есть имя стратегии $Str_{x,y}$ ДСМ-рассуждения [6].

Рассмотрим частный случай ДСМ-рассуждений такой, что существует единственная возможная причина *V* одноэлементного *W*. Тогда получим п.п.в.-1 для $(I)_{x,y}^\sigma$ такие, что имеют место

$J_{(\tau,0)}(V \Rightarrow_2^{(p)} W)$ и

$M_{x,o}^+(V,W), M_{y,o}^-(V,W), J_{\langle \nu,1\rangle}(V \Rightarrow_2^{(p)} W),$

$J_{(\tau,1)}(V \Rightarrow_2^{(p)} W)$, где ν = 1,-1,0.

Таким образом, имеется один шаг индуктивного вывода. Вторым шагом ДСМ-рассуждения [6, 12] является вывод по аналогии посредством правила правдоподобного вывода (п.п.в.-2), который использует следствия п.п.в.-1.

Для рассматриваемого случая ДСМ-рассуждения вывод по аналогии (п.п.в.-2) формализуется посредством предикатов $\Pi^\sigma(V,W)$, где σ = +,–,0,τ, а

$$\Pi^+(X,Y) \rightleftharpoons \exists V(J_{<1,1>}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y)\,^2 \& (V \subset X) \&$$
$$\neg \exists V_0((J_{<-1,1>}(V_0 \Rightarrow_2^{(p)} Y) \vee J_{<0,1>}(V_0 \Rightarrow_2^{(p)} Y)) \& (V_0 \subset X))).$$

Аналогично определяется $\Pi^-(X,Y)$.

Для истинностного значения <0,2>, где «0» – тип истинностного значения «фактическое противоречие», $\Pi^0(X,Y)$ определяется следующим образом:

$$\Pi^0(X,Y) \rightleftharpoons \exists V_1 \exists V_2((J_{<1,1>}(V_1 \Rightarrow_2^{(p)} Y) \&$$
$$J_{<-1,1>}(V_2 \Rightarrow_2^{(p)} Y) \& (V_1 \subset X) \& (V_2 \subset X) \& \neg(V_1 = V_2)) \vee$$
$$\exists V_0((J_{<0,1>}(V_0 \Rightarrow_2^{(p)} Y) \& (V_0 \subset X)).$$

Определим также $\Pi^\tau(X,Y) \rightleftharpoons \neg(\Pi^+(X,Y) \vee \Pi^-(X,Y) \vee \Pi^0(X,Y))$ [12].

Правила вывода по аналогии (п.п.в.-2) определяются следующим образом:

$$(II)_{x,y}^\sigma \quad \frac{J_{(\tau,0)}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y), \Pi^\sigma(X,Y)}{J_{\langle \nu,2\rangle}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y)},$$

где $\nu = \begin{cases} 1, \text{если } \sigma = + \\ -1, \text{если } \sigma = - \\ 0, \text{если } \sigma = 0 \end{cases}$;

$$(II)_{x,y}^\tau \quad \frac{J_{(\tau,0)}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y), \Pi^\tau(X,Y)}{J_{\langle \nu,2\rangle}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y)}.$$

Заметим, что п.п.в.-1 $(I)_{x,y}^\sigma$ и п.п.в.-2 $(II)_{x,y}^\sigma$, где σ = +,–,0,τ определяются для стратегий ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$ [6, 13] и баз фактов БФ(p), где p = 0,1,…,s [1, 2].

Множества $M^\sigma$-предикатов и их отрицаний, где σ = +,– образуют, соответственно, дистрибутивные решетки [13] – решетки интенсионалов $IntL^\sigma$ и $Int(\neg L^\sigma)$. Правилам же индуктивного вывода п.п.в.-1 $(I)^\sigma$ соответствуют прямые произведения решеток интенсионалов $M^\sigma$-предикатов и их отрицаний $\neg M^\sigma$ [6, 13]:

$IntL^+ \times Int(\neg L)$ (следствие $J_{\langle 1,1\rangle}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y)$),

$Int(\neg L^+) \times IntL^-$ (следствие $J_{\langle -1,1\rangle}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y)$),

$IntL^+ \times IntL^-$ (следствие $J_{\langle 0,1\rangle}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y)$,

$Int(\neg L^+) \times Int(\neg L^-)$ (следствие $J_{(\tau,1)}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y)$.

$M^\sigma$-предикаты и $\neg M^\sigma$-предикаты упорядочены отношением выводимости.

Экстенсионалы $M^\sigma$-предикатов и $\neg M^\sigma$-предикатов определяются как бинарные отношения

$$\{\langle V,Y\rangle \mid M_{x,0}^+(V,Y)\}, \{\langle V,Y\rangle \mid M_{y,0}^-(V,Y)\},$$
$$\{\langle V,Y\rangle \mid \neg M_{x,0}^+(V,Y)\}, \{\langle V,Y\rangle \mid \neg M_{y,0}^-(V,Y)\}.$$

Соответственно, определяются экстенсионалы прямых произведений этих решеток, представляющие п.п.в.-$1^{(\sigma)}$ [3,13].

---

[1] Д.В. Виноградов в [9] установил, что для конечных моделей ДСМ-правила выразимы в логике предикатов 1-го порядка.

[2] ⇌ есть равенство по определению.

Последовательное применение индукции (п.п.в.-1) и аналогии (п.п.в.-2) для стратегии $Str_{x,y}$ представимо оператором $O_{x,y}(\Omega(p))$, где $\Omega(p)$ – множество элементарных высказываний вида

$$J_{\bar{v}}(C \Rightarrow_1^{(p)} Q), J_{\langle\tau,0\rangle}(C \Rightarrow_1^{(p)} Q),$$

где $\bar{v} = \langle v, 0\rangle$, ν=1,–1,0, соответствующих заданной базе фактов

$$БФ(p) = \{\langle X,Y\rangle \mid J_{\langle 1,0\rangle}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y) \vee J_{\langle -1,0\rangle}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y) \vee J_{\langle\tau,0\rangle}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y)\}.$$

Множество $\Omega(p) = \Omega^+(p) \cup \Omega^-(p) \cup \Omega^\tau(p)$, p = 0,1,…,s, и оно взаимно-однозначно соответствует

$$БФ(p) = БФ^+(p) \cup БФ^-(p) \cup БФ^\tau(p).$$

**Замечание 1-1.** Множество элементарных высказываний с типом истинностных значений τ («неопределенно») задано для всех расширений БФ(0), т. е. $БФ(p) = БФ^+(p) \cup БФ^-(p) \cup БФ^\tau(0)$, где p=0,1,…,s, а $БФ(0) \subset БФ(1) \subset \ldots \subset БФ(s)$. Следовательно, имеем $\Omega(0) \subset \Omega(1) \subset \ldots \subset \Omega(s)$ – s расширений БФ(0), что соответствует s раз применению ДСМ-рассуждения, то есть, оператора $O_{x,y}(\Omega(p))$ и ДСМ-оператора $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p)) \rightleftharpoons O_{x,y}(\Omega(p)) \cup \Omega(p)$.

Таким образом, имеет место рефлексивность и идемпотентность $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p))$:

1. $\Omega(p) \subset \bar{O}_{x,y}(\Omega(p))$,

2. $\bar{O}_{x,y}(\bar{O}_{x,y}(\Omega(p)) = \bar{O}_{x,y}(\Omega(p))$.

**Замечание 2-1.** Стратегией ДСМ-рассуждения $Str_{x,y}$ называем последовательное применение правил индуктивного вывода (п.п.в.-1) и правил вывода по аналогии (п.п.в.-2), которыми являются $(I)_{x,y}^\sigma$ и $(II)_{x,y}^\sigma$, где σ = +,–,0,τ, а каждая $Str_{x,y}$ имеет имя <x,y> для четырех прямых произведений решеток, соответствующих типам истинностных значений 1,–1,0,τ [6, 13]. Множество всех стратегий ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$ обозначается посредством $\overline{Str}$.

**Замечание 3-1.** Условиями применимости ДСМ-рассуждений являются формализуемость отношения сходства фактов, наличие (+)- и (–)-фактов в качестве исходных данных, а также существование в массивах данных в неявном виде отношений «причина – следствие», которые выразимы и определимы средствами языка JL.

В силу сказанного формализация идей Ч.С. Пирса об абдукции средствами ДСМ-рассуждений использует существование отношений «причина – следствие», определяемых посредством предикатов $X \Rightarrow_1^{(p)} Y$ («объект X обладает эффектом Y») и $V \Rightarrow_2^{(p)} Y$ («подобъект V есть причина эффекта Y»).

В [1, 2] было показано, что одно понимание абдукции (согласно Ч.С. Пирсу) может быть формализовано как средство **принятия** гипотез, порожденных ДСМ-рассуждением [12]. В [1, 2] это определение абдукции названо абдукцией 1-го рода, а также в этих работах формализовано и другое понимание абдукции как логического вывода (абдукция 2-го рода), реализуемого в **ДСМ-исследовании**, которое является вторым этапом ДСМ-метода АПИ.

Абдукция 1-го рода, определяемая нами далее [6, 12], является возможной формализацией идеи абдукции Ч.С. Пирса, выраженной в известном тексте [15]: The surprising fact, C, is observed But it A were true, C would be a matter of course Hence, there is reason to suspect that A is true.

Этот текст Ч.С. Пирса был истолкован рядом авторов как процесс **принятия** гипотез [16, 17]. Понимание абдукции как принятия гипотез посредством объяснения множества фактов получило процедурную реализацию [18]:

(1)* Дано множество фактов D,
(2)* имеется множество гипотез H,
(3)* H объясняют D

---

(4)* Все гипотезы h из H правдоподобны

Разумеется, что подобная схема объяснительной абдукции требует уточнения:

$1^0$. Как получены H?
$2^0$. Что значит, что H объясняют D?
$3^0$. Как порождаются оценки принимаемых гипотез?

Ответы на вопросы $1^0$–$3^0$ формулируются средствами ДСМ-метода АПИ, реализующего ДСМ-рассуждения как синтез трех познавательных процедур: индукции, аналогии и абдукции [12, 19][3].

Уже было отмечено, что формализация абдукции в ДСМ-методе АПИ использует условия применимости ДСМ-рассуждений, включающие допущение о существовании в множестве исходных фактов отношений «причина – следствие», которые специфицируются относительно множества $\overline{Str}$ заданных стратегий $Str_{x,y}$ ДСМ-рассуждений.

Указанное допущение формализуется посредством аксиом каузальной полноты $АКП^{(\sigma)}$ и их ослаблений $(\exists^\sigma)$, где σ = +,– [6, 12], которые формулируются посредством языка JL:

$АКП^{(+)}$: $\forall X \forall Y \exists V (J_{<1,0>}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y) \to (J_{<1,1>}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y) \,\&\, (V \subset X)))$;

$АКП^{(-)}$: $\forall X \forall Y \exists V (J_{<-1,0>}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y) \to (J_{<-1,1>}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y) \,\&\, (V \subset X)))$.

Истинность $АКП^{(\sigma)}$ для БФ(p) означает, что каждый (σ)-факт имеет (σ)-причину, где σ =+,–, и, если $J_{<\nu,0>}(C \Rightarrow_1^{(p)} Q) \in \Omega^\sigma(p)$, где $\nu = \begin{cases} 1, если\ \sigma = + \\ -1, если\ \sigma = - \end{cases}$, то $\exists V (J_{<\nu,1>}(V \Rightarrow_2^{(p)} Q)$.

Очевидно, что практически не для каждого исследуемого массива фактов, представленного в БФ(p) интеллектуальной системы, реализующей ДСМ-рассуждения, $АКП^{(\sigma)}$ истинны. Однако применимость ДСМ-рассуждений означает, что множество фактов, характеризующих посредством отношений «причина –

---

[3] Заметим, что имеется множество попыток формализовать идеи Ч.С. Пирса об абдукции средствами логики и программирования, использующие дедукцию [20–22].

следствие», непусто. Следовательно, имеют место условия ($\exists^{\sigma}$) – ослабление АКП$^{(\sigma)}$, где σ = +,–:

($\exists^{+}$) $\exists X \exists Y \exists V(J_{<1,0>}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y) \& (J_{<1,1>}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y) \& (V \subset X))$,

($\exists^{-}$) $\exists X \exists Y \exists V(J_{<-1,0>}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y) \& (J_{<-1,1>}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y) \& (V \subset X))$.

Соответственно, определим

$\tilde{БФ}^{+}(p) = \{<X,Y> | \exists V(J_{<1,0>}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y) \& J_{<1,1>}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y) \& (V \subset X)\}$,

$\tilde{БФ}^{-}(p) = \{<X,Y> | \exists V(J_{<-1,0>}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y) \& J_{<-1,1>}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y) \& (V \subset X)\}$.

Очевидно, что если $БФ^{\sigma}(p) = \tilde{БФ}^{\sigma}(p)$, то истинны АКП$^{(\sigma)}$, где σ = +,–; иначе: $\tilde{БФ}^{\sigma}(p) \subset БФ^{\sigma}(p)$.

**Замечание 4-1.** Заметим, что для формализации **взаимодействия** п.п.в.-1 (индукции) и п.п.в.-2 (аналогии) достаточно средств языка-объекта JL. Однако определение ДСМ-рассуждения с условием принятия порождаемых гипотез посредством абдуктивного объяснения БФ(p) возможно лишь с применением метаязыка JL-языка MJL, который является более «богатым», чем JL.

MJL содержит формулы и термы JL, а также собственные термы Ω(p), Δ(p); $g_2(<V,Y>, \Omega(p))$, $g_1(<Z,Y>, \Omega(p))$, $(I)^{\sigma}(\Omega(p))$, $(II)^{\sigma}(\Omega(p))$, $\tilde{\Delta}(p), \tilde{\Omega}(p), \bar{O}_{x,y}(\Omega(p))$

и формулы $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p)) = \tilde{\Omega}_{x,y}(p)$, $(I)^{\sigma}(\Omega(p)) = \tilde{\Delta}_{x,y}(p)$;

$J_{<1,1>}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y) \in \tilde{\Delta}_{x,y}(p)$,

$J_{(\tau,1)}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y) \in \tilde{\Delta}_{x,y}(p)$, $J_{<1,2>}(Z \Rightarrow_1^{(p)} Y) \in \tilde{\Omega}^{+}_{x,y}(p)$,

$J_{<-1,2>}(Z \Rightarrow_1^{(p)} Y) \in \tilde{\Omega}^{-}_{x,y}(p)$,

$J_{(\tau,2)}(Z \Rightarrow_1^{(p)} Y) \in \tilde{\Omega}^{\tau}_{x,y}(p)$.

Введем также термы MJL

$\tilde{БФ}^{+}(p) \rightleftharpoons \{<X,Y> | J_{<1,0>}(X \Rightarrow_1^{(p)} Y) \& \exists V\, (J_{<1,1>}(V \Rightarrow_2^{(p)} Y) \& (V \subset X))\}$,

аналогично определим $\tilde{БФ}^{-}(p)$. Далее, определим функции $\rho^{\sigma}(p) = \dfrac{|\tilde{БФ}^{\sigma}(p)|}{|БФ^{\sigma}(p)|}$, где $|\tilde{БФ}^{\sigma}(p)|$, $|БФ^{\sigma}(p)|$ – числа элементов соответствующих множеств, а σ = +,–. $\rho^{\sigma}(p)$ есть степень абдуктивного объяснения БФ(p).

Теперь для фиксированной стратегии ДСМ-рассуждений из множества заданных стратегий $\overline{Str}$ определим ДСМ-рассуждение такое, что его **целью** является **уменьшение** множества **неопределенных** фактов **БФ$^{\tau}$(p)** для последовательности расширяемых БФ(p), где p = 0,1,…,s: БФ(0)⊂БФ(1)⊂…⊂БФ(s).

***Df*.1-1.** Пусть $\bar{\rho}^{\sigma}$ – заданный порог такой, что $0 \le \bar{\rho}^{\sigma} \le 1$, где σ = +,–, тогда последовательность $\bar{O}_{x,y}(\Omega(0)), \rho^{+}(0), \rho^{-}(0), \ldots, \bar{O}_{x,y}(\Omega(s)), \rho^{+}(s), \rho^{-}(s)$ называется ДСМ-рассуждением. ДСМ-рассуждение называется **допустимым**, если $\bar{\rho} \le \rho^{\sigma}(s)$. Допустимое ДСМ-рассуждение будем называть **монотонно-неубывающим**, если $\rho^{\sigma}(0) \le \rho^{\sigma}(1) \le \ldots \le \rho^{\sigma}(s)$, где σ = +,–.

Рассмотрим для фиксированной $Str_{x,y}$ ДСМ-рассуждение, определяемое посредством ДСМ-оператора $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p))$ и функций $\rho^{\sigma}(p)$. Определим средствами ДСМ-рассуждений абдукцию 1-го рода, формализующую **принятие** гипотез, порожденных индуктивными выводами (п.п.в.-1) и выводами по аналогии (п.п.в.-2).

Вводимое далее определение абдукции характеризует две возможности абдукции 1-го рода – **сильную** абдукцию и **слабую** абдукцию.

***Df*.2-1.** Схема сильной абдукции: заданы множества $\Omega(p) = \Omega^{+}(p) \cup \Omega^{-}(p) \cup \Omega^{\tau}(p)$, $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p)) = \tilde{\Omega}(p)$, $(I)_{x,y}(\Omega(p)) = \tilde{\Delta}(p)$, где $(I)_{x,y}(\Omega(p)) = \{(I)^{+}_{x,y}(\Omega(p)), (I)^{-}_{x,y}(\Omega(p)), (I)^{0}_{x,y}(\Omega(p)), (I)^{\tau}_{x,y}(\Omega(p))\}$,

а $(I)^{\sigma}_{x,y}(\Omega(p)) = \tilde{\Delta}^{\sigma}(p)$, где σ = +,–,0,τ.

(1) Ω(p) – представления БФ(p); (2) $\tilde{\Delta}(p) \cup \tilde{\Omega}(p)$ – результаты ДСМ-рассуждения (согласно *Df*.1-1); (3) АКП$^{(+)}$, АКП$^{(-)}$ истинны относительно БФ(p); (4) Тогда гипотезы $\tilde{\Delta}(p) \cup \tilde{\Omega}(p)$ **принимаются** Условия (1)*–(3)* и их Следствие (4)* определяют сильную абдукцию 1-го рода.

**Замечание 5-1.** Рассмотрим MJL, посредством метапредиката Acp($\varphi$) определим – «принятие гипотезы $\varphi$», где $\varphi \in \tilde{\Delta}(p)$ или $\varphi \in \tilde{\Omega}(p)$.

Заметим, что $\varphi$ может быть истинной J-формулой, но **не принятой**, если АКП$^{(\sigma)}$ не являются истинными. Получаем следующую схему сильной абдукции, являющуюся средством принятия результатов ДСМ-рассуждения, полученных применением п.п.в.-1 (индукции) и п.п.в.-2 (аналогии):

(1) Ω(p)

(2) $\tilde{\Delta}(p) \cup \tilde{\Omega}(p)$

(3) АКП$^{(+)}$, АКП$^{(-)}$

---

(4) $\forall \varphi((\varphi \in \tilde{\Omega}(p) \cup \tilde{\Delta}(p)) \to Acp(\varphi))$.

Заметим, что $\varphi$, $\forall\varphi$, Acp($\varphi$) – средства MJL, а Условие (3) означает, что все факты из БФ(p), представленной в Ω(p), имеют объяснение посредством порожденных гипотез о причинах исследуемых эффектов. Очевидно, что $\rho^{\sigma}(p) = 1$ равносильно истинности АКП$^{(\sigma)}$, где σ = +,–.

Определим теперь слабую абдукцию 1-го рода, соответствующую истинности ($\exists^{\sigma}$), а не АКП$^{(\sigma)}$, что означает **каузальную неполноту** БФ(p): не каждый (σ)-факт имеет объяснение посредством порожденной гипотезе о причине эффекта.

***Df*.3-1.** Схема слабой абдукции:

(1)' $\Omega(0),\ldots,\Omega(s)$,

$\Omega(0)\subset\ldots\subset\Omega(s)$,

(2)' $\tilde{\Delta}(0),...,\tilde{\Delta}(s);\tilde{\Omega}(0),...,\tilde{\Omega}(s),\rho^{+}(s)\geq\bar{\rho}^{+},\rho^{-}(s)\geq\bar{\rho}^{-}$,

где $\bar{\rho}^{\sigma}$ – заданные пороги[4];

(3)' $(\exists^{+}),(\exists^{-})$

---

(4)' $\forall\varphi((\varphi\in\tilde{\Omega}(s)\cup\tilde{\Delta}(s))\to Acp(\varphi))$.

Будем говорить, что имеет место практическая сходимость ДСМ-рассуждения $\bar{O}_{x,y}(\Omega(0))$, $\rho^{+}(0)$, $\rho^{-}(0),...,\bar{O}_{x,y}(\Omega(s))$, $\rho^{+}(s)$, $\rho^{-}(s)$, если достижимы для БФ(0)⊂…⊂БФ(s) заданные пороги $\bar{\rho}^{\sigma}$: $\rho^{\sigma}(s)\geq\bar{\rho}^{\sigma}$, где σ = +,–.

Если имеет место $\rho^{\sigma}(0)\leq...\leq\rho^{\sigma}(s)$, то будем говорить, что реализуется **равномерная** практическая сходимость ДСМ-рассуждения (она оказывается существенной при определении эмпирических закономерностей [1, 2]).

Сформулируем ниже особенности формализации абдукции 1-го рода как средства принятия порождаемых гипотез в языке MJL.

$1^0$. Идея абдукции уточняется и формализуется средствами ДСМ-метода АПИ, а, следовательно, предполагаются условия его применимости: существование (+)- и (–)-фактов, а также наличие в БФ(p) позитивных и негативных причин ((±)-причин), соответственно. Эти допущения формализуются посредством АКП$^{(\sigma)}$ и $(\exists^{\sigma})$, которые являются **достаточным основанием** для принятия порождаемых гипотез посредством объяснения.

$2^0$. (±)-факты и (±)-причины являются аргументами и контраргументами при порождении гипотез о причинах и гипотез о предсказаниях, соответственно, для индукции и аналогии.

$3^0$. Обе схемы абдукции **конструктивно** реализуемы посредством индукции для $\tilde{\Delta}(p)$ и аналогии для $\tilde{\Omega}(p)$.

$4^0$. Акт принятия для сильной абдукции основан на истинности АКП$^{(\sigma)}$ – аксиомы каузальной полноты [12], являющейся средством объяснения наличия эффекта в БФ(p) и достаточным основанием для принятия порожденных гипотез[5].

$5^0$. Если выполняется лишь $(\exists^{\sigma})$, а не АКП$^{(\sigma)}$, то с необходимостью рассматривается динамическое расширение БФ(p), начинающиеся с БФ(0), **управлением** которого являются функции степени абдуктивного объяснения $\rho^{\sigma}(p)$, где p = 0,1,…,s, а $\rho^{\sigma}(s)\geq\bar{\rho}^{\sigma}$.

Таким образом, ДСМ-рассуждение есть синтез (взаимодействие) индукции, аналогии и абдукции, а последняя управляет процессом ДСМ-рассуждения и устанавливает его завершение, если достижим порог: $\rho^{\sigma}(s)\geq\bar{\rho}^{\sigma}$.

$6^0$. Абдукция 1-го рода выразима в MJL и невыразима в JL, так как констатация принятия гипотез реализуется посредством метапредиката $Acp(\varphi)$. Кроме того, слабая абдукция использует функции $\rho^{\sigma}(p)$.

$7^0$. Существенной особенностью формализации абдукции 1-го рода является тот факт, что абдукция применима не в **замкнутых** теориях, а в **открытых**, более того, абдукция в ДСМ-методе АПИ является средством формирования открытых теорий (и их семейств) – квазиаксиоматических теорий, определяемых в [2, 4].

$8^0$. При формализации абдукции 1-го рода используется **когерентная теория истины** – принятие высказывания посредством заданного множества непротиворечивых высказываний [23, 24], а именно:

(1) $\boldsymbol{Acp(\varphi)}$, **если и только если АКП$^{(\sigma)}$**;

(2) $\boldsymbol{Acp(\varphi)}$, **если и только если** $\boldsymbol{\rho^{\sigma}(s)\geq\bar{\rho}^{\sigma}}$ и $\boldsymbol{(\exists^{+}),(\exists^{-})}$;

соответственно, для сильной абдукции и слабой абдукции, где σ = +,–.

Заметим, что Условия (1) и (2) отличны от условия *T* корреспондентной теории истины: *x* истинно, если и только если *p*, где *x* имя высказывания *p* [25, 26]. (1) и (2) представляют условия принятия $\varphi$ (т. е. высказывания $Acp(\varphi)$ с метапредикатом Acp), выраженные непротиворечивыми знаниями АКП$^{(\sigma)}$ и $\rho^{\sigma}(s)\geq\bar{\rho}^{\sigma}$ (для $\Omega(0)\subset\Omega(1)\subset\ldots\subset\Omega(s)$), соответственно.

## §2. ПРЕДИКАТЫ СОХРАНЕНИЯ ГИПОТЕЗ И КАУЗАЛЬНЫЕ ВЫНУЖДЕНИЯ ИССЛЕДУЕМЫХ ЭФФЕКТОВ

В этом разделе сохраним допущения §1: предполагаем, что существует эффект и соответствующая ему единственная причина такая, что не имеет места итерация применений п.п.в.-1 и п.п.в.-2.

В [1, 2] была рассмотрена идея обнаружения эмпирических закономерностей и предложены их формализации. Под эмпирической закономерностью понимается **сохранение** наблюдаемого эффекта при расширении множества фактов, его представляющих [2]. Это сохранение эффекта состоит в том, что имеется **регулярность** соответствия предполагаемой причины и вызываемого ей эффекта. Указанная регулярность «причина – следствие (эффект)» имеет место не только для заданной последовательности вложенных баз фактов БФ(p), p=0,1,…,s, то есть, для БФ(0)⊂…⊂БФ(s), но она (или её модификации) наблюдается для всех возможных перестановок образующих этой последовательности баз фактов.

Уточним идею эмпирических закономерностей, определив возможные расширения баз фактов и порождаемые возможные регулярности для каждого расширения БФ(p). Цель рассмотрения всех возможных расширений исходной последовательности – минимизация **случайности выбора** расширений БФ(p).

Будем использовать терминологию, подобную принятой для модальных логик [27]: БФ(p) будем называть **возможными мирами**, а последовательности

---

[4] $\bar{\rho}^{\sigma}\leq 1$, в задачах распознавания часто получают $\bar{\rho}^{\sigma}=0{,}8$.

[5] Можно считать, что АКП$^{(\sigma)}$ является принципом индукции (Д.С. Милль в работе [14] таковым считал закон единообразия природы).

их расширений БФ(0), БФ(1),…,БФ(s) такие, что БФ(0)⊂БФ(1)⊂…⊂БФ(s) – **историями возможных миров**.

Так как БФ(p) есть бинарные отношения, то введем следующие обозначения: БФ(p)=R(p), R(1)=R(0)∪B(1), R(i+1)=R(i)∪B(i+1), i=0,1,…,s–1; где R(0)∩B(i)= $\Lambda$, i=1,…,s; B(i)∩B(j)= $\Lambda$, если i≠j, где $\Lambda$ – пустое отношение.

Таким образом, имеем R(0)⊂R(1)⊂…⊂R(s) для исходной R(0),R(1),…,R(s) – «истории действительного мира», для которого породим (s+1)! историй возможных миров (включая его самого). Заметим, что каждая история возможных миров заканчивается R(0)∪B(1)∪…∪B(s).

Расширим MJL и введем следующие обозначения для историй возможных миров

$HPW_1,\dots, HPW_j,\dots, HPW_{(s+1)!}$:

$HPW_1$ $R^1(0)$, $R^1(1),\dots, R^1(s)$

… ……………………..

$HPW_j$ $R^j(0)$, $R^j(1),\dots$, $R^j(s)$

………………………………………

$HPW_{(s+1)!}$ $R^{(s+1)!}(0)$, $R^{(s+1)!}(1)$,…, $R^{(s+1)!}(s)$,

где $R^1(s) = \ldots = R^j(s) = \ldots = R^{(s+1)!}(s)$.

Множество всех историй возможных миров обозначим посредством $\overline{HPW}$, а возможные миры (PW) мы уже обозначили посредством $R^j$(i), где i = 0,1,…,s; j = 1,…,(s+1)!.

Введем также переменные для историй возможных миров h, $h_1$,… .

Предикаты $V \Rightarrow_2^{(p)} Y$ и $Z \Rightarrow_1^{(p)} Y$ заменим на предикаты $H_2$(V,Y,p,h) и $H_1$(Z,Y,p,h), соответственно.

Второй этап ДСМ-метода АПИ – обнаружение эмпирических закономерностей образует **ДСМ-исследование** [1, 2]. ДСМ-исследование задано посредством

(1) $HPW_1$: $R^1(0)$, $R^1(1),\dots, R^1(s)$;

(2) $\Omega^\tau(0)$,

(3) $\overline{HPW}$,

(4) $\overline{Str}$,

где $|\overline{HPW}| = (s+1)!$, а

$$R^1(0)=\{\langle X,Y\rangle | J_{\langle 1,0\rangle}H_1(X,Y,0,1)\vee J_{\langle -1,0\rangle}H_1(X,Y,0,1)\vee J_{(\tau,0)}H_1(X,Y,0,1)\},$$ а

$\Omega_1(0)$, $\Omega_1(1)$,..., $\Omega_1(s)$ взаимно-однозначно соответствуют $R^1(0)$, $R^1(1)$,…, $R^1(s)$. Аналогичное соответствие имеет место для всех $R^j(0),\dots, R^j(s)$, где j = 1,…,(s+1)!, а

$$R^j(i)=\{\langle X,Y\rangle | J_{\langle 1,0\rangle}H_1(X,Y,i,j)\vee J_{\langle -1,0\rangle}H_1(X,Y,i,j)\vee J_{(\tau,0)}H_1(X,Y,i,j)\},$$

j=1,…,(s+1)!, i=0,1,…,s.

Реализация ДСМ-исследований характеризуется функциями $g_2$(<v,y>, Ω(p),h) и $g_1$(<z,y>, Ω(p),h), определяемыми далее.

Структура данных ДСМ-метода АПИ, используемая для определений фактов и гипотез о причинах и предсказаний, основана на двух булевых алгебрах $\mathcal{B}_1 = \langle 2^{U^{(1)}}, \varnothing, U^{(1)}, -,\cap,\cup\rangle$ и $\mathcal{B}_2 = \langle 2^{U^{(2)}}, \varnothing, U^{(2)}, -,\cap,\cup\rangle$ для представления объектов (подобъектов) и эффектов (множеств свойств), соответственно [4, 12].

Напомним, что предварительно для определения эмпирических закономерностей рассматривается наиболее простой случай такой, что существует **единственная** причина V и эффект Y такие, что ДСМ-рассуждение реализуется за два шага – для индукции и для аналогии (т. е. без итераций п.п.в.-1 и п.п.в.-2). Следовательно, порождаются истинностные значения <*v*,1>, (τ,1) и <*v*,2>, (τ,2), соответственно, для п.п.в.-1 и п.п.в-2.

Для рассмотрения историй возможных миров из $\overline{HPW}$ параметризуем термы $\Delta(p),\tilde{\Delta}(p);\Omega(p),\tilde{\Omega}(p)$, введя переменную h, получим

$$\Delta(p,h),\tilde{\Delta}(p,h);\Omega(p,h),\tilde{\Omega}(p,h).$$

Обозначим посредством {Ω} множество {Ω(0,h), Ω(1,h),…, Ω(p,h),…, Ω(s,h)}, соответствующее истории возможных миров h из $\overline{HPW}$. Тогда отображение $g_2 : (2^{U^{(1)}} \times 2^{U^{(2)}}) \times \{\Omega\} \times \overline{HPW} \to \{1,-1,0,\tau\}$ определим следующим образом:

***Df*.4-2.**

$$g_2(\langle V,Y\rangle,\Omega(p,h)) = \begin{cases} 1, \text{ если } J_{\langle 1,1\rangle}H_2(V,Y,p,h)\in\tilde{\Delta}^+(p,h) \\ -1, \text{ если } J_{\langle -1,1\rangle}H_2(V,Y,p,h)\in\tilde{\Delta}^-(p,h) \\ 0, \text{ если } J_{\langle 0,1\rangle}H_2(V,Y,p,h)\in\tilde{\Delta}^0(p,h) \\ \tau, \text{ если } J_{(\tau,1)}H_2(V,Y,p,h)\in\tilde{\Delta}^\tau(p,h). \end{cases}$$

Аналогично определим

$g_1 : (2^{U^{(1)}} \times 2^{U^{(2)}}) \times \{\Omega\} \times \overline{HPW} \to \{1,-1,0,\tau\}$:

$$g_1(\langle Z,Y\rangle,\Omega(p,h)) = \begin{cases} 1, \text{ если } J_{\langle 1,2\rangle}H_1(Z,Y,p,h)\in\tilde{\Omega}^+(p,h) \\ -1, \text{ если } J_{\langle -1,2\rangle}H_1(Z,Y,p,h)\in\tilde{\Omega}^-(p,h) \\ 0, \text{ если } J_{\langle 0,2\rangle}H_1(Z,Y,p,h)\in\tilde{\Omega}^0(p,h) \\ \tau, \text{ если } J_{(\tau,2)}H_1(Z,Y,p,h)\in\tilde{\Omega}^\tau(p,h).[6] \end{cases}$$

Заметим, что $V_{in}$= {1,–1,0,τ}, $V_{ex}$= {t,f} – множества фактических («внутренних») и логических («внешних») истинностных значений [4, 12]. Последние используются для определения J–функций [5]. Напомним также, что

$(I)^\sigma_{x,y}(\Omega(p,h)) = \tilde{\Delta}^\sigma(p,h)$,

а $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p,h) = \tilde{\Omega}(p,h)$,

где σ = +,–,0,τ; $\tilde{\Delta}^\sigma(p,h) \subseteq \tilde{\Delta}(p,h), \tilde{\Omega}^\sigma(p,h) \subseteq \tilde{\Omega}(p,h)$.

Пусть $\bar{Q}(h) = \{Q_1,\dots,Q_{r(h)}\}, \bar{Q}(h) \subseteq 2^{U^{(2)}}$; тогда табл. 1 задает $g_2(\langle V,Y\rangle,\Omega(p,h))$:

*Таблица 1*

| $g_2(\langle V,Y\rangle,\Omega(p,h))$ | $\Omega(0,h)\Omega(1,h)\dots\Omega(p,h)\dots\Omega(s,h)$ |
|---|---|
| $\langle C_1^j,Q_1\rangle$ | $\sigma_1(0)\quad \sigma_1(1)\dots\sigma_1(p)\dots\sigma_1(s)$ |
| ……………… | ………………………………… |
| $\langle C_i^j,Q_i\rangle$ | $\sigma_i(0)\quad \sigma_i(1)\dots\sigma_i(p)\dots\sigma_i(s)$ |
| ……………… | ………………………………… |
| $\langle C_{r(h)}^j,Q_{r(h)}\rangle$ | $\sigma_{r(h)}(0)\quad \sigma_{r(h)}(1)\dots\sigma_{r(h)}(p)\dots\sigma_{r(h)}(s)$ |

[6] (τ,1) и (τ,2) являются множествами истинностных значений.

Применение ДСМ-рассуждения к каждому *Ω(i,h)* порождает $\tilde{\Delta}(i,h)$. Посредством $\tilde{\Delta}$ обозначим результат применения ДСМ-рассуждения к последовательности БФ(0,h),…, БФ(s,h) такой, что БФ(0,h)⊂…⊂БФ(s,h), который взаимно-однозначно соответствует Ω(0,h), Ω(1,h),…, Ω(s,h).

Таким образом,

$$\tilde{\Delta} = \bigcup_{i=0}^{s} \tilde{\Delta}(i,h),$$

где $\tilde{\Delta}$ взаимно – однозначно соответствует

$$\left\{ \langle C', Q_1 \rangle, ..., \langle C_i^{/}, Q_1 \rangle, ..., \langle C_{r(h)}^{/}, Q_{r(h)} \rangle \right\}.$$

Так как $|\Omega^{\tau}(0)| = m_0$, где $m_0 = l_0 + a + b + c$ [6], где a,b,c – три типа ошибок ДСМ-рассуждений, а $l_0$ – представление **правильных** (верифицированных) предсказаний, уточняющих $\Omega^{\tau}(0)$, что является одной из целей ДСМ-рассуждений.

Возможны три случая: (1) $r(h) = m_0$, (2) $r(h) > m_0$, (3) $r(h) < m_0$. Практически наиболее возможный случай (2).

Аналогично табл. 1 рассмотрим табл. 2, задающую $g_1(\langle v, y \rangle, \Omega(p,h))$:

*Таблица 2*

| $g_1(\langle z, y \rangle, \Omega(p,h))$ | $\Omega(0,h)\Omega(1,h)...\Omega(p,h)...\Omega(s,h)$ |
|---|---|
| $\langle C_1, Q_1 \rangle$ | $\theta_1(0) \quad \theta_1(1)...\theta_1(p)...\theta_1(s)$ |
| ………………… | ……………………………… |
| $\langle C_i, Q_i \rangle$ | $\theta_i(0) \quad \theta_i(1)...\theta_i(p)...\theta_i(s)$ |
| ………………… | ……………………………… |
| $\langle C_{m_0}, Q_{m_0} \rangle$ | $\theta_{m_0}(0) \quad \theta_{m_0}(1)...\theta_{m_0}(p)...\theta_{m_0}(s)$, |

где $|\Omega^{\tau}(0)| = m_0$.

Заметим, что: $g_2(\langle V,Y \rangle, \Omega(p,h)) = v$, если и только если $J_{\langle v,1 \rangle}H_2(V,Y,p,h) \in \tilde{\Delta}^{\sigma}(p,h)$, где

$$\nu = \begin{cases} 1, \textit{если } \sigma = + \\ -1, \textit{если } \sigma = - \\ 0, \textit{если } \sigma = 0 \end{cases};$$

$g_2(\langle V,Y \rangle, \Omega(p,h)) = \tau$,
если и только если $J_{(\tau,1)}H_2(V,Y,p,h) \in \tilde{\Delta}^{\tau}(p,h)$;
$g_1(\langle Z,Y \rangle, \Omega(p,h)) = v$, если и только если
$J_{\langle v,2 \rangle}H_2(Z,Y,p,h) \in \tilde{\Omega}^{\sigma}(p,h)$,

где $\nu = \begin{cases} 1, \textit{если } \sigma = + \\ -1, \textit{если } \sigma = - \\ 0, \textit{если } \sigma = 0 \end{cases}$,

$g_1(\langle Z,Y \rangle, \Omega(p,h)) = \tau$,
если и только если $J_{(\tau,2)}H_1(Z,Y,p,h) \in \tilde{\Omega}^{\tau}(p,h)$.

Объясним предварительно и неформально смысл предикатов сохранения истинности гипотез и соответствующих предикатов сохранения истинности предсказаний, посредством которых будут определены эмпирические закономерности, содержащиеся в историях возможных миров из $\overline{HPW}$.

Пусть $\langle C_i^{/}, Q_i \rangle$ для параметров p и h выполняет $J_{\langle 1,1 \rangle}H_2(C_i^{/}, Q_i, p, h)$, а $Cd_1 = 1…1$ последовательность 1 такая, что она соответствует

$$\Omega(0,h)\,\Omega(1,h)…\ \Omega(s,h), \text{ то есть } \underbrace{1\ \ 1...1}_{s+1},$$

а $\overline{Cd_2}$ – множество последовательностей 1…1 таких, что они соответствуют

$$\begin{matrix} \Omega(0,h) & \Omega(1,h) & … & \Omega(s,h) \\ 1 & 1 & … & 1 \end{matrix}$$

в силу выполнимости $J_{<1,2>}H_1(Z,Q_i,p,h)$ для всех Z таких, что $C_i^{/} \subset Z$, тогда $Cd_1 \cdot \overline{Cd_2}$ будем называть множеством кодов **эмпирического** закона. Его элементами будут $Cd = \underbrace{1...1}_{s+1} \bullet \underbrace{1...1}_{s+1}$, где «•» – знак конкатенации, а каждому $\sigma_i(p)$ соответствует $\theta_i(p)$ такой, что $\sigma_i(p) = \theta_i(p)$, где $\sigma_i(p) = 1$. Аналогично определяется код $Cd = \underbrace{-1...-1}_{s+1} \bullet \underbrace{-1...-1}_{s+1}$.

Коды $Cd = \sigma_i(0)…\sigma_i(s) \bullet \theta_i(0)…\theta_i(s)$, где $\sigma_i(p) = \theta_i(p)$, $\sigma_i(p) = 1 (\sigma_i(p) = -1)$ будем называть **чисто регулярными**.

Таким образом, паре $\langle C_i^{/}, Q_i \rangle$, выполняющей

$$J_{<1,1>}H_2(V,Y,p,h),$$

соответствует истинность $J_{<1,2>}H_1(Z,Q_i,p,h)$ для всех Z таких, что $C_i^{/} \subset Z$.

Аналогичное имеет место и для $\sigma_i(p) = -1$.

Пусть $\langle C_i^{/}, Q_i \rangle$ для параметров p и h таких, что $0 \leq p \leq q$ выполняет $J_{(\tau,1)}H_2(C_i^{/}, Q, p, h)$, а для параметров $q+1 \leq p \leq s$ выполняет $J_{<1,1>}H_2(C_i^{/}, Q, p, h)$; $Cd_1 = \underbrace{\tau...\tau}_{q}\underbrace{1...1}_{s+1-q}$ есть последовательность τ…τ 1…1 такая, что она соответствует Ω(0,h)Ω(1,h)…Ω(q,h)Ω(q+1,h)…Ω(s); а $\overline{Cd_2}$ – множество последовательностей τ…τ 1…1 таких, что они соответствуют

$$\begin{matrix} \Omega(0,h) & \Omega(1,h) & … & \Omega(q,h) & \Omega(q+1,h) & … & \Omega(s) \\ \tau & \tau & … & \tau & 1 & … & 1 \end{matrix}$$

в силу выполнимости
$J_{<1,2>}H_1(Z,Q_i,p,h)$ для всех Z и p таких, что $q+1 \leq p \leq s$, а $C_i^{/} \subset Z$, тогда $Cd_1 \cdot \overline{Cd_2}$ будем называть множеством кодов **эмпирических** тенденций. Их элементами будут $Cd = \underbrace{\tau...\tau}_{q}\underbrace{1...1}_{s+1-q} \bullet \underbrace{\tau...\tau}_{q}\underbrace{1...1}_{s+1-q}$, где «•» – знак конкатенации, а каждому $\sigma_i(p)$, где $0 \leq p \leq q$, соответствует $\theta_i(p)$ такой, что $\sigma_i(p) = \theta_i(p)$; а каждому $\sigma_i(p)$, где $q+1 \leq p \leq s$, соответствует $\theta_i$ такой, что $\sigma_i(p) = \theta_i(p)$.

Аналогично определяется

$$Cd = \tau…\tau{-1}…{-1} \bullet \tau…\tau{-1}…{-1}$$

для $J_{(\tau,1)}H_2(C_i^{/}, Q_i, p, h)$, $J_{(\tau,2)}H_1(Z,Q_i,p,h)$ для $0 \leq p \leq q$, соответственно, и всех Z; а также $J_{<-1,1>}H_2(C_2^{/}, Q_i, p, h)$, $J_{<-1,2>}H_1(Z,Q_i,p,h)$ для $q+1 \leq p \leq s$, соответственно, и всех Z.

Слабые эмпирические тенденции определим для условия $q \geq s+1-q$.

Для формализации эмпирических закономерностей [1, 2] (эмпирических законов, тенденций и слабых тенденций) введем определения соответствующих предикатов, выражающих сохранение типов истинностных значений (1,–1,τ) для гипотез о причинах и соответствующих им гипотез о предсказаниях для расширений БФ(p).

***Df.*5-2.** Для фиксированной стратегии ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$, единственной причины V для случаев отсутствия итераций правил правдоподобного вывода (п.п.в.-1 и п.п.в.-2) сформулируем определение предиката, сохраняющего тип истинностного значения «1» для БФ(0)⊂…⊂БФ(s):

$L_2^+(V,Y,p,s,h) \rightleftharpoons (((0 \le p \le s) \& (\rho^+(s) \ge \overline{\rho}^+)) \to$
$(J_{\langle 1,1\rangle} H_2(V,Y,p,h) \in \tilde{\Delta}^+(p,h))$ &
$(J_{\langle 1,1\rangle} H_2(V,Y,0,h) \in \tilde{\Delta}^+(0)))$, где
$(I)_{x,y}^+(\Omega(p,h)) = \tilde{\Delta}^+(p,h)$;

$\hat{L}_2^+(V,Y,p,s,h) \rightleftharpoons L_2^+(V,Y,p,s,h)$ & $(\rho^+(0) \le ... \le \rho^+(s))$.

Аналогично определим
$L_2^-(V,Y,p,s,h)$ и $\hat{L}_2^-(V,Y,p,s,h)$.

Подобно *Df.*5-2 сформулируем определение предиката сохранения типа истинностного значения для гипотез о предсказании относительно БФ(0)⊂…⊂БФ(s):

***Df.*6-2.**
$L_1^+(Z,Y,p,s,h) \rightleftharpoons ((((0 \le p \le s) \&$
$(\rho^+(s) \ge \overline{\rho}^+)) \to (J_{\langle 1,2\rangle} H_1(Z,Y,p,h) \in \tilde{\Omega}^+(p,h))$ &
$(J_{\langle 1,2\rangle} H_1(Z,Y,0,h) \in \tilde{\Omega}^+(0)))$, где
$\overline{O}_{x,y}(\Omega(p,h)) = \tilde{\Omega}(p,h), \tilde{\Omega}^\sigma(p,h) \subseteq \tilde{\Omega}(p,h)$, σ = +,–,0,τ.

$\hat{L}_1^+(Z,Y,p,s,h) \rightleftharpoons L_1^+(Z,Y,p,s,h) \& (\rho^+(0) \le ... \le \rho^+(s))$.

Аналогично определим
$L_1^-(Z,Y,p,h)$ и $\hat{L}_1^-(Z,Y,p,s,h)$.

Заметим, что $L_2^\sigma(V,Y,p,h)$ и $L_1^\sigma(Z,Y,p,s,h)$, где σ = +,–, соответствуют $Cd = Cd_1 \cdot \overline{Cd}_2$, рассмотренным выше, где $Cd_1$=ν…ν, а ν = 1,–1.

*Df.*5-2 и *Df.*6-2 будут использованы для определения каузальных вынуждений исследуемого эффекта, а также для определения эмпирических законов.

Формулируемые далее *Df.*7-2 и *Df.*8-2 будут использованы для определения эмпирических тенденций таких, что им соответствуют $Cd = Cd_1 \cdot \overline{Cd}_2$, где $Cd_1$ = τ…τν…ν, а ν = 1,–1, $\overline{Cd}_2$ – множество аналогичных кодов для всех *Z* таких, что $C_i^{/} \subset Z$, где $C_i^{/}$ представляет предполагаемую причину эффекта, являющегося значением Y в $g_2$(<V,Y>, Ω(p,h) и $g_1$(<Z,Y>, Ω(p,h)).

***Df.*7-2.**
$L_{2,\tau}^+(V,Y,p,s,h) \rightleftharpoons \exists q((((\rho^+(s) \ge \overline{\rho}^+)$ &
$((J_{\langle 1,1\rangle} H_2(V,Y,p,s,h) \in \tilde{\Delta}^+(p,h)) \vee$
$(J_{\langle \tau,1\rangle} H_2(V,Y,p,h) \in \tilde{\Delta}^\tau(p,h)))$ &(0≤p≤s))→
((((0≤p≤q)&(2(q+1)<s))→$g_2$(<V,Y>,Ω(p,h))=τ)&
((q+1≤p≤s)→$g_2$(<V,Y>,Ω(p,h))=1)))&
$((J_{\langle \tau,1\rangle} H_2(V,Y,0,h) \in \tilde{\Delta}^\tau(0,h))$ &
$(J_{\langle 1,1\rangle} H_2(V,Y,q+1,h) \in \tilde{\Delta}^+(q+1)))$,
$\hat{L}_{2,\tau}^+(V,Y,p,s,h) \rightleftharpoons L_{2,\tau}^+(V,Y,s,p,h)$ &($\rho^+(0) \le … \le \rho^+(s)$).

Аналогично определим
$L_{2,\tau}^-(V,Y,p,s,h)$ и $\hat{L}_{2,\tau}^-(V,Y,p,s,h)$.

***Df.*8-2.**
$L_{1,\tau}^+(Z,Y,p,s,h) \rightleftharpoons \exists q((((\rho^+(s) \ge \overline{\rho}^+)$ &
$((J_{\langle 1,2\rangle} H_1(Z,Y,p,h) \in \tilde{\Omega}^+(p,h)) \vee$
$(J_{\langle \tau,2\rangle} H_1(Z,Y,p,h) \in \tilde{\Omega}^\tau(p,h))))$ &(0≤p≤s))→
((((0≤p≤q)&(2(q+1)<s))→$g_1$(<Z,Y>,Ω(p,h))=τ)&
((q+1≤p≤s)→$g_1$(<Z,Y>,Ω(p,h))=1))&
$((J_{\langle \tau,2\rangle} H_1(Z,Y,0,h) \in \tilde{\Omega}^\tau(0))$ &
$(J_{\langle 1,2\rangle} H_1(Z,Y,q+1,h) \in \tilde{\Omega}^+(q+1,h)))$,
$\hat{L}_{1,\tau}^+(Z,Y,p,s,h) \rightleftharpoons L_{1,\tau}^+(Z,Y,s,p,h)$ &($\rho^+(0) \le … \le \rho^+(s)$).

Аналогично определяются
$L_{1,\tau}^-(Z,Y,p,s,h)$ и $\hat{L}_{1,\tau}^-(Z,Y,s,p,h)$.

Заменой в $L_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,h)$ и $L_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,h)$, где σ = +,–, условия 2(q+1)<s на 2(q+1)≥s получим определения $\overline{L}_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,h)$ и $\hat{\overline{L}}_1^\sigma(Z,Y,p,h)$, которые выражают слабые эмпирические тенденции.

Средствами языка MJL определим функцию оценки V[$\varphi$] формул языка JL.

**<u>Замечание 6-2.</u>** В [4] было введено различение корреспондентных и когерентных истинностных значений. Корреспондентные истинностные значения [25, 26] определяются условиями Т.А. Тарского: «соответствие высказывания положению дел». Когерентные истинностные значения высказывания $\varphi$ определяются посредством выполнимости некоторых непротиворечивых условий, характеризующих $\varphi$.

Посылки п.п.в.-1 (индукции) и п.п.в.-2 (аналогии) являются основанием для выводимости следствий и присвоения им истинностных значений <ν,1>, множества истинностных значений (τ,1) для п.п.в.-1 и <ν,2> и (τ,2) для п.п.в.-2, где ν = 1,–1,0.

Посылки п.п.в.-1 осуществляют вынуждение (forcing) гипотез о причинах – **вынуждение на основе сходства фактов** (FS). Посылки же п.п.в.-2 осуществляют **локальное каузальное вынуждение** гипотез о предсказаниях (LCF) посредством гипотез о причинах.

FS и LCF являются условиями порождения **когерентных** истинностных значений.

Оценки $H_1$(C,Q,p,h) <ν,0> и (τ,0), где ν = 1,-1 являются типами **корреспондентных** истинностных значений для $R^h(p)$, где p = 0,1,…,s; h = 1,2,…,(s+1)!, а C,Q – константы. В силу этого положим <1,0> = t, <–1,0> = f, где t,f – истинностные значения двузначной логики, а (τ,0) = τ.

Будем определять V[$\varphi$] для фиксированной $Str_{x,y}$.

$1^0$. V[$H_1$(C,Q,p,h)]=<ν,0> для $R^h(p)$, где ν = 1,–1; C,Q – константы, а p = 0,1,…,s; h = 1,…,(s+1)!

$2^0$.V[H₂($C'$,Q,p,h)]=<1,1>, если и только если $J_{(\tau,0)}H_2(C',Q,p,h)$ & $M^+_{x,0}(C',Q)$ & $\neg M^-_{y,0}(C',Q)$;

$3^0$.V[H₂($C'$,Q,p,h)]=<-1,1>, если и только если $J_{(\tau,0)}H_2(C',Q,p,h)$ & $\neg M^+_{x,0}(C',Q)$ & $M^-_{y,0}(C',Q)$;

$4^0$.V[H₂($C'$,Q,p,h)]=<0,1>, если и только если $J_{(\tau,0)}H_2(C',Q,p)$ & $M^+_{x,0}(C',Q)$ & $M^-_{y,0}(C',Q)$;

$5^0$.V[H₂($C'$,Q,p,h)]=(τ,1), если и только если $J_{(\tau,0)}H_2(C',Q,p,h)$ & $\neg M^+_{x,0}(C',Q)$ & $\neg M^-_{y,0}(C',Q)$;

$6^0$. V[H₁(C,Q,p,h)]=<1,2>, если и только если $J_{(\tau,1)}H_1(C,Q,p,h)$ & $\Pi^+(C,Q)$;

$7^0$. V[H₁(C,Q,p,h)]=<-1,2>, если и только если $J_{(\tau,1)}H_1(C,Q,p,h)$ & $\Pi^-(C,Q)$;

$8^0$. V[H₁(C,Q,p,h)]=<0,2>, если и только если $J_{(\tau,1)}H_1(C,Q,p,h)$ & $\Pi^\circ(C,Q)$;

$9^0$. V[H₁(C,Q,p,h)]=(τ,2), если и только если $J_{(\tau,1)}H_1(C,Q,p,h)$ & $\Pi^\tau(C,Q)$;

$10^0$. Формулы JL, образованные посредством $-,\cap,\cup,\subseteq,=$, оцениваются стандартным образом;

$11^0$. $J_{\bar{v}}\varphi = \begin{cases} t, если\ V[\varphi]=\bar{v} \\ f, иначе \end{cases}$, где $\varphi$ – формула JL.

$12^0$. Если $\varphi,\psi$ – формулы JL такие, что предикаты H₁ и H₂ находятся в сфере действия J-операторов или не содержат этих предикатов, то формулы $\neg\varphi$, $(\varphi \& \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \to \psi)$ оцениваются стандартно – как формулы двузначной логики.

$13^0$. Если $\varphi$(X) – формула JL такая, что X входит свободно и X находится в сфере действия J-оператора или не содержит предикатов H₁ и H₂, то V[∀X$\varphi$(X)]=t, если и только, если V[$\varphi$(C)]=t для каждого $C \in 2^{U^{(1)}}$;

$14^0$. Если $\varphi$(Y) – формула JL такая, что Y входит свободно в $\varphi$ и Y находится в сфере действия J-оператора или не содержит предикатов H₁ и H₂, то V[∀Y$\varphi$(Y)]=t, если и только если V[$\varphi$(Q)]=t для каждого $Q \in 2^{U^{(2)}}$.

Аналогично определим оценку V[∃X$\varphi$(X)] и V[∃Y$\varphi$(Y)] в $15^0$, $16^0$;

$17^0$. V[∀p$\varphi$(p)]=t, если и только если V[$\varphi$($\bar{p}$)]=t для всех значений $\bar{p}$ переменной *p* таких, что $0 \le \bar{p} \le \bar{s}$, соответствующих $R^h(\bar{p})$, где h – номер истории возможных миров из $\overline{HPW}$;

$18^0$. V[∃p$\varphi$(p)]=t, если и только если существует $\bar{p}$ такое, что $0 \le \bar{p} \le \bar{s}$ и V[$\varphi$($\bar{p}$)]=t относительно $R^h(\bar{p})$;

$19^0$. V[∀h$\varphi$(h)]=t, если и только V[$\varphi$($\bar{h}$)]=t для всех $R^h$(p), где $1 \le \bar{h} \le (\bar{s}+1)$ и $0 \le \bar{p} \le \bar{s}$, где $\bar{p}$ – значение *p*;

$20^0$. V[∃h$\varphi$(h)]=t, если и только если существует $\bar{h}$ такое, что V[$\varphi$($\bar{h}$)]=t для $R^{\bar{h}}(p)$ и всех $\bar{p}$ $0 \le \bar{p} \le \bar{s}$;

$21^0$. V[∀n$\varphi$(n)]=t, где n – переменные сорта 3, если и только если V[$\varphi$($\bar{n}$)]=t для всех $\bar{n}$=0,1,… ;

$22^0$. V[∃n$\varphi$(n)]=t, если и только если существует $\bar{n}$ такое, что V[$\varphi$($\bar{n}$)]=t.

Используя пары предикатов,
$L_2^\sigma(V,Y,p,h), L_1^\sigma(Z,Y,p,h);$
$\hat{L}_2^\sigma(V,Y,p,h), \hat{L}_1^\sigma(Z,Y,p,h);$
$L_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,h), L_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,h);$
$\hat{L}_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,h), \hat{L}_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,h);$
$\bar{L}_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,h), \bar{L}_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,h);$
$\bar{\hat{L}}_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,h), \bar{\hat{L}}_{1,\tau}^\sigma(V,Y,p,h),$
определим **пролонгированные** каузальные вынуждения (PCF) для σ = +,–, являющиеся применяемыми локальными каузальными вынуждениями для историй возможных миров HPW $R^h(0)$, $R^h(1)$,…, $R^h(s)$.

PCF выражает условие **сохранения** локального каузального вынуждения для всех возможных миров $R^h$(p), начиная с $R^h$(0) для соответствующей $HPW_h$. Зависимости пар предикатов $L_2^\sigma, L_1^\sigma$ и $\hat{L}_2^\sigma, \hat{L}_1^\sigma$; $L_{2,\tau}^\sigma, L_{1,\tau}^\sigma$ и $\hat{L}_{2,\tau}^\sigma, \hat{L}_{1,\tau}^\sigma$; $\bar{L}_{2,\tau}^\sigma, \bar{L}_{1,\tau}^\sigma$ и $\bar{\hat{L}}_{2,\tau}^\sigma, \bar{\hat{L}}_{1,\tau}^\sigma$ выражают эмпирические законы (ER), эмпирические тенденции (ET) и слабые эмпирические тенденции (WET), соответственно.

***Df*.9-2.** Условиями PCF для **эмпирических законов** являются

(1)
$\exists h \exists s \forall V \forall Y \forall Z \forall p((L_2^\sigma(V,Y,p,s,h)\&(V \subset Z)\&P(Z,p,h)) \to L_1^\sigma(Z,Y,p,s,h)),$

где $P(Z,p,h) \rightleftharpoons \neg\exists V_0((J_{<-1,1>}H_2(V_0,Z,p,h) \vee J_{<0,1>}H_2(V_0,Z,p,h))\&(V_0 \subset Z));$

(2)
$\exists h \exists s \forall V \forall Y \forall Z \forall p((\hat{L}_2^\sigma(V,Y,p,s,h)\&(V \subset Z)\&P(Z,p,h) \to \hat{L}_1^\sigma(Z,Y,p,s,h)),$

где σ=+,–.

***Df*.10-2.** Условиями PCF для **эмпирических тенденций** являются

(3)
$\exists h \exists s \forall V \forall Y \forall Z \forall p((L_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,s,h)\&(V \subset Z)\&P(Z,p,h)) \to L_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,s,h));$

(4)
$\exists h \exists s \forall V \forall Y \forall Z \forall p((\hat{L}_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,s,h)\&(V \subset Z)\&P(Z,p,h)) \to \hat{L}_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,s,h).$

***Df*.11-2.** Условиями PCF для **слабых эмпирических тенденций** являются

(5)
$\exists h \exists s \forall V \forall Y \forall Z \forall p((\bar{L}_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,s,h)\&(V \subset Z)\&P(Z,p,h)) \to \bar{L}_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,s,h)),$

(6)
$\exists h \exists s \forall V \forall Y \forall Z \forall p((\bar{\hat{L}}_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,s,h)\&(V \subset Z)\&P(Z,p,h)) \to \bar{\hat{L}}_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,s,h)).$

Следующее предложение является теоремой MJL, формулируемой относительно историй возможных миров $R^h(0)$, $R^h(1)$,…, $R^h(s)$.

**Предложение 1-2.** Условия пролонгированных каузальных вынуждений PCF, определяемые посредством пар предикатов

$L_2^\sigma(V,Y,p,s,h), L_1^\sigma(Z,Y,p,s,h);$

$\hat{L}_2(V,Y,p,s,h), \hat{L}_1^\sigma(Z,Y,p,s,h);$

$L_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,s,h), L_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,s,h);$

$\hat{L}_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,s,h), \hat{L}_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,s,h);$

$\overline{L}_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,s,h), \overline{L}_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,s,h);$

$\bar{\hat{L}}_{2,\tau}^\sigma(V,Y,p,s,h), \bar{\hat{L}}_{1,\tau}^\sigma(Z,Y,p,s,h)$,

истинны относительно историй возможных миров HPW $R^h(0)$, $R^h(1)$,…, $R^h(s)$ для фиксированной стратегии ДСМ-рассуждений.

Для доказательства Предложения 1-2 относительно HPW переформулируем п.п.в.-1 и п.п.в.-2 для предикатов $H_2(V,Y,p,h)$ и $H_1(Z,Y,p,h)$. Не нарушая общности рассмотрим случай σ = +.

Получим

$$\Pi^+(Z,Y) \rightleftharpoons \exists V(J_{<1,1>}H_2(V,Y,p,h)\&(V\subset Z)\& \neg\exists V_0((J_{<-1,1>}H_2(V_0,Y,p,h)\vee J_{<0,1>}H_2(V_0,Y,p,h))\&(V\subset Z)).$$

Здесь мы рассматриваем случай ДСМ-рассуждений с существованием единственной причины и отсутствием итераций правил правдоподобного вывода, что ограничивается применением истинностных значений <*ν*,n>, где *ν* = 1,–1,0, их множества (τ,n), где n = 0,1,2.

Переформулируем $(II)_{x,y}^+$ и $(I)_{x,y}^+$, введя параметры p и h:

$$(II)_{x,y}^+ \quad \frac{J_{(\tau,1)}H_1(Z,Y,p,h)\&\Pi^+(Z,Y,p,h)}{J_{\langle 1,2\rangle}H_1(Z,Y,p,h)}$$

$$(I)_{x,y}^+ \quad \frac{J_{(\tau,0)}H_2(V,Y,p,h)\& \mathrm{M}_{x,0}^+(V,Y,p,h)\&\neg \mathrm{M}_{y,0}^-(V,Y,p,h)}{J_{\langle 1,1\rangle}H_2(V,Y,p,h)}.$$

Аналогично формулируются $(II)_{x,y}^\sigma$ и $(I)_{x,y}^\sigma$ для σ = –,0, τ. Заметим, что для п.п.в.-1 и п.п.в.-2 имеет место обратимость посылок и их следствий [28].

Рассмотрим фиксированную, но произвольную стратегию ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$.

Рассмотрим PCF для эмпирических законов (1) из *Df.*9-2 и (2) из *Df.*10-2.

Предположим, что истинен антецедент (1) и существуют $\overline{h}$ и $\overline{s}$ – значения h и s. Пусть, далее, $C',Q,C$ и $\overline{p}$ – любые значения V,Y,Z и p, соответственно. Пусть истинна

$$L_2^+(C',Q,\overline{p},\overline{s},\overline{h})\&(C'\subset C)\&P(C,\overline{p},\overline{h}),$$

тогда в силу определения $L_2^+(V,Z,p,s,h)$ истинна $J_{\langle 1,1\rangle}H_2(C',Q,\overline{p},\overline{h})$.

Далее, истинность $P(C,\overline{p},\overline{h})$ влечет истинность

$$\neg\exists V_0((J_{<-1,1>}H_2(V_0,Y,p,h)\vee J_{<0,1>}H_2(V_0,Y,p,h))\&(V_0\subset C))$$

из определения $\Pi^+(Z,Y,p,h)$, а, следовательно, истинно $L_1^+(C,C',\overline{p},\overline{h})$.

Таким образом, если

$$V[L_2^+(C',Q,\overline{p},\overline{s},\overline{h})\&(C'\subset C)\&P(C,\overline{p},\overline{h})]=t,$$

то $V[L_1^+(C,Q,\overline{p},\overline{s},\overline{h})]=t$, что и требовалось доказать.

Аналогично доказывается предложение (2), а также случай с σ= – для (1) и (2).

Рассмотрим условия CF для (1) и (2) для эмпирических тенденций.

Предположим, что истинен антецедент (3) для произвольных констант $\overline{h},\overline{s},C',Q,C,\overline{p}$ $V[L_{2,\tau}^+(C',Q,\overline{p},\overline{s})\&(C'\subset C)\&P(C,\overline{p},\overline{h})]=t$.

Рассмотрим два случая, когда

$$0\le p\le \overline{q} \text{ и } \overline{q}+1\le p\le \overline{s}.$$

Если $0\le p\le \overline{q}$, то и V $[J_{(\tau,1)}H_2(C',Q,\overline{p},\overline{h})]=t$, тогда в силу единственности $C'$ (согласно предположению) и определению предиката $\Pi^+(Z,Y,p,h)$ и $V[P(C,p,\overline{s})]=t$ получим $V[J_{\langle -1,1\rangle}H_2(C',Q,p,\overline{h})]=f$ и $V[J_{\langle 0,1\rangle}H_2(C',Q,p,\overline{h})]=f$, $V[J_{(\tau,1)}H_2(C',Q,p,\overline{h})]=t$ и, следовательно, $V[J_{(\tau,1)}H_1(C,Q,p,\overline{h})]=t$ в силу Закона исключенного пятого четырехзначной логики [29].

Если $q+1\le p\le \overline{s}$, то

$$V[J_{\langle 1,1\rangle}H_2(C',Q,p,\overline{h})]=t$$

$$V[J_{\langle \nu,1\rangle}H_2(C',Q,p,\overline{h})]=f,$$

где *ν* = –1,0, и $V[J_{\langle \tau,1\rangle}H_2(C',Q,p,\overline{h})]=f$, следовательно, в силу определения $\Pi^+(Z,Y,p,h)$ получим, что $V[J_{\langle 1,1\rangle}H_2(C',Q,p,\overline{h})]=t$.

Доказательства для случая σ= – и условий (4), (5), (6) аналогичны.

Рассмотрим условия каузальных вынуждений (CF) (1)–(6), обозначив их посредством $A_j^\sigma$, 1 ≤ j ≤ 6, где σ = +,–. Заменив в $A_j^\sigma$ переменные h,s,V,Y на их значения $\overline{h},\overline{s},C',Q$, соответственно, получим $A_j^\sigma(\overline{h},\overline{s},C',Q)$ – их реализации $RCF_j$.

$A_j^\sigma(\overline{h},\overline{s},C',Q)$ будем называть **эмпирическими предзакономерностями** (PER): эмпирическими предзаконами (PEL), предтенденциями (PET), слабыми предтенденциями (PWET).

Не нарушая общности, рассмотрим CF (1) и введем соответствующие определения, которые распространим затем на случай CF (2)-(6).

$D_{2,1}^+(V,Y,Z,p,s,h) \rightleftharpoons L_2^+(V,Y,p,s,h)\&(V\subset Z)\&P(Z,p,h)$,

где

$$P(Z,p,h)\rightleftharpoons\neg\exists V_0(J_{<-1,1>}H_2(V_0,Y,p,s,h)\vee J_{<0,1>}H_2(V_0,Y,p,h))\&(V_0\subset Z)).$$

Реализация (1) $RCF_1$:

$$\forall Z \forall p((L_2^+(C', Q, p, \overline{s}, \overline{h}) \,\&\, (C' \subset Z) \,\&$$
$$P(Z, p, \overline{h})) \to L_1^+(Z, Q, p, \overline{h})).$$

Посредством $D_1^+(Z, Y, p, h)$ обозначим $L_1^+(Z, Y, p, h)$: $D_{1,1}^+(Z, Y, p, h) \rightleftharpoons L_1^+(Z, Y, p, h)$.

Тогда получим

$\exists h \exists s \forall V \forall Y \forall Z \forall p((D_{2,1}^+(V, Y, Z, p, h) \to D_{1,1}^+(Z, Y, p, h))$,

$D_{2,1}^+ = \left\{ \langle Z, p \rangle \mid D_2^+(C', Q, Z, p, \overline{s}, \overline{h}) \right\}$,

$D_{1,1}^+ = \left\{ \langle Z, p \rangle \mid L_1^+(Z, Q, p, \overline{s}, \overline{h}) \right\}$.

Заметим, что $D_{2,1}^+$ и $D_{1,1}^+$ – бинарные отношения, выраженные в MJL, который расширим соответствующим образом.

Заметим, что в силу CF (1): $D_{2,1}^+ \subseteq D_{1,1}^+$, что есть следствие Предложения 1-2.

Примем следующее *Допущение* $(*): \neg(D_{2,1}^+ = \Lambda)$, где $\Lambda$ – пустое отношение. Получим следствие *Допущения* $(*)$ и Предложения 1-2: $\neg(D_{1,1}^+ = \Lambda)$.

Очевидно, что аналогичные утверждения имеют место и для $D_{2,j}^\sigma, D_{1,j}^\sigma$, где σ = +,–, а j = 1,…,6: $\neg(D_{2,j}^\sigma = \Lambda)$ – допущение, тогда $\neg(D_{1,j}^\sigma = \Lambda)$, так как $D_{2,j}^\sigma \subseteq D_{1,j}^\sigma$.

Напомним теперь начальные условия для применения ДСМ-метода АПИ:

$1^0$. Ω(0,1),Ω(1,1),…,Ω(p,1),…,Ω(s,1) – «история действительного мира» Ω(0,1),
где Ω(0,1) ⊂ Ω(1,1) ⊂ … ⊂ Ω(p,1) ⊂ … ⊂ Ω(s,1);

$2^0$. $\Omega^\tau(0,1)$, где $\Omega^\tau(0,1)=\Omega^\tau(p,h)$ для всех $0 \le p \le s$, $1 \le h \le (s+1)!$;

$3^0$. $\overline{HPW}$, где $|\overline{HPW}|=(s+1)!$. $\overline{HPW}$ – конечное множество историй конечных возможных миров (PW);

$4^0$. $\overline{Str}$ – множество стратегий ДСМ-рассуждений [6, 13].

Сформулируем теперь условие **применимости** ДСМ-метода АПИ.

***Df*.12-2.** Будем говорить, что ДСМ-метод АПИ **применим**, если существуют стратегии $Str_{x_1,y_1}$ и $D_{2,j}^+$ или $Str_{x_2,y_2}$ и $D_{2,i}^-$ такие, что $\neg(D_{2,j}^+ = \Lambda) \vee \neg(D_{2,i}^- = \Lambda)$, где 1 ≤ i, j = 6.

*Df*.12-2 выражает тот факт, что обнаружимы эмпирические предзакономерности (PER), что означает истинность условий применимости ДСМ-метода АПИ.

**Замечание 7-2.** Определение применимости ДСМ-метода АПИ может быть усилено добавлением условия **непротиворечивости** реализаций $A_j^\sigma(\overline{h}, \overline{s}, C', Q)$ и множеств гипотез, порожденных для всех историй PW из $\overline{HPW}$ [1].

**Замечание 8-2.** Реализации CF будем называть **эмпирическими предномологическими высказываниями**. Этот термин является некоторым изменением термина «номологическое высказывание», введенного Г. Рейхенбахом в [30, 31]. Эмпирические предномологические высказывания определены для некоторой HPW из $\overline{HPW}$, тогда как, далее, определим **эмпирические номологические высказывания** такие, что они истинны для всех HPW из $\overline{HPW}$.

Эмпиричность предномологических высказываний характеризуется условием **непустоты антецедента** $\neg(D_{2,j}^\sigma = \Lambda)$, а также использованием констант $\overline{h}$ и $\overline{s}$ – значений переменных *h* и *s*, соответственно. Примерами пролонгированных RCF, являются

$\forall Z \forall p\Big(\Big(L_2^\sigma(C', Q, p, \overline{s}, \overline{h}) \,\&\, \big(C' \subset Z\big) \,\&\, P\big(Z, p, \overline{h}\big)\Big) \to$
$L_1^\sigma(Z, Q, p, \overline{h})),$

где σ = +,–, а $\neg(D_{2,1}^\sigma = \Lambda)$ истинно.

В §2 были рассмотрены пролонгированные каузальные вынуждения (PCF) [1, 2] и соответствующие их реализации (RCF), выразимые эмпирическими предномологическими высказываниями, которые определены для фиксированных историй возможных миров HPW из заданного $\overline{HPW}$. Далее в §3 определим **интегральные каузальные вынуждения (ICF)** для **всех** HPW, образующих $\overline{HPW}$, где $|\overline{HPW}|=(s+1)!$.

## §3. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ КАУЗАЛЬНЫЕ ВЫНУЖДЕНИЯ И МНОЖЕСТВО ЭМПИРИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ *ER*

Эмпирические предзакономерности (PER), представимые посредством эмпирических предномологических высказываний определяются для историй возможных миров HPW, которые являются значениями переменной h. Эмпирические закономерности (ER), рассматриваемые в этом параграфе, определяются для **всех** историй возможных миров из множества $\overline{HPW}$ посредством реализаций интегральных каузальных вынуждений (ICF), которые представимы **эмпирическими номологическими высказываниями.**

ICF исследуемого эффекта определяется посредством множества CF, определяемого для всех HPW из $\overline{HPW}$ посредством **базисных** CF $A_j^\sigma$, где 1 ≤ j ≤ 6, а σ = +,–, рассмотренных в §2.

Множество всех ICF, обозначаемое посредством $\overline{ICF}$, образует **интенсионал** понятия эмпирической закономерности IntER, а соответствующее множество реализаций $\overline{ICF}$ является **экстенсионалом** ExtER, соответствующим IntER и образованным множеством стратегий $\overline{Str}$ ДСМ-рассуждений и их применениями ко всем историям возможных миров из $\overline{HPW}$.

Посредством пар предикатов $L_2^\sigma, L_1^\sigma; \hat{L}_2^\sigma, \hat{L}_1^\sigma; L_{2,\tau}^\sigma, L_{1,\tau}^\sigma; \hat{L}_{2,\tau}^\sigma, \hat{L}_{1,\tau}^\sigma; \overline{L}_{2,\tau}^\sigma, \overline{L}_{1,\tau}^\sigma, \hat{\overline{L}}_{2,\tau}^\sigma, \hat{\overline{L}}_{1,\tau}^\sigma$ были определены базисные CF $A_j^\sigma$, где 1 ≤ j ≤ 6, σ = +,–. CF $A_j^\sigma$ соответствуют их реализации RCF для пар $\langle C', Q \rangle$, где $C'$ – носитель причины, а $Q$ – носитель эффекта.

Заметим, что каждой HPW из $\overline{HPW}$, где $|\overline{HPW}|$=(s+1)!, соответствует некоторое $A_j^\sigma$ и его реализации, которым соответствует некоторый код эмпирической закономерности $Cd = Cd_1 \cdot \overline{Cd}_2$, где $\overline{Cd}_2$ – множество кодов для всех Z таких, что V⊂Z (V – переменная для носителя причины).

Следующие условия являются основанием для упорядочения $A_j^\sigma$:

(1) тип Cd – непустого регулярного кода ($\nu$ = 1,-1): $<\nu, \nu>^*$, $<\tau, \nu>^*$, являющегося кодом **начальной** HPW;

(2) типы непустых регулярных кодов, являющихся **потомками (наследниками)** начального Cd, которыми являются $<\nu, \nu>|<\tau, \nu>$, $<\tau, \nu>$ такие, что

(3) $<\tau, \nu>$ имеет 2q < s+1 повторений $\tau$, $<\tau, \nu>$ имеет 2q ≥ s+1 повторений $\tau$, что характеризует эмпирические тенденции (ET) и слабые эмпирические тенденции (WET), соответственно;

(4) имеет место одна из возможностей – выполнимость условия монотонности $\rho^\sigma(p)$ или его невыполнимость, обозначаемые посредством M и ¬M, соответственно.

Заметим также, что $<\nu, \nu>$ и $<\tau, \nu>$ обозначают $\nu\ldots\nu\bullet\nu\ldots\nu$ и $\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu\bullet\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$, соответственно, с «длиной» 2(s+1); $<\nu, \nu>^*$ и $<\tau, \nu>^*$ обозначают выбранные Cd начальных эмпирических закономерностей.

Напомним, что $Cd = Cd_1 \bullet \overline{CD}_2$, где $|Cd_1|=|Cd_2|$=s+1.

В табл. 3 представлены 14 возможных интегральных каузальных вынуждений – $A_a^\sigma, A_b^\sigma, A_c^\sigma$, $A_d^\sigma, A_e^\sigma$, $A_f^\sigma$, $A_g^\sigma, A_h^\sigma, A_i^\sigma, A_j^\sigma, A_k^\sigma, A_l^\sigma, A_m^\sigma, A_n^\sigma$, где σ = +,–. Эти ICF характеризуются генераторами PCF (пролонгированные CF), начальными PCF (их кодами Cd), Cd потомков начальных PCF, монотонностью степени абдукции 1-го рода – функции $\rho^\sigma(p)$.

Реализации ICF являются **эмпирическими закономерностями:** регулярностями сохранения детерминаций гипотезами о причинах гипотез о предсказаниях, которые выразимы посредством предикатов $L_2^\sigma, L_1^\sigma; \hat{L}_2^\sigma, \hat{L}_1^\sigma;\ L_{2,\tau}^\sigma, L_{1,\tau}^\sigma; \hat{L}_{2,\tau}^\sigma, \hat{L}_{1,\tau}^\sigma; \overline{L}_{2,\tau}^\sigma, \overline{L}_{1,\tau}^\sigma, \overline{\hat{L}}_{2,\tau}^\sigma, \overline{\hat{L}}_{1,\tau}^\sigma$.

Представленные в табл. 3 интегральные каузальные вынужия (ICF) формализуются в MJL посредством соответствующих эмпирических номологических высказываний, которым они соответствуют.

Выразим в MJL все 14 интегральных каузальных вынуждений (ICF), содержащихся в табл. 3 и обозначаемые посредством $A_\chi^\sigma$, где

$$\chi \in \{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n\}.$$

$A_\chi^\sigma$ выразимы посредством пролонгированных каузальных вынуждений $A_r^\sigma$, где r = 1,2,3,4,5,6. В свою очередь $A_r^\sigma$ выразимы посредством 6-ти генераторов гипотез о причинах и гипотез о предсказаниях, которые определены для соответствующих историй возможных миров HPW из $\overline{HPW}$.

Каждое пролонгированное CF (PCF) $A_r^\sigma$, где 1 ≤ r ≤ 6, выразим посредством $\exists h\tilde{A}_i^\sigma(h)$, где $\tilde{A}_i^\sigma(h)$ имеет префикс ∀V∀Y∀Z∀p. Таким образом, например, $A_1^\sigma$ представим как $\exists h\tilde{A}_1^\sigma(h)$, где $\tilde{A}_1^\sigma(h)$ есть ∀V∀Y∀Z∀p (($L_2^\sigma$(V,Y,p,h)&(V⊂Z)&P(Z,p,h)) → $L_1^\sigma$(Z,Y,p,h)), а σ = +,–. Тогда для каждого ICF из табл. 3 получим следующие представления ICF, представленные в табл. 4.

ICF $A_\chi^\sigma$, где χ={$a,b,\ldots,m,n$}, характеризуются посредством спецификации образующих их PCF $A_r^\sigma$, где 1 ≤ $r$ ≤ 6 в соответствии с табл. 3. Условиями этих спецификаций являются начальное PCF, его потомки с условиями $2q<s+1$ и $2q \geq s+1$ и условиями монотонности $\rho^\sigma(p)$ или их отсутствия, что обозначается посредством M и ¬M, соответственно [2].

Посредством **X** и **Y** будем обозначать переменные для элементов множества $\overline{ICF}$, которые обозначим их именами a,b,…,m,n. Посредством α(**X**), β(**X**), γ(**X**) и $\bar{M}$(**X**) будем обозначать условия, характеризующие $ICF\ A_\chi^\sigma$, где χ={$a,b$, …, $m,n$}.

Значениями α(**X**), β(**X**) и γ(**X**) являются, соответственно, $<\nu, \nu>^*$, $<\tau, \nu>^*$; $<\nu, \nu>|<\tau, \nu>$, $<\tau, \nu>$; $2q<s+1$, $2q\geq s+1$. Значениями $\bar{M}$(**X**) являются M, ¬M.

α(**X**) характеризует начальное PCF, β(**X**) характеризует непосредственного потомка начального PCF, γ(**X**) характеризует непосредственного потомка и всех последующих потомков, $\bar{M}$(**X**) характеризует само PCF.

На множестве ER определим отношение ⊒ посредством упорядочения α(**X**), β(**X**), γ(**X**), $\bar{M}$(**X**) следующим образом: $<\nu, \nu>^* > <\nu, \nu>|<\tau, \nu> > <\tau, \nu>$, $<\nu, \nu>\&2q<s+1 > <\nu, \nu>\&2q\geq s+1$, $<\tau, \nu>\&2q<s+1 > <\tau, \nu>\&2q\geq s+1$; α(**X**) > β(**X**), $<\nu, \nu>|<\tau, \nu> > <\tau, \nu>$, где «>» – отношение строгого порядка.

Определим **X** ⊐ **Y**:

***Df*.13-3.** **X** ⊐ **Y**, если имеют место (1) или (2), или (3), или (4):

**(1)** α(**X**) > α(**Y**) & $\bar{M}$(**X**) ≥ $\bar{M}$(**Y**),

**(2)** α(**X**) = α(**Y**) & β(**X**) > β(**Y**) & $\bar{M}$(**X**) ≥ $\bar{M}$(**Y**),

**(3)** α(**X**) = α(**Y**) & β(**X**) = β(**Y**) & γ(**X**) > γ(**Y**) & $\bar{M}$(**X**) ≥ $\bar{M}$(**Y**),

**(4)** α(**X**) = α(**Y**) & β(**X**) = β(**Y**) & γ(**X**) = γ(**Y**) & $\bar{M}$(**X**) > $\bar{M}$(**Y**).

**X** = **Y**, если равны соответствующие условия, характеризующие **X** и **X**. **X** ⊒ **Y**, если **X** ⊐ **Y** или **X** = **Y**.

**Предложение 2-3.** Множество всех интегральных каузальных вынуждений $\overline{ICF}$ частично упорядочено и содержит наибольший и наименьший элементы.

Пусть E=$\overline{ICF}$, тогда $\overline{E}$ =<E, ⊒> – частично упорядоченное множество, где E={$a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l.m.n$} и ∀**X**($a$ ⊒ **X**) и ∀**X**(**X** ⊒ n), определяемое посредством (1)-(4).

Тогда имеют место рефлексивность: $\forall \mathbf{X}(\mathbf{X} \sqsupseteq \mathbf{X})$, антисимметричность $\forall \mathbf{X} \forall \mathbf{Y}(((\mathbf{X} \sqsupseteq \mathbf{Y}) \& (\mathbf{Y} \sqsupseteq \mathbf{X})) \rightarrow \mathbf{X}=\mathbf{Y})$, также транзитивность $\forall \mathbf{X} \forall \mathbf{Y} \forall \mathbf{Z}(((\mathbf{X} \sqsupseteq \mathbf{Y}) \& (\mathbf{Y} \sqsupseteq z)) \rightarrow (\mathbf{X} \sqsupseteq \mathbf{Z}))$.

Рассмотрим разбиение $E = E' \cup E''$, где $E' = \{a,c,e,g,i,k,m\}$, а $E'' = \{b,d,f,h,j,l,n\}$, такое, что для всех $\mathbf{X} \in E'$ имеет место $M(\mathbf{X})$, а для всех $\mathbf{X} \in E''$ имеет место $\neg M(\mathbf{X})$.

В $E'$ и $E''$ имеются, соответственно, цепи $a \sqsupset c$, $c \sqsupset e$, $e \sqsupset g$, $g \sqsupset i$, $i \sqsupset k$, $k \sqsupset m$; $b \sqsupset d$, $d \sqsupset f$, $f \sqsupset j$, $j \sqsupset l$, $l \sqsupset n$, что следует из определений $A_\chi^\sigma$, где $\chi \in E$. Аналогично имеем $a \sqsupset b$ и $m \sqsupset n$ ($a$ и b, m и n – отличны в силу $\bar{M}(a) > \bar{M}(\mathrm{b})$ и $\bar{M}(\mathrm{m}) > \bar{M}(\mathrm{n})$. Следовательно, $\forall \mathbf{X}(a \sqsupseteq \mathbf{X})$ и $\forall \mathbf{X}(\mathbf{X} \sqsupseteq \mathrm{n})$.

*Таблица 3*

| PCF | Cd начальных PCF | Cd потомков | Монотонность $\rho^\sigma(p)$ | ICF |
|---|---|---|---|---|
| - $A_1^\sigma : L_2^\sigma, L_1^\sigma$<br>($L_2^\sigma, L_1^\sigma$ – *генераторы* ER) | $<v, v>^*$ | $<v, v>$,<br>$<v, v>\|<\tau, v>\&(2q<s+1)$ | ¬M | $A_b^\sigma$ |
| | $<v, v>^*$ | $<v, v>$,<br>$<v, v>\|<v, v>\&$<br>$(2q<s+1)\|<\tau, v>\&(2q\geq s+1)\|$<br>$<\tau, v>\&(2q \geq s+1)$ | ¬M | $A_d^\sigma$ |
| | $<v, v>^*$ | $<\tau, v>\&(2q<s+1)$ | ¬M | $A_f^\sigma$ |
| | $<v, v>^*$ | $<v, \tau>\&(2q\geq s+1)$,<br>$<v, \tau>\&(2q\geq s+1)\|$<br>$<v, \tau>\&(2q<s+1)$ | ¬M | $A_h^\sigma$ |

| PCF | Cd начальных PCF | Cd потомков | Монотонность $\rho^\sigma(p)$ | ICF |
|---|---|---|---|---|
| $A_2^\sigma : \hat{L}_2^\sigma, \hat{L}_1^\sigma$<br>($\hat{L}_2^\sigma, \hat{L}_1^\sigma$ – *генераторы* ER) | $<v, v>^*$ | $<v, v>\&(2q<s+1)$,<br>$<v, v>\|<\tau, v>\&(2q<s+1)$ | M | $A_a^\sigma$ |
| | $<v, v>^*$ | $<v, v>\&(2q\geq s+1)$,<br>$<v, v>\&(2q\geq s+1)\|$<br>$<v, v>\&(2q<s+1)\|$<br>$<\tau, v>\&(2q\geq s+1)\|$<br>$<\tau, v>\&(2q<s+1)$ | M | $A_c^\sigma$ |
| | $<v, v>^*$ | $<\tau, v>\&(2q<s+1)$ | M | $A_e^\sigma$ |
| | $<v, v>^*$ | $<v, \tau>\&(2q\geq s+1)$,<br>$<v, \tau>\&(2q\geq s+1)\|$<br>$<v, \tau>\&(2q<s+1)$ | M | $A_g^\sigma$ |

| PCF | Cd начальных PCF | Cd потомков | Монотонность $\rho^\sigma(p)$ | ICF |
|---|---|---|---|---|
| $A_3^\sigma : L_{2,\tau}^\sigma, L_{1,\tau}^\sigma$<br>($L_{2,\tau}^\sigma, L_{1,\tau}^\sigma$ – *генераторы* ER) | $<\tau, v>^*$ | $<\tau, v>\&(2q<s+1)$ | ¬M | $A_j^\sigma$ |
| | $<\tau, v>^*$ | $<\tau, v>\&(2q\geq s+1)$,<br>$<\tau, v>\&(2q\geq s+1)\|<\tau, v>\&$<br>$(2q<s+1)$ | ¬M | $A_l^\sigma$ |
| $A_4^\sigma : \hat{L}_2^\sigma, \hat{L}_1^\sigma$<br>($L_{2,\tau}^\sigma, L_{1,\tau}^\sigma$ – *генераторы* ER) | $<\tau, v>^*$ | $<\tau, v>\&(2q<s+1)$ | M | $A_i^\sigma$ |
| | $<\tau, v>^*$ | $<\tau, v>\&(2q\geq s+1)$,<br>$<\tau, v>\&(2q\geq s+1)\|$<br>$<\tau, v>\&(2q<s+1)$ | M | $A_k^\sigma$ |

| PCF | Cd начальных PCF | Cd потомков | Монотонность $\rho^\sigma(p)$ | ICF |
|---|---|---|---|---|
| $A_5^\sigma : \bar{L}_{2,\tau}^\sigma, \bar{L}_{1,\tau}^\sigma$ | $<\tau, v>^*$ | $<\tau, v>\&(2q\geq s+1)$ | ¬M | $A_n^\sigma$ |
| $A_6^\sigma : \hat{L}_{2,\tau}^\sigma, \hat{\bar{L}}_{1,\tau}^\sigma$ | $<\tau, v>^*$ | $<\tau, v>\&(2q\geq s+1)$ | M | $A_m^\sigma$ |

*Таблица 4*

$$A_a^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_2^\sigma(h_1) \,\&\, \exists h_2(\tilde{A}_2^\sigma(h_2) \,\&\, \neg(h_1 = h_2)) \,\&\, \forall h(\neg(h = h_1) \to (\tilde{A}_2^\sigma(h) \vee \tilde{A}_4^\sigma(h))))$$

$$A_c^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_2^\sigma(h_1) \,\&\, \exists h_2(h_1 \neq h_2 \,\&\, \tilde{A}_2^\sigma(h_2) \,\&\, \forall \mathrm{h}((h \neq h_1) \,\&\, (h \neq h_2) \to \tilde{A}_2^\sigma(h) \,|\, \tilde{A}_4^\sigma(h) \,|\, \tilde{A}_6^\sigma(h)))$$

$$A_e^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_2^\sigma(h_1) \,\&\, \forall \mathrm{h}((h \neq h_1) \to \tilde{A}_4^\sigma(h)))$$

$$A_g^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_2^\sigma(h_1) \,\&\, \exists h_2 \tilde{A}_6^\sigma(h_2) \,\&\, \forall \mathrm{h}(h \neq h_1 \to (\tilde{A}_6^\sigma(h) \vee \tilde{A}_4^\sigma(h)))$$

$$A_6^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_1^\sigma(h_1) \,\&\, \forall \mathrm{h}(\neg(h \neq h_1) \to (\tilde{A}_1^\sigma(h) \vee \tilde{A}_3^\sigma(h)))$$

$$A_d^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_1^\sigma(h_1) \,\&\, \exists h_2 \tilde{A}_5^\sigma(h_2) \,\&\, \forall \mathrm{h}(h \neq h_1 \to (\tilde{A}_5^\sigma(h) \vee \tilde{A}_3^\sigma(h)))$$

$$A_f^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_1^\sigma(h_1) \,\&\, \forall \mathrm{h}(h \neq h_1 \to \tilde{A}_3^\sigma(h))$$

$$A_h^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_1^\sigma(h_1) \,\&\, \exists h_2 \tilde{A}_5^\sigma(h_2) \,\&\, \forall \mathrm{h}(h \neq h_1 \to (\tilde{A}_5^\sigma(h) \vee \tilde{A}_3^\sigma(h)))$$

$$A_i^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_4^\sigma(h_1) \,\&\, \forall \mathrm{h}(h \neq h_1 \to \tilde{A}_4^\sigma(h))$$

$$A_k^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_4^\sigma(h_1) \,\&\, \exists h_2 \tilde{A}_6^\sigma(h_2) \,\&\, \forall \mathrm{h}(\tilde{A}_6^\sigma(h) \vee \tilde{A}_4^\sigma(h)))$$

$$A_j^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_3^\sigma(h_1) \,\&\, \forall \mathrm{h}(h \neq h_1 \to \tilde{A}_3^\sigma(h))$$

$$A_l^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_3^\sigma(h_1) \,\&\, \exists h_2 \tilde{A}_5^\sigma(h_2) \,\&\, \forall \mathrm{h}(h \neq h_1 \to (\tilde{A}_5^\sigma(h) \vee \tilde{A}_3^\sigma(h)))$$

$$A_m^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_6^\sigma(h_1) \,\&\, \forall \mathrm{h}(h \neq h_1 \to \tilde{A}_6^\sigma(h)))$$

$$A_n^\sigma : \exists h_1(\tilde{A}_5^\sigma(h_1) \,\&\, \forall \mathrm{h}(h \neq h_1 \to \tilde{A}_5^\sigma(h)))$$

Частично упорядоченное множество E представляет $\overline{ICF}$, так как $A_\chi^\sigma \in \overline{ICF}$ тогда и только тогда, когда $\chi \in$ E.

Множество интегральных вынуждений может быть графически представлено классификационным Деревом *T* (рис. 1) следующим образом:

$1^0$. Корнем Дерева *T* является само $\overline{ICF}$.

$2^0$. Ветви Br(χ) Дерева *T* представляют элементы $A_\chi^\sigma \in \overline{ICF}$, где $\chi \in$ E.

$3^0$. Вершинами Дерева *T* являются $<v, v>^*$, $<\tau, v>$; $<v, v>|<\tau, v>$, $<\tau, v>$; $2q<s+1>$, $2q \geq s+1$; M, ¬M.

$4^0$. M, ¬M являются концевыми вершинами Дерева *T*.

$5^0$. $<v, v>^*$ и $<\tau, v>^*$ непосредственно следуют за корнем $\overline{ICF}$.

$6^0$. Именами ветвей Дерева *T* являются χ – элементы T : $\chi \in$ E [1, 2].

Обозначим посредством ER множество имен элементов $\overline{ICF}$, а EL, ET, SET – обозначения множеств имен для *ICF* для эмпирических законов, эмпирических тенденций и слабых эмпирических тенденций, соответственно:

ER=$\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n\}$,

EL=$\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$,

ET=$\{i,j,k,l\}$,

WET=$\{m,n\}$.

Очевидно, что T={Br(χ)|$\chi \in$ E}, а T взаимно-однозначно соответствует $\overline{ICF}$.

**Замечание 9-3.** Заметим, что T определено **независимо** от $\overline{Str}$, т. е. для любой $Str_{x,y}$.

**Замечание 10-3.** Пополним теперь начальные условия для применения ДСМ-метода АПИ:

$1^0$. Ω(0,1), Ω(1,1),…, Ω(s,1),

где Ω(0,1) ⊂ Ω(1,1) ⊂ … ⊂ Ω(s,1);

$2^0$. $\Omega^\tau(0,1)$, где $\Omega^\tau(0,1)=\Omega^\tau(p,h)$ для всех p и всех h;

$3^0$. $\overline{HPW}$;

$4^0$. $\overline{Str}$;

$5^0$. $\overline{ICF}$, где $\overline{ICF}$ представлено посредством Дерева *T*.

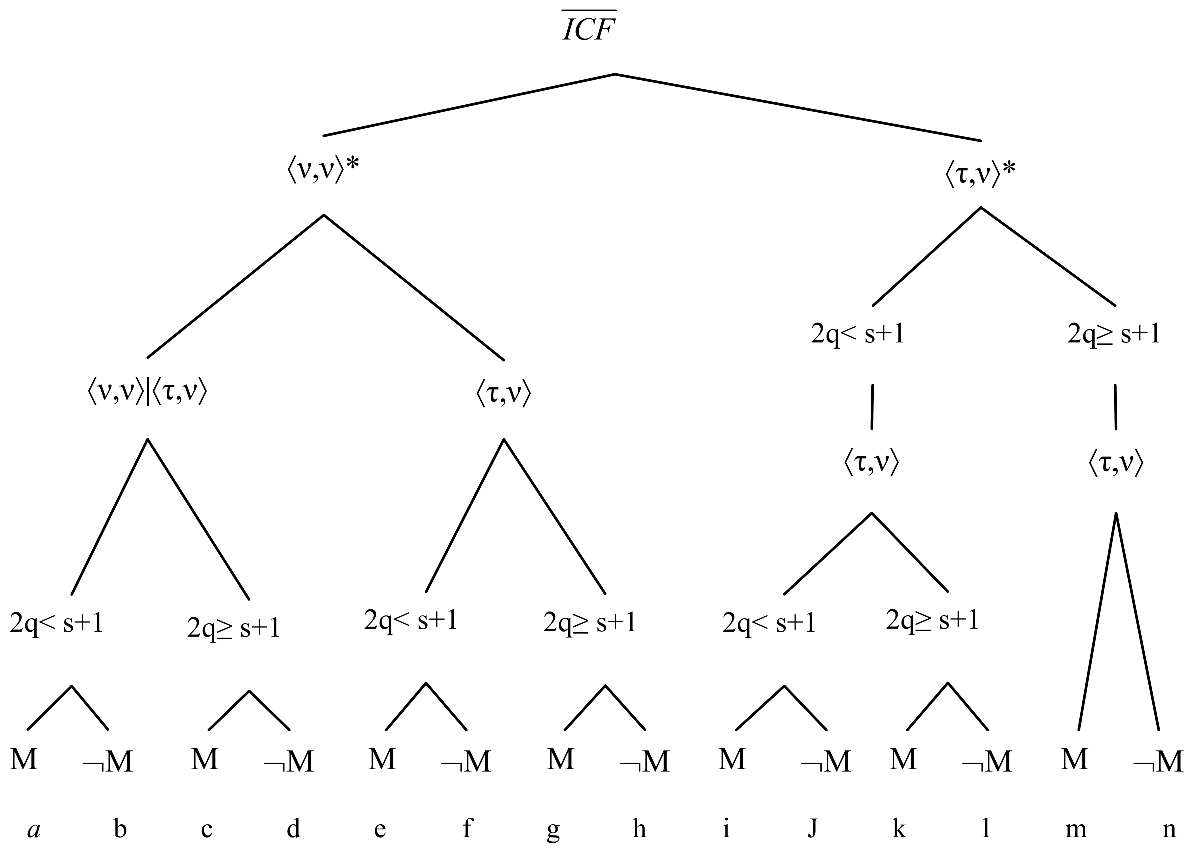


Рис. 1. Дерево $T$ классификаций эмпирических закономерностей

Напомним, что вершинами $<v,\ v>^*$ и $<\tau,\ v>^*$, непосредственно следующими за корнем Дерева $T$, являются PCF шести типов – $A_1^\sigma, A_2^\sigma, A_3^\sigma, A_4^\sigma, A_5^\sigma, A_6^\sigma$, где $\sigma = +, -$, которым соответствуют генераторы гипотез $L_2^\sigma$-предикаты и $L_1^\sigma$-предикаты, что представлено в табл. 3.

Дерево $T$ порождаемо 6-ю генераторами гипотез о причинах и гипотез о предсказаниях для $\overline{HPW}$. Оно является общим представлением всех возможных ICF в ДСМ-исследовании[7].

$T$ может быть преобразовано двумя способами отказом от условий M или ¬M, а также ограничениями и спецификациями HPW из множества $\overline{HPW}$.

В первом случае сохраняется только условие M, во втором – ¬M. Тогда получаем, соответственно, два Дерева $T'$ и $T''$, такие, что они являются поддеревьями $T$.

Дерево $T$ имеет Br(χ), такие, что $\chi \in \mathrm{E}'$, где $\mathrm{E}' = \{a,c,e,g,i,k,m\}$, а $\mathrm{T}''$ имеет Br(χ) такие, что $\chi \in \mathrm{E}''$, где $\mathrm{E}'' = \{b,d,f,h,j,l,n\}$, а $\mathrm{E} = \mathrm{E}' \cup \mathrm{E}''$.

Дерево $T'''$ получено преобразованием $T$ таким, что будем опускать оба условия M и ¬M. Тогда последователи $<v,\ v>|<v,\ \tau>$, $<\tau,\ v>$ будут $<\tau,\ v>$ – концевые вершины, а *a,b*; *c,d*; *e,f*; *g,h*; *i,j*; *k,l*; *m,n* заменим, соответственно, на имена ICF $a_1$, $c_1$, $e_1$, $g_1$, $i_1$, $k_1$ и $m_1$.

$T'''$ имеет $\mathrm{E}''' = \{a_1, c_1, e_1, g_1, i_1, k_1, m_1\}$.

$T'$, $T''$, $T'''$ будем называть **сокращенными деревьями**, соответствующими $\overline{ICF}$.

Рассмотрим второй способ преобразования дерева T такой, что будем изменять различным образом HPW.

Приведем два примера таких преобразований $T$.

(1) $<v,\ v>^*$ имеет потомки только типа $<v,\ v>$, а $<\tau,\ v>^*$ имеет потомки типа $<\tau,\ v>\&2q<s+1$ и $<\tau,\ v>\&2q\geq s+1$.

(2) $<v,\ v>^*$ имеет потомки только типа $<v,\ v>$, а $<\tau,\ v>^*$ имеет потомки только типа $<\tau,\ v>$.

Таким образом, имеем два упрощения Дерева $T$ (рис. 2).

В $T_2$ вершина $<v,\ v>^*$ имеет потомки только типа $<v,\ v>$, а вершина $<\tau,\ v>^*$ имеет потомки либо $<v,\ \tau>\&2q<s+1$, либо $<v,\ \tau>\&2q\geq s+1$. В $\mathrm{T}_1$ вершина $<v,\ v>^*$ имеет только потомки типа $<v,\ v>$, а вершина $<\tau,\ v>^*$ имеет потомки типа $<\tau,\ v>$.

В §2 был рассмотрен вариант ДСМ-рассуждений и ДСМ-исследований для простого случая, когда существует у исследуемого эффекта (он является значением переменной Z) единственная причина (она является значением переменной V) и, кроме того, ДСМ-рассуждение реализуется за два шага — применение п.п.в.-1 (индукция) и последующего

[7] Согласно терминологии И. Канта в «Критике чистого разума» [32] ICF являются условиями «возможного опыта».

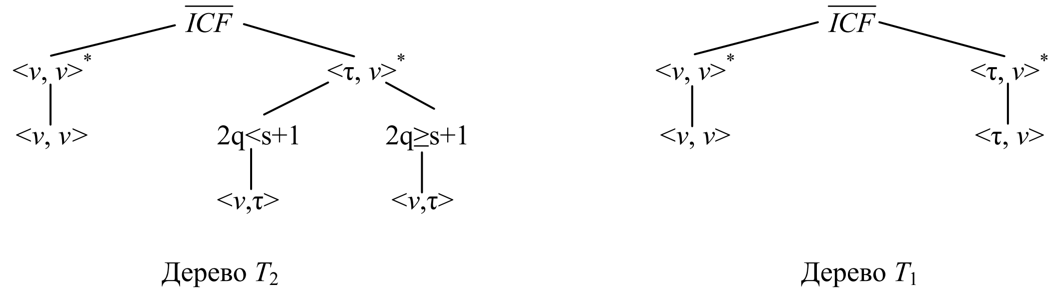


Рис. 2. Упрощения Дерева $T$

применения п.п.в.-2 (аналогия). Применение п.п.в.-1 и п.п.в.-2 образуют **один такт** ДСМ-рассуждения [6, 12]. Это ограничение использовалось для простого изложения в связи с тем, что общее условие применения ДСМ-метода АПИ потребует лишь незначительные изменения в его основных характеристиках. Эти изменения формулируются далее и касаются определений генераторов $L_2^{\sigma}, L_1^{\sigma}; L_{2,\tau}^{\sigma}, L_{1,\tau}^{\sigma}; \overline{L}_{2,\tau}^{\sigma}, \overline{L}_{1,\tau}^{\sigma}$.

Для обобщаемых генераторов гипотез сохраним прежние обозначения, заметив при этом, что вместо истинностных значений $\langle v, 1\rangle$ для гипотез о причинах и истинностных значений $\langle v, 2\rangle$ для гипотез о предсказаниях будем использовать, соответственно, $\langle v, n\rangle$ и $\langle v, n+1\rangle$, которые являются истинностными значениями гипотез, полученных применением п.п.в.-1 и п.п.в.-2, соответственно, где $n \geq 1$, а $v = 1, -1, 0$.

Предположим, что исследуемый эффект, являющийся значением переменной Y, представи́м посредством $Y = Y_1 \cup \ldots \cup Y_k$, а каждой $Y_i$ соответствует возможная причина, являющаяся значением переменной $V_i$, где $i = 1, \ldots, k$.

В соответствии с этими допущениями определим генераторы гипотез, используя переменную $n$, обозначающую число применений правил правдоподобного вывода и выражающую степень правдоподобия порождаемых гипотез [6, 12] – чем меньше $n$, тем больше степень правдоподобия.

Для каждой $V_i$ и соответствующей $Y_i$ определим $L_2$-генераторы и $L_1$-генераторы для эмпирических закономерностей типа законов, тенденций и слабых тенденций:

$$L_2^{+}(V_i, Y_i, p, s, h) \rightleftharpoons \exists n_i (((0 \leq p \leq s) \,\&\, \rho^{+}(s) \geq \overline{\rho}^{+})) \to$$
$$(J_{\langle 1, n_i\rangle} H_2(V_i, Y_i, p, h) \in \tilde{\Delta}^{+}(p)) \,\&$$
$$(J_{\langle 1,1\rangle} H_2(V_i, Y_i, 0, h) \in \tilde{\Delta}^{+}(0))), \text{ где } 1 \leq i \leq k.$$

$$L_1^{+}(Z, Y, p, s, h) \rightleftharpoons \exists n_i (((0 \leq p \leq s) \,\&\, \rho^{+}(s) \geq \overline{\rho}^{+})) \to$$
$$(J_{\langle 1, n_i\rangle} H_1(Z, Y, p, h) \in \tilde{\Omega}^{+}(p)) \,\&$$
$$(J_{\langle 1,2\rangle} H_1(Z, Y_i, 0, h) \in \tilde{\Omega}^{+}(0))).$$

Аналогично определяем $L_2^{-}(V_i, Y_i, p, S_i, h)$, $L_1^{-}(Z, Y, p, S_i, h)$, $L_{2,\tau}^{\sigma}(V_i, Y_i, p, S_i, h)$, $L_{1,\tau}^{\sigma}(Z, Y, p, S_i, h)$, $\overline{L}_{2,\tau}^{\sigma}(V_i, Y_i, p, S_i, h)$, $\overline{L}_{1,\tau}^{\sigma}(Z, Y, p, S_i, h)$, где $\sigma = +, -$.

Определим теперь генераторы гипотез о причинах и предсказаниях, полагая что, возможно существование $k$ причин для подмножеств эффекта $Y_i$ таких, что они имеют соответствующие причины $V_i$, а Y – переменная, значением которой является исследуемый эффект, такой что $Y = \bigcup_{i=1}^{k} Y_i$.

Таким образом, полагаем, что исследуемый эффект Y имеет множество $k$ причин $V_i$, где $i = 1, \ldots, k$, таких, что любое его непустое подмножество уже не детерминирует Y. Следовательно, для любого $i$, $1 \leq i \leq k$, $V_1, \ldots, V_{i-1}, V_{i+1}, V_k$ не детерминирует Y.

Сказанное выше формализуется Предложением 3-3, которое выражает пролонгированное каузальное вынуждение для k причин и возможной итерации правил правдоподобного вывода в ДСМ-операторе $O_{x,y}(\Omega(p))$ для $Str_{x,y}$. Предложение 3-3 является обобщением Предложения 1-2.

**Предложение 3-3**. Условия пролонгированных каузальных вынуждений (PCF), определяемые посредством генераторов гипотез о причинах и соответствующих гипотез о предсказаниях, истинны относительно историй возможных миров $R^h(0)$, $R^h(1)$, …, $R^h(s)$ для фиксированной стратегии $Str_{x,y}$ для случая $k$ причин исследуемого эффекта и возможных итераций правил правдоподобного вывода (п.п.в. 1 — индукции и п.п.в. 2 — аналогии).

Не нарушая общности рассмотрим PCF для позитивных причин, формулируемый далее.

$$\exists h \exists k \exists s_1 \ldots \exists s_k \forall V_1 \ldots \forall V_k \forall Y_1 \ldots$$
$$\forall Y_k \forall Y \forall Z \forall p((( \mathop{\&}_{i=1}^{k} (L_2(V_i, Y_i, p, s_i, h) \,\&\, ( \mathop{\&}_{i=1}^{k} (V_i \subset Z)) \,\&$$
$$P(Z,p,h) \,\&\, (Y = \bigcup_{i=1}^{k} Y_i)) \to L_1^{+}(Z,Y,p,s,h)) \,\&$$

$$\exists s_0 \exists p_0 K^{+}(V_1, \ldots, V_{i-1}, V_{i+1}, \ldots, V_k, Y_1, \ldots, Y_{i-1}, Y_{i+1}, Y_k, Y, p_0, s_1, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, s_k, h),$$

где $K^{+}(V_1, \ldots, V_{i-1}, V_{i+1}, \ldots, V_k, Y_1, \ldots, Y_{i-1}, Y_{i+1}, Y_k, Y, p_0, s_1, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_k, h) \rightleftharpoons ((L_2^{+}(V_1, Y_1, p_0, s_1, h) \,\&\, \ldots \,\&\, L_2^{+}(V_{i-1}, Y_{i-1}, p_0, s_{i-1}, h) \,\&\, L_2^{+}(V_{i+1}, Y_{i+1}, p_0, s_{i+1}, h) \,\&\, \ldots \,\&\, L_2^{+}(V_k, Y_k, p_0, s_k, h)) \to \urcorner L_1(Z,Y,p_0, s_0, h)),$

где $s_0 = \max(V_1, \ldots, V_{i-1}, V_{i+1}, \ldots, V_k$.

Случай эффекта, детерминируемого множеством причин $V_1,\dots,V_k$, где $k>1$, такого, что он сохраняется для последовательности возможных миров $\Omega$(p,h) формализуется посредством усиления п.п.в.-1. Предикат для п.п.в.-1 аналогично необходимо усилить условием, выражающим что $V_1,\dots,V_k$ – **наименьшее множество** причин такое, что оно детерминирует эффект Y, сохраняющимся в истории возможных миров HPW $R^h(0)$, $R^h(1)$, …, $R^h(s)$. Усиленный предикат $\tilde{\Pi}_n^+$(X,Y,p,h), используемый при доказательстве Предложения 3-3 определяется далее.

***Df.* 14-3**. $\tilde{\Pi}_n^+$(X,Y,p,h) ⇌

$$\exists k\exists V_1\dots\exists V_k\exists n_1\dots\exists n_k((((\mathop{\&}_{i=1}^{k} J_{\langle 1,n_i\rangle} H_2(V_i, Y_i, p, h)\ \&$$

$$(Y=\bigcup_{i=1}^{k} Y_i))\ \&\ \neg\exists V_0\exists Y_0\exists n_0((J_{\langle -1,n_0\rangle} H_2(V_0, Y_0, p, h)\ \vee$$

$$J_{\langle 0,n_0\rangle} H_2(V_0, Y_0, p, h))\ \&\ (V_0\subset X)\ \&\ (Y_0\subset Y))))\ \&$$

$$\exists p_0(J_{\langle 1,n_1\rangle} H_2(V_1, Y_1, p_0, h)\ \&\ \dots\ \&$$

$$J_{\langle 1,n_{i-1}\rangle} H_2(V_{i-1}, Y_{i-1}, p_0, h)\ \&\ J_{\langle 1,n_{i+1}\rangle} H_2(V_{i+1}, Y_{i+1}, p_0, h)\ \&$$

$$\dots\ \&\ H_2(V_k, Y_k, p_0, h))\rightarrow\neg L_1^+(X,Y,p_0, h))).$$

Аналогично определим $\tilde{\Pi}_n^-$(X,Y,p,h).

Пусть истинен антецедент первой подформулы конъюнкции Предложения 3-3. Тогда в силу определения $\tilde{\Pi}_n^+$(X,Y,p,h) истинна первая подформула конъюнкции в определении $\tilde{\Pi}_n^+$(X,Y,p,h). Так как истинна подформула $K^+$ Предложения 3-3, то истинна вторая подформула, выражающая тот факт, что $V_1,\dots,V_k$ – наименьшее множество причин, детерминирующее эффект Y. Это доказывает истинность консеквента, а, следовательно, истинность PCF для $A_1^+, A_2^+$ и $A_1^-, A_2^-$. Аналогично устанавливается истинность PCF для $A_i^\sigma$, где $i$ = 3,4,5,6, представленные в табл. 3.

Предложение 3-3 и его распространение на случай $A_i^\sigma$ расширяет содержание Дерева *T*, представляющего ICF.

## §4. РЕАЛИЗАЦИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КАУЗАЛЬНЫХ ВЫНУЖДЕНИЙ: ОПРЕДЕЛЕНИЕ МНОЖЕСТВА ЭМПИРИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ И СООТВЕТСТВУЮЩИХ МОДАЛЬНОСТЕЙ

Из Предложений 1-2 и 3-3 следует, что в MJL истинны эмпирические предзакономерности $A_i^\sigma$, где $1\le i\le 6$, σ=+,– относительно некоторых историй возможных миров $HPW_h$, h=1,…,$(s+1)!$: v[ $A_i^\sigma$ ]=*t*.

Так как Предложение 3-3 обобщает Предложение 1-2 для случая множества причин $V_1,\dots,V_k$, где $k\ge1$, то $A_i^\sigma$ могут представлять CF для эмпирических предзакономерностей, образованных *k* причинами эффекта Y.

Имеется шесть вариантов CF, соответствующих *PEL*, *PET* и *PWET* – типам эмпирических предзакономерностей, выразимых посредством

$$\exists h\exists s\forall V\forall Y\forall Z\forall p((D_{2,j}^\sigma(V,Y,Z,p,s,h)\rightarrow D_{1,j}^\sigma(Z,Y,p,s,h)),$$

где $1\le i\le 6$, σ = +,–. Выше было показано, что в MJL из истинности антецедента $D_{2,j}^\sigma$(V,Y,Z,p,s,h) следует истинность консеквента $D_{1,j}^\sigma$ (Z,Y,p,s,h).

Заметим, что согласно Df. 12-2, формулирующего условие применимости ДСМ-метода АПИ, существуют $Str_{x_1,y_1}$ или $Str_{x_2,y_2}$ такие, что $\neg(D_{2,j}^+=\Lambda)\vee\neg(D_{2,i}^-=\Lambda)$, где $1\le i, j\le6$. Это допущение необходимо для существования эмпирических закономерностей.

В условиях CF для эмпирических предзакономерностей (*PEL*, *PET*, *PWET*) заменим переменные V, Y, h и s на соответствующие константы C′, Q, $\bar{h}$, $\bar{s}$ и получим

$$\forall Z\forall p((D_{2,j}^\sigma(C',Q,Z,p,\bar{s},\bar{h})\rightarrow D_{1,j}^\sigma(Z,Q,p,\bar{s},\bar{h})),$$

которую обозначим посредством $A_j^\sigma(C',Q,\bar{s},\bar{h})$.

***Df.*15-4.** $A_j^\sigma(C',Q,\bar{h})$, где $1\le j\le 6$, будем называть **реализацией** эмпирической предзакономерности (PER), порожденной пролонгированным каузальным вынуждением (PCF) $A_j^\sigma$, где σ=+,–.

Таким образом, пара <*C′*,*Q*>, представляющая причину и эффект, реализует *CF* $A_j^\sigma$. Посредством *RPCF* будем обозначать реализации пролонгированных CF.

В табл. 3 представлены зависимости интегральных каузальных вынуждений (ICF) от соответствующих генераторов гипотез о причинах и гипотез о предсказаниях, которые порождают ICF. Таким образом, множество интегральных каузальных вынуждений образовано соответствующим множеством PCF. Множество всех ICF обозначаем посредством $\overline{ICF}$.

Очевидно, что дерево T представляет графически множество $\overline{ICF}$ такое, что каждой ветви Br(χ) соответствуют ICF типа χ, где χ∈ {*a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k l.m.n*}.

Напомним, что $\overline{T}$ определено независимо от множества стратегий $\overline{Str}$ ДСМ-рассуждений.

Таким образом, имеется взаимно-однозначное соответствие между *T*={Br(χ)|χ∈E} и множеством $\overline{ICF}$ всех интегральных каузальных вынуждений.

Множество $\overline{ICF}$, следовательно, представимо следующим образом: $\overline{ICF}$ = $\{A_a^\sigma, A_b^\sigma, A_c^\sigma, A_d^\sigma, A_e^\sigma, A_f^\sigma, A_g^\sigma, A_h^\sigma, A_i^\sigma, A_j^\sigma, A_k^\sigma, A_m^\sigma, A_n^\sigma\}$, где σ=+,–, что выражено в табл. 3. Рассмотрим $A_\chi^\sigma$, χ∈E, σ=+,–, где $A_\chi^\sigma$ характеризует взаимно-однозначно Br(χ) в *T*. Будем применять ДСМ-рассуждения для всех HPW из $\overline{HPW}$, реализуя ДСМ-исследования [1,2]. Следовательно, будем применять все $Str_{x,y}$ из множества всех стратегий $\overline{Str}$. Это означает порождение множества реализаций $A_j^\sigma(C',Q,\bar{s},\bar{h})$ согласно *Df.*15-4.

***Df.*16-4**. Множество реализаций *PCF*, образующих Br(χ) Дерева T, будем называть реализацией интегрального каузального вынуждения $A_\chi^\sigma$, где χ∈ E. Реализацию *ICF* $A_\chi^\sigma$ будем обозначать посредством

$A_\chi^\sigma(C',Q)$, где <$C'$,$Q$> образует реализации $A_\chi^\sigma$, $C'$ – значение V, а Q – значение Z.

Реализации ICF будем обозначать посредством $RICF$. Множество всех реализаций $ICF$ обозначим посредством $\overline{RICF}$. Так как реализации ICF порождаются стратегиями ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$, где $x \in I^+$, $y \in I^-$ [6, 13]; $Str_{x,y} \in \overline{Str}$, а $\overline{Str}$ является дистрибутивной решеткой.

**Эмпирической закономерностью будем называть реализации интегральных каузальных вынуждений *RICF*.** Множество всех реализаций ICF обозначим посредством $\overline{RICF}$.

Теперь уточним идею эмпирической закономерности. Множество всех эмпирических закономерностей, ранее обозначаемое посредством ER есть $\overline{RICF}$. Таким образом, ER= $\overline{RICF}$.

Ранее, полагали, что ER={*a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n*}, но теперь $\chi \in$ ER будем понимать как **типы** эмпирических закономерностей, а посредством $\overline{\chi}$ будем обозначать реализации χ. Таким образом, $\overline{ER} = \{\overline{a}, \overline{b}, ..., \overline{m}, \overline{n}\}$ – множество всех эмпирических закономерностей, где $\overline{\chi}$ — реализации $A_\chi^\sigma$, а χ ∈ ER, σ = +,–; $\overline{ER} = \overline{EL} \cup \overline{ET} \cup \overline{WET}$.

__**Замечание 11-4.**__ $\overline{ER}$ множество **типов** реализаций эмпирических закономерностей $\overline{\chi}$. Это значит, что $\overline{\chi}$ есть **фактор-множество** конкретных закономерностей типа $\overline{\chi}$, где $A_\chi^\sigma$ – соответствующее ICF, а $\overline{\chi} = \{\tilde{\chi}_1, ..., \tilde{\chi}_l\}$, где $\overline{\chi}_i$, 1 ≤ i ≤ *l*, – эмпирическая закономерность, образованная парой $\langle C_i', Q_i \rangle$, где $C_i'$ и $Q_i$ представляют гипотезы о причине и соответствующем эффекте. Множество всех конкретных эмпирических закономерностей обозначим посредством $\overline{\overline{\overline{ER}}}$. Эмпирические закономерности, соответствующие парам $\langle C_i', Q_i \rangle$ и $\langle C_j', Q_j \rangle$, будем называть **подобными**, если они порождены ICF $A_\chi^\sigma$. Подобные эмпирические закономерности будем называть **эквивалентными**, если они имеют один и тот же эффект.

Таким образом, имеются три множества, характеризующие эмпирические закономерности – ER, $\overline{ER}$ и $\overline{\overline{\overline{ER}}}$. ER образует **интенсионал** понятия множество «эмпирических закономерностей» (IntER), а $\overline{ER}$ и $\overline{\overline{\overline{ER}}}$ представляют **экстенсионал** (ExtER) этого понятия ДСМ-метода АПИ. Говоря точнее, $ExtER = \overline{\overline{\overline{ER}}}$, а $\overline{ER}$ – фактор-множество для элементов $\overline{\overline{\overline{ER}}}$ [8].

В табл. 3 представлены все 14 типов ICF, образующих $\overline{ICF}$, $\overline{ICF}$=*ER* есть интенсионал понятия «множество эмпирических закономерностей», как это было сформулировано выше. Сами же эмпирические закономерности являются элементами $\overline{\overline{\overline{ER}}}$, где $\overline{\overline{\overline{ER}}}$ =*Ext ER*. Поэтому корректно, что *ER*=*Int* $\overline{\overline{\overline{ER}}}$. Таким образом, $Int\,\overline{\overline{\overline{ER}}} = \overline{ICF}$ – множество интегральных вынуждений, представленное деревом T и охарактеризованное в табл. 3.

Табл. 3 основана на семантике **конечного** множества историй **конечных** возможных миров, которыми являются БФ(p,h), взаимно-однозначно соответствующие Ω(p,h), где p = 0,1,…,s, а областью значений (*range*) h является множество историй возможных миров $\overline{HPW}$, где $|\overline{HPW}| = (s+1)!$ [9].

В табл. 3 представлена характеризация всех ICF $A_\chi^\sigma$, где $\chi = \{a, b, ..., m, n\}$, а σ = +,–. Таким образом, $A_\chi^\sigma$ являются элементами $Int\,\overline{\overline{\overline{ER}}} = \overline{ICF}$. Но $A_\chi^\sigma$ определяются посредством генераторов $L_2^\sigma, L_1^\sigma; \hat{L}_2^\sigma, \hat{L}_1^\sigma; L_{2,\tau}^\sigma$, $L_{1,\tau}^\sigma; \hat{L}_{2,\tau}^\sigma, \hat{L}_{1,\tau}^\sigma; \overline{L}_{2,\tau}^\sigma, \overline{L}_{1,\tau}^\sigma; \hat{\overline{L}}_{2,\tau}^\sigma, \hat{\overline{L}}_{1,\tau}^\sigma$, порождающих как **начальные** PCF с кодами <*v,v*>* и <*τ, v*>*, так и их потомков, характеризуемых условиями 2q<s+1, 2q ≥ s+1 и M, ⌐M, что представлено в дереве T классификации ICF, корнем которого является $\overline{ICF} = Int\,\overline{\overline{\overline{ER}}}$ =ER.

ICF есть элемент **содержания** интенсионала, а частично упорядоченное множество $\overline{E}$ =<E,⊒>, где E= $\overline{ICF}$, является **упорядочением** содержания $Int\,\overline{\overline{\overline{ER}}}$.

Рассмотрим реализации интегральных каузальных вынуждений RICF для множества $\overline{ICF}$, которое задано в соответствии с табл. 3, Деревом *T* и определениями $A_\chi^\sigma$, где $\chi \in E$, а $E = E' \cup E'' \cup E'''$, $E' = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, $E'' = \{i, j, k, l\}$, $E''' = \{m, n\}$.

***Df*.17-4.** Определим модальные операторы $\Box\chi_1, \Diamond\chi_2, \nabla\chi_3$ необходимости, возможности и слабой возможности для реализаций $A_i^\sigma$ и $A_\chi^\sigma$, где 1 ≤ i ≤ 6, $\chi \in E$, σ = +,–:

$\Box\chi_1\ A_1^\sigma(C',Q) \rightleftharpoons A_{\chi_1}^\sigma(C',Q)$, где $\chi_1 \in \{b, d, f, h\}$;

$\Box\chi_2\ A_2^\sigma(C',Q) \rightleftharpoons A_{\chi_2}^\sigma(C',Q)$, где $\chi_2 \in \{a, c, e, g\}$;

$\Diamond\chi_3\ A_3^\sigma(C',Q) \rightleftharpoons A_{\chi_3}^\sigma(C',Q)$, где $\chi_3 \in \{j, l\}$;

$\Diamond\chi_4\ A_4^\sigma(C',Q) \rightleftharpoons A_{\chi_4}^\sigma(C',Q)$, где $\chi_4 \in \{i, k\}$;

$\nabla\chi_5\ A_5^\sigma(C',Q) \rightleftharpoons A_{\chi_5}^\sigma(C',Q)$, где $\chi_5 = n$;

$\nabla\chi_6\ A_6^\sigma(C',Q) \rightleftharpoons A_{\chi_6}^\sigma(C',Q)$, где $\chi_6 = m$.

Ранее, в §3, PCF $A_r^\sigma$, где 1 ≤ r ≤ 6 были выражены посредством ∃h $\tilde{A}_r^\sigma(h)$, где $\tilde{A}_r^\sigma(h)$ имеет префикс ∃s∀V∀Y∀Z∀p; тогда, например, $A_i^\sigma$ представим как ∃h $\tilde{A}_r^\sigma(h)$, где

$$\tilde{A}_1^\sigma(h) \rightleftharpoons \exists s \forall V \forall Y \forall Z \forall p((L_2^\sigma(V, Y, p, s, h)\ \&$$
$$(V \subset Z) \& P(Z, p, h)) \rightarrow L_1^\sigma(Z, Y, p, s, h))\text{, а } \sigma = +,–.$$

Аналогично представим PCF $A_r^\sigma$, где 1 ≤ r ≤ 6.

Заменив V и Y, соответственно, на константы $C'$ и Q, получим реализации RPCF $A_r^\sigma$ – ∃h $\tilde{A}_r^\sigma(h, C', Q)$, где 1 ≤ r ≤ 6. Тогда определим оценки высказываний

[8] В [3] были рассмотрены Int и Ext исходных предикатов ДСМ-метода и правил правдоподобного вывода.

[9] Для простоты записи вместо $HPW_i$ будем применять номер i.

с модальными операторами $\Box\chi, \Diamond\chi, \nabla\chi$, представляющие реализации ICF, следующим образом:

V[$\Box_b A_1^\sigma[C',Q]=t$, если существует HPW $h_1$ такая, что V[$\tilde{A}_1^\sigma(C',Q,h_1)]=t$ и для всех HPW h таких, что если ┓(h=$h_1$), то V[$\tilde{A}_1^\sigma(C',Q,h)]=t$ или V[$\tilde{A}_3^\sigma(C',Q,h)]=t$;

V[$\Box_a A_2^\sigma(C',Q)]=t$, если существует HPW $h_1$ такая, что V[$\tilde{A}_2^\sigma(C',Q,h_1)]=t$ и существует HPW $h_2$ такая, что ┓($h_1$=$h_2$) и V[$\tilde{A}_2^\sigma(C',Q,h_2)]=t$ и для всех HPW h таких, что если ┓(h=$h_1$), то V[$\tilde{A}_2^\sigma(C',Q,h)]=t$ или V[$\tilde{A}_4^\sigma(C',Q,h)]=t$; подобным образом определим V[φ] для $\chi=c,d,e,f,g,h.$

V[$\Diamond_i A^\sigma(C',Q)]=t$, если существует HPW $h_1$ такая, что V[$\tilde{A}_4^\sigma(C',Q,h_1)]=t$ и для всех HPW h таких, что если ┓(h=$h_1$), то V[$\tilde{A}_4^\sigma(C',Q,h)]=t$; подобным образом определим V[φ] для $\chi=i,j,k,l.$

V[$\nabla_n A_5^\sigma(C',Q)]=t$, если существует HPW $h_1$ такая, что V[$\tilde{A}_5^\sigma(C',Q,h_1)]=t$ и для всех HPW h таких, что если ┓(h=$h_1$), то V[$\tilde{A}_5^\sigma(C',Q,h)]=t$;

V[$\nabla_m A_6^\sigma(C',Q)]=t$, если существует HPW $h_1$ такая, что V[$\tilde{A}_6^\sigma(C',Q,h_1)]=t$ и для всех HPW h таких, что если ┓(h=$h_1$), то V[$\tilde{A}_6^\sigma(C',Q,h)]=t$.

Таким образом, RICF – реализации интегральных каузальных вынуждений, определенные для всех HPW из $\overline{HPW}$, являются **эмпирическими номологическими высказываниями**.

Заметим, что в [30, 31] Г. Рейхенбах предложил теорию номологических высказываний, выражающих как законы логики, так и законы природы. Определенные выше эмпирические номологические высказывания удовлетворяют условию **применимости** ДСМ-метода АПИ, формулируемым в *Df*.12-2. *Df*.17-4 и представляют эмпирические номологические высказывания как высказывания модальные.

Множеству $\overline{Str}$ соответствуют четыре прямых произведений решеток интенсионалов М-предикатов $IntL^+\times$┓$IntL^-$, Int┓$L^+\times IntL^-$, $IntL^+\times IntL^-$, Int┓$L^+\times$Int┓$L^-$ [6, 13]. Для рассмотрения эмпирических закономерностей следует использовать $IntL^+\times$ ┓IntL и Int┓$L^+\times IntL^-$, соответственно, для $ER^+, \overline{\overline{ER^+}}$ и $ER^-, \overline{\overline{ER^-}}$ .

$Int(M^+_{x,n}(V,Y)\,\&\,\neg M^-_{y,n}(V,Y))=$

$M^+_{x,y}(V,Y)\,\&\,\neg M^-_{y,n}(V,Y)$,

$Int(\neg M^+_{x,n}(V,Y)\,\&\,M^-_{y,n}(V,Y))=$

$\neg M^+_{x,n}(V,Y)\,\&\,M^+_{y,n}(V,Y)$;

$Ext(M^+_{x,n}(V,Y)\,\&\,\neg M^-_{y,n}(V,Y))=$

$\{\langle V,Y\rangle \mid M^+_x(V,Y)\,\&\,\neg M^-_{y,n}(V,Y)\}$,

$Ext(\neg M^+_{x,n}(V,Y)\,\&\,M^-_{y,n}(V,Y))=$

$\{\langle V,Y\rangle \mid \neg M^+_{x,n}(V,Y)\&M^-_{y,n}(V,Y)\}$,

где $\underline{x}\in\Gamma^+$, $y\in\Gamma$, а $\Gamma^\sigma$-множество имен $M^\sigma$-предикатов (σ=+,–) [3].

Int и Ext правил правдоподобного вывода 1-го рода (индукции) соответствуют произведения дистрибутивных решеток $M^\sigma$-предикатов и их отрицаний [6, 13].

Таким образом, $Str_{x,y}$ ДСМ-рассуждений образована п.п.в.-1 $(I)^\sigma_{x,y}$ и п.п.в.-2 $(II)^\sigma_{x,y}$, где σ=+,–.

В работе [6] было показано, что п.п.в.-1 частично упорядочены отношением ≽:<$\Gamma^+\times$┓Г, ≽> и <┓$\Gamma^-\times\Gamma^-$,≽>. Эти частично-упорядоченные множества соответствуют $(I)^+_{x,y}$ и $(I)^-_{x,y}$ для $Str_{x,y}$. Этот частичный порядок сохраняется и для п.п.в.-2 $(I)^\sigma_{x,y}$, что означает частичную упорядоченность $Str_{x,y}$, образованных п.п.в.-1 и п.п.в.-2, реализуемых в $\overline{O}_{x,y}(\Omega(p,h))$.

Существенно заметить, что $Str_{x,y}$ – способ реализации Int$\overline{\overline{ER}}$, образующий **процедуры** получения ExtER=$\overline{\overline{ER}}$.

В [3] было предложено изменение треугольника Г. Фреге для представления процедурных понятий. $M^\sigma$-предикаты, образующие п.п.в.-1 (как понятийные конструкции) представимы посредством четырехугольников с вершинами x,y – имена; $M^+_{x,n}(V,Y), M^-_{y,n}(V,Y)$ – интенсионалы; $\{\langle V,Y\rangle \mid M^+_{x,n}(V,Y)\}$, $\{\langle V,Y\rangle \mid M^-_{y,n}(V,Y)\}$ – экстенсионалы; $[M^+_{x,n}(V,Y)]$, $[M^-_{y,n}(V,Y)]$ – процедурные выражения такие, что для каждой <V,Y> формулируются экстенсионалы – условие истинности интенсионалов (рис. 3).

Аналогично определяются (рис. 3а) и для п.п.в.-2 $(II)^\sigma_{x,y}$, где σ=+,– .

Процедурные выражения осуществляют **конструктивизацию** интенсионала, порождая экстенсионал, что является особенностью процедурных понятий, представимых тройкой <Int, PrInt, Ext>, где PrInt – процедурное выражение, формулирующее способ порождения Ext. В ДСМ-методе АПИ для реализации индукции используются алгоритмы порождения сходств фактов [33, 34].

В [3] сформулированы также схемы представления процедурных понятий для п.п.в.-1.

Понятие «множества эмпирических закономерностей» является важным примером процедурного понятия, схема представления которого приводится далее – она выражает организацию тройки <Int$\overline{\overline{ER}}$, PrInt$\overline{\overline{ER}}$, Ext$\overline{\overline{ER}}$>, где PrInt$\overline{\overline{ER}}$ реализуется посредством множества $\overline{Str}$ – стратегий ДСМ-рассуждений.

Итак, PrInt$\overline{\overline{ER}}$ образована множеством стратегий ДСМ-рассуждений $\overline{Str}$ [6, 13]. В [13] рассмотрены два случая $\overline{Str}$ – с 16 и 36 стратегий ДСМ-рассуждений[10]. В первом случае п.п.в.-1 формулируются посредством четырех позитивных и четырех

[10] В [35] содержится описание интеллектуальной системы, реализующей ДСМ-метод АПИ для данных гастроэнтерологии. Эта компьютерная система имеет 16 ДСМ-стратегий.

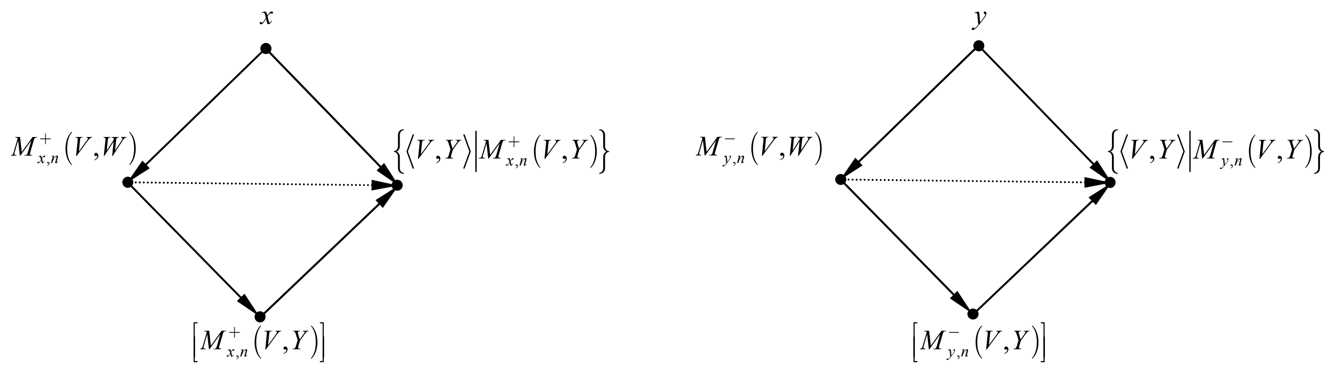


Рис. 3.

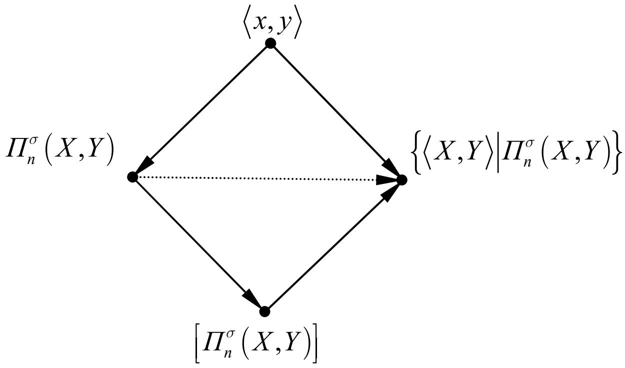


Рис. 3а

негативных $M^{\sigma}$-предикатов (σ=+,–) $M^{+}_{x,n}$, где x есть $a^{+}$, $(ab)^{+}$, $(ad_0)^{+}$, $(ad_0b)^{+}$, и $M^{-}_{y,n}$, где y есть $a^{-}$, $(ab)^{-}$, $(ad_0)^{-}$, $(ad_0b)^{-}$ [6, 13]; а $a^{\sigma}$, $(ab)^{\sigma}$, $(ad_0)^{\sigma}$, $(ad_0b)^{\sigma}$ – условия для $M^{\sigma}$-предикатов сходства, сходства с запретом на контрпримеры, различия и различия с запретом на контрпримеры, соответственно[11].

Int $\overline{\overline{ER}}$ представим деревом T={Br(χ)|χ∈ E}, PrInt $\overline{\overline{ER}}$ представим множеством всех стратегий ДСМ-рассуждений [6, 13] $\overline{Str}$, где $\overline{Str} = \{Str_{x_1,y_1},...,Str_{x_\rho,y_\rho}\rangle$, где $x_i \in \Gamma^{+}$, $y_i \in \Gamma$, $1 \leq i \leq \rho$, а ρ = 16, 36 [6, 13].

Каждой ветви Br(χ) дерева T припишем множество пар $< C'_r, Q_r >^{\sigma}$, где σ=+,–, таких, что они представляют причину и соответствующий эффект некоторой эмпирической закономерности из порожденного множества $\overline{\overline{ER}}$ посредством некоторой $Str_{x,y}$ из $\overline{Str}$.

Введем для этой цели следующие обозначения $\mathcal{A}^{\sigma}_{x,y} = \bigcup_{\chi \in E} \{\langle V,Y\rangle \mid A^{\sigma}_{\chi}(V,Y)\}$, где σ=+,–; $A^{\sigma}_{\chi}(V,Y)$ представляет реализации ICF для $Str_{x,y}$ из PrInt $\overline{\overline{ER}}$.

Ветвь Br(χ) с приписанным $\mathcal{A}_{x,y} = \mathcal{A}^{+}_{x,y} \cup \mathcal{A}^{-}_{x,y}$ будем обозначать посредством Br(χ)|$\mathcal{A}_{x,y}$ и называть **помеченной ветвью**: $sgn_{x,y}$Br(χ)⇌Br(χ)| $A_{x,y}$, где χ∈ E.

[11] Условия a и $ad_0$ формализуют индуктивные каноны сходства и различия [14]. Каноны сходства-различия формализованы в [13, 36].

Дерево sgn(T) будем называть **помеченным**, если оно состоит из ветвей таких, что некоторые из них помечены, т. е. имеются $sgn_{x,y}$Br(χ).

Посредством $\tilde{\mathrm{sgn}}\, Br(\chi)$ будем обозначать ветвь Br(χ) такую, что она помечена или непомечена.

Получим следующую схему процедурного понятия «множества эмпирических закономерностей» $Concept\ \ ER = \langle Int\overline{\overline{ER}}, \Pr Int\overline{\overline{ER}}, ExtER\rangle$: (рис. 4).

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & \mathrm{T} & & \\
 & / & | & \backslash & \\
Str_{x_1,y_1} & \ldots & Str_{x_r,y_r} & \ldots & Str_{x_\rho,y_\rho} \\
| & & | & & | \\
\tilde{\mathrm{sgn}}_{x_1,y_1}(T) & \ldots & \tilde{\mathrm{sgn}}_{x_r,y_r}(T) & \ldots & \tilde{\mathrm{sgn}}_{x_\rho,y_\rho}(T) \\
/ \quad \backslash & & / \quad \backslash & & / \quad \backslash \\
\tilde{Br}_1(a) \ldots \tilde{Br}_1(n) & & \tilde{Br}_r(a) \ldots \tilde{Br}_r(n) & & \tilde{Br}_\rho(a) \ldots \tilde{Br}_\rho(n)
\end{array}
$$

Рис. 4. Схема *Concept ER*

( $\tilde{Br}_r(\chi)$ – помеченная или непомеченная ветвь $Br_r(\chi)$, порожденная $Str_{x_r,y_r}$ )

Схему *Concept ER* следует усложнить посредством представления $Str_{x_r,y_r}$ как понятия, имеющего Int и Ext для п.п.в.-1 (индукции) и п.п.в.-2 (аналогии), образующих ДСМ-рассуждение с $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p))$ и $\rho^{\sigma}$(p), где σ = +,–.

Так как п.п.в.-2 определяются посредством результатов применения п.п.в.-1 то дополним Схему *Concept ER* с упрощением, добавив только Ext и Int для п.п.в.-1 (правил индуктивного вывода) [13].

В [13] были рассмотрены дистрибутивные решетки для п.п.в.-1 $(I)^{\sigma}_{x,y}$, где σ = +,–,0,τ. Так как для определения эмпирических закономерностей достаточно использовать $(I)^{\sigma}_{x,y}$ с σ = +,–, то будем для их представления использовать Int($L^+\times\neg L$), Ext($L^+\times\neg L$) и Int($\neg L^+\times L^-$), Ext($\neg L^+\times L^-$), соответственно. Тогда добавим следующие конструкции для $Str_{x_r,y_r}$, к Схеме *Concept ER*, где r = 1,…,ρ (рис. 5).

$Str_{x_r,y_r}$

/ \

Int($L^+\times\neg L^-$) Int($\neg L^+\times L^-$)

| |

Ext($L^+\times\neg L^-$) Ext($\neg L^+\times L^-$)

\ /

$\widetilde{\mathrm{sgn}}_{x_r,y_r}(T)$

/ \

$\widetilde{Br}_r(a)$ … $\widetilde{Br}_r(n)$

Рис. 5. Спецификация и усложнение
Схемы *Concept ER*

Заметим, что соответствующие Int и Ext п.п.в.-1 являются дистрибутивными решетками [13].

*Concept ER* состоит из:

**содержания**

Int $\overline{\overline{ER}}$ $ER=\left\{A_a^+,A_b^+,...,A_m^+,A_n^+\right\}\cup\left\{A_a^-,A_b^-,...,A_m^-,A_n^-\right\}$,

**упорядочения** содержания посредством

$\bar{E} = \langle E, \sqsupseteq\rangle$, где E={a,b,…,m,n} – множество **типов** эмпирических закономерностей;

**конструктивизации** [3]

Int $\overline{\overline{ER}}$ – PrInt $\overline{\overline{ER}} = \left\{\widetilde{\mathrm{sgn}}_{x_1y_1}(T),...,\widetilde{\mathrm{sgn}}_{x_\rho y_\rho}(T)\right\}$ для всех $Str_{x,y}$ из $\overline{Str}$;

**экстенсионала**

$$ExtER_{x,y} = (\bigcup_{x\in\overline{\overline{E}}^+}\left\{\langle V,Y\rangle \mid A_\chi^+(V,Y)\right\}\cup$$

$$(\bigcup_{x\in\overline{\overline{E}}^-}\left\{\langle V,Y\rangle \mid A_\chi^-(V,Y)\right\}),$$

$$ExtER = \left\{ExtER_{x,y} \mid Str_{x,y}\in\overline{Str}\right\}.$$

Таким образом, **процедурные понятия** состоят из интенсионала (содержание, его упорядочение и конструктивизация) и экстенсионала, порожденного конструктивизацией интенсионала. Это строение процедурных понятий подчинено главному принципу семиотики: **экстенсионал есть функция интенсионала** [36].

**<u>Замечание 12-4.</u>** PrInt $\overline{\overline{ER}}$ является частично упорядоченным множеством, частичный порядок которого порожден частичным порядком на $\overline{Str}$ [6].

Таким образом, строение Concept ER имеет **два частичных порядка** – для множества типов закономерностей E и для множества $\overline{Str}$.

**<u>Замечание 13-4</u>.** Экстенсионал понятия «множество эмпирических закономерностей» представим посредством **эмпирических номологических высказываний с модальными операторами**, так как $A^{\sigma}_{\chi_1}(C',Q)$ есть $\Box_{\chi_1} A^{\sigma}_1(C',Q)$, где $\chi_1\in\left\{b,d,f,h\right\}$, $A^{\sigma}_{\chi_2}(C',Q)$ есть $\Box_{\chi_2} A^{\sigma}_2(C',Q)$, где $\chi_2\in\left\{a,c,e,g\right\}$.

Аналогично представимы $A^{\sigma}_{\chi_3}$ и $A^{\sigma}_{\chi_4}$ посредством $\Diamond_{\chi_3}$ и $\Diamond_{\chi_4}$; а $A^{\sigma}_{\chi_5}$ и $A^{\sigma}_{\chi_6}$ представимы посредством $\nabla_{\chi_5}$, $\nabla_{\chi_5}$, соответственно.

Так как пары $\langle C',Q\rangle$ «причина – эффект» образуют Ext ER, если они реализуют ICF, то для начальных данных ДСМ-исследования [1, 2] определимо число возможных эмпирических закономерностей $\lambda_0 = m_0(2^{r^0}-1)$, где $m_0=|\Omega^{\tau}(0)|$, а

$$r_0 = |(\bigcup_{\chi\in\overline{\overline{E}}^+}\left\{\langle V,Y\rangle \mid A_\chi^+(V,Y)\right\})\cup(\bigcup_{\chi\in\overline{\overline{E}}^-}\left\{\langle V,Y\rangle \mid A_\chi^-(V,Y)\right\})|$$

учитывает тот факт, что у эффекта может быть множество причин $V_1,\ldots,V_k$.

Определим теперь возможные разновидности ДСМ-исследований посредством спецификации ExtER, используя Схему *Concept ER*.

Будем говорить, что ветвь Br(χ) Дерева sgn(T) является **сухой**, если она непомечена. Тогда само T образовано сухими Br(χ), если оно состоит только из сухих ветвей.

***Df.*18-4. Определение спецификаций ExtER.**

(1) Дерево sgn(T) будем называть **здоровым**, если оно не имеет сухих ветвей.

(2) Помеченное Дерево sgn(T) будем называть **больным**, если у него существуют сухие ветви.

(3) Множество деревьев, соответствующее PrInt $\overline{\overline{E}}$, т. е. порожденное применением ICF для $\overline{HPW}$, называется **лесом**, образованным $\widetilde{\mathrm{sgn}}(T)$ для всех $Str_{x,y}$ из $\overline{Str}$.

(4) Лес называется **полным**, если для каждой $Str_x\in\overline{Str}$, существует помеченное дерево $\mathrm{sgn}_{x_r,y_r}(T)$, где 1≤r≤ρ.

(5) Полный лес называется **дремучим**, если он состоит только из здоровых деревьев.

(6) Дремучий лес называется **непроходимым**, если ветви sgn($B_{r_r}$ (χ),1≤r≤ρ, всех его деревьев порождены ICF согласно Предложению 3-3, т. е. помечены **несингулярным** множеством пар «причина – эффект».

Согласно Схеме Concept ER и *Df.18-4* Int $\overline{\overline{ER}}$ имеет разнообразие ExtER, соответствующее разновидности лесов, порожденных Pr Int $\overline{\overline{ER}}$. Конкретные

ExtER будем называть **экземплификациями** Int$\overline{\overline{\overline{ER}}}$. Эти экземплификации отличаются содержанием интенсионала, наличием или отсутствием сухих ветвей и сингулярностью или несингулярностью помеченных ветвей. Экземплификации Int$\overline{\overline{\overline{ER}}}$ для проводимого ДСМ-исследования образуют **моделирование** предметной области посредством $\overline{Str}$, $\overline{HPW}$ и $\overline{ICF}$ для начальных данных ДСМ-исследования.

Последним этапом применения ДСМ-метода АПИ является **ДСМ-исследование** [1, 2], цель которого – формирование и расширение квазиаксиоматических теорий (КАТ) [2, 4,12]. КАТ являются средством представления знаний и их организации в базах знаний интеллектуальных систем, реализующих ДСМ-метод АПИ.

КАТ являются **открытыми** теориями с расширяемыми массивами фактов БФ(p), где p = 0,1,…,s, логическими средствами которых являются ДСМ-рассуждения, применяемые в ДСМ-исследованиях.

КАТ определяются для фиксированных стратегий ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$ из множества $\overline{Str}$ заданных стратегий.

$Str_{x,y}$ образованы ДСМ-операторами $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p))$ и функциями абдуктивного принятия гипотез $\rho^{+}(p)$ и $\rho^{-}(p)$. $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p))$ осуществляют последовательное применение п.п.в.-$1^{(\sigma)}$ (правил индуктивного вывода) и п.п.в.-2 (правил вывода по аналогии), которыми являются $(I)^{\sigma}_{x,y}$ и $(II)^{\sigma}_{x,y}$, где σ=+,–,0,τ,

$$(I)_{x,y}=\left\{(I)^{+}_{x,y},(I)^{-}_{x,y},(I)^{0}_{x,y},(I)^{\tau}_{x,y}\right\},(II)_{x,y}=$$
$$\left\{(II)^{+}_{x,y},(II)^{-}_{x,y},(II)^{0}_{x,y},(II)^{\tau}_{x,y}\right\},$$

где $(I)_{x,y}(\Omega(p))=\tilde{\Delta}_{x,y}(p),\bar{O}_{x,y}(\Omega(p))=\tilde{\Omega}_{x,y}(p)$.

Заметим, что п.п.в.-2 используют результаты применения п.п.в.-1 и завершают ДСМ-рассуждение $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p))$, $\rho^{+}(p)$, $\rho^{-}(p)$,…, $\bar{O}_{x,y}(\Omega(s))$, $\rho^{+}(s)$, $\rho^{-}(s)$.

В $\bar{O}_{x,y}(\Omega(s))$, $\rho^{+}(s)$, $\rho^{-}(s)$ процедура абдуктивного принятия гипотез посредством $\rho^{\sigma}(s)$ реализуется, если $\rho^{\sigma}(s)\geq\bar{\rho}^{\sigma}$, где $\bar{\rho}^{\sigma}$ – заданный порог.

Эвристика ДСМ-метода АПИ формализует минимизацию случайности в расширении БФ(p) посредством использования историй возможных миров HPW Ω(p,h), h=1,…,(s+1)!

**Базисом** КАТ $\tilde{\Im}_{x,y}(p)$ для $Str_{x,y}$ и БФ(p) будем называть $\Im_{x,y}(p)=\langle\Sigma,\Omega(p,h),\Re\rangle$, где $\Sigma$ – открытое множество аксиом, содержащее дескриптивные аксиомы, аксиомы структуры данных, процедурные аксиомы, представляющие п.п.в.-1 и п.п.в.-2 декларативным образом, аксиомы, характеризующие ДСМ-рассуждения (например, $АКП^{\sigma}$ или $(\exists^{\sigma})$, где σ = +,–) и пополняемые эмпирические закономерности – реализации ICF. $\Re$ – множество правил правдоподобного вывода (п.п.в.-1, п.п.в.-2) и правила дедуктивного вывода.

КАТ определим посредством ДСМ-замыкания базиса $[\Im_{x,y}(p,h)]$,

где

$[\Im_{x,y}(p,h)]=\langle\Sigma,\tilde{\Omega}_{x,y}(p,h)\cup\tilde{\Delta}_{x,y}(p,h),\Re\rangle$,

$\bar{O}_{x,y}(\Omega(p,h))=\tilde{\Omega}_{x,y}(p,h),(I)^{\sigma}_{x,y}(\Omega(p,h))=\tilde{\Delta}_{x,y}(p,h)$

для p=0,1,…,s, значениями h являются $HPW_r$, где r = 1,…,(s+1)!.

Истории возможных миров $HPW_r$ будем представлять их номерами r = 1,…,(s+1)!.

$[\Im_{x,y}(p,h)]$ определяется посредством применения ДСМ-рассуждения к Ω(p,h) до стабилизации, когда применение п.п.в.-1 не порождает новых гипотез, а $\rho^{\sigma}(s)\geq\bar{\rho}^{\sigma}$, где σ = +,–.

Рассмотрим $\tilde{\Im}_{x,y}(p,h)=[\Im_{x,y}(p,h)]$ для 0≤p≤s и всех h из $\overline{HPW}$:

$$\Im_{x,y}=\left\{\tilde{\Im}_{x,y}(p,h)\,|\,(1\leq p\leq s)\&(\mathrm{h}\in\overline{\mathrm{HPW}})\right\}.$$

$\Im_{x,y}$ порождает

$$\Gamma_{x,y}=(\bigcup_{\chi\in E^{+}}\left\{\langle V,Y\rangle\,|\,A^{+}_{\chi}(V,Y)\right\})\cup(\bigcup_{\chi\in E^{-}}\left\{\langle V,Y\rangle\,|\,A^{-}_{\chi}(V,Y)\right\}),$$

где $A^{+}_{\chi}(V,Y)$ – реализации ICF для значений $\langle C',Q\rangle^{+}$ пар <V,Y>.

Тогда $\langle C',Q\rangle^{\sigma}\in\Gamma$, где σ = +,–. Следовательно, $\exists n(h)\ J_{\langle\nu,n(h)\rangle}H_2(C',Q,\bar{s},h)$, где $\nu$ = 1,–1, порождающая $A^{\sigma}_{\chi}(C',Q)$ – реализацию ICF из $\overline{ICF}$.

Таким образом, множеству $\Gamma_{x,y}$ для $Str_{x,y}$ взаимнооднозначно соответствует $\Sigma_E$ – множество $\overline{RICF}$ всех реализаций $\overline{ICF}$.

Тогда определим E-замыкание $\Im_{x,y}$.

***Df*.19-4. E-замыканием** множества $\Im_{x,y}$ будем называть

$[\Im_{x,y}]_E=\langle\Sigma\cup\Sigma_E,\tilde{\Omega}_{x,y}(\bar{s},(\bar{s}+1)!)\cup\tilde{\Delta}_{x,y}(\bar{s},(\bar{s}+1)!),\Re\rangle$,

где $\rho^{\sigma}(\bar{s},(\bar{s}+1)!)\geq\bar{\rho}^{\sigma}$, σ = +,–, $\Sigma_E$ – множество всех $A^{\sigma}_{\chi}(C',Q)$, соответствующих $\Gamma_{x,y}$, где χ∈ E.

Очевидно, что множество всех E-замыканий $\Im_{x,y}$ для

$Str_{x,y}\in\overline{Str}$ $\Im_E=\left\{[\Im_{x,y}]_E\right\}|\,(x\in I^{+})\,\&\,(y\in I^{-})\}$.

Таким образом, для стратегии ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$ получаем схему ДСМ-исследований:

$1^0$. $\Omega_0(0,1)$, Ω(1,1),…,Ω(s,1);
Ω(0,1)⊂Ω(1,1)⊂…⊂Ω(s,1);
$2^0$. $\Omega^{\tau}(0,1)$, $\Omega^{\tau}(0,1)=\Omega^{\tau}(p,h)$ для всех p и h, где 0≤p≤s, $\mathrm{h}\in\overline{\mathrm{HPW}}$;
$3^0$. $\overline{\mathrm{HPW}}$, $|\overline{\mathrm{HPW}}|=(\mathrm{s}+1)!$;
$4^0$. $Str_{x,y}$
$5^0$. $\overline{ICF}$

---

$6^0$. $[\Im_{x,y}]_E$

$\Im_E=\left\{[\Im_{x,y}]_E\,|\,(x\in I^{+})\&(\mathrm{y}\in I^{-}\right\}$ представляет результат ДСМ-исследований, содержащий множество эмпирических номологических высказываний вида $A^{\sigma}_{\chi}(C',Q)$, где $\chi\in E,\sigma=+,-$, которому соответствует ExtER, представленный в Схеме *Concept ER* посредством ветвей $B_{r_r}(\chi)$, где 1≤r≤ρ.

В [6] были сформулированы две шкалы **оценки качества рассуждений и гипотез**, необходимые для **принятия** результатов ДСМ-исследования. Посредством $m_0$ и $l_0$ были обозначены $|\Omega^{\tau}(0)|$ и множество и число правильных предсказаний исследуемого эффекта. $m_0 = l_0+a+b+c$, где a,b,c – вид и число ошибок предсказаний таких, что «a» – тип ошибочных предсказаний «1» вместо «–1» или «–1» вместо «1», «b» – тип ошибочных предсказаний «0» (фактическое противоречие) вместо «1» или «–1»; а «c» – тип ошибочных предсказаний τ (неопределенность) вместо «1» или «–1» (т. е. отказ от предсказаний). Посредством $\frac{l_0}{m_0}$ в [6] была обозначена степень достоверности предсказаний в ДСМ-исследовании. В табл. 5 и 6 приводим упомянутые шкалы.

Шкалы $(*)$ и $(**)$ являются средством **принятия** результатов ДСМ-исследований. Они могут быть расширены и обогащены посредством Схемы *Concept ER*, Определений *Df.*18-4, *Df.*19-4 и формулируемого далее *Df.*20-4.

***Df*.20-4. ДСМ-исследование** будем называть **состоятельным**, если существует стратегия ДСМ-рассуждения $Str_{x,y}$ такая, что Е-замыкание $\Im_{x,y}$ является непустым: $\neg([\Im_{x,y}]_E = \varnothing)$; ДСМ-исследование будем называть **приемлемым**, если существует стратегия $Str_{x,y}$ такая, что $\neg([\Im_{x,y}]_E = \varnothing)$ и $l_0 > m_0 -$ (a+b+c); ДСМ-исследование будем называть **плодотворным**, если для каждого из $m_0$ элементов $\Omega^{\tau}(0)$ существует стратегия $Str_{x,y}$ такая, что её результаты принадлежат $[\Im_{x,y}]_E$ и $l_0=m_0$.

Тип полученного леса для ExtER и *Df.*20-4 информативно характеризуют ДСМ-исследование, обогащая шкалы $(*)$ и $(**)$. Представляется полезным формировать и сравнивать результаты ДСМ-исследований посредством обогащенных шкал $(*)$ и $(**)$ для различных предметных областей и для продолжающихся ДСМ-исследований, представленных в формируемых открытых КАТ.

В [1, 2] был определен абдуктивный вывод, реализующий абдукцию 2-го рода для каждой из модальностей $M_\chi$ ($M_\chi$ есть $\Box_\chi$, $\Diamond_\chi$, $\nabla_\chi$), где $\chi \in E=\{a,b,\ldots,m,n\}$.

Рассмотрим случай для $\Box_a$ $\Box_a A_2^+(C',Q)$:

$$\frac{\Box_a \forall Z((\hat{L}_2^+(C',Q,\overline{s},\overline{h}) \& \mathrm{P}(Z,\overline{s},\overline{h}) \& (C' \subset Z)) \to \hat{L}_1^+(Z,Q,\overline{s},\overline{h})) \quad \forall Z((C' \subset Z) \to Ver[\hat{L}_1^+(Z,Q,\overline{s},\overline{h})] = t)}{\Box_a \hat{L}_2^+(C',Q,\overline{s},\overline{h})}$$

Ver[$\hat{L}_1^+(Z,Q,\overline{s},\overline{h})$] – функция **верификации** предсказаний, реализующая **корреспондентную** истинность, устанавливающую соответствие имеющимся фактом; а $V[A_2^+(C',Q] = t$ в MJL в силу Предложения 1-2.

Аналогичные правила абдуктивного вывода формулируются для других модальностей $M_\chi$.

Таким образом, модальные операторы $M_\chi$, где $\chi \in$ E, с импликативных высказываний $A_j^\sigma$, где 1≤j≤6, переносятся на антецедент при условии, что верифицируется консеквент импликации в $A_j^\sigma$. Предложенная формализации абдукции 2-го рода в ДСМ-методе АПИ является **уточнением** идеи Ч.С. Пирса об абдукции из его известного текста [15][12], как **правил** амплиативного вывода [37].

*Таблица 5*

**Шкала оценки качества рассуждений**

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(*)$ | DR | $Str_{x,y}$ | EL | ET | WET | $\frac{l_0}{m_0}$ | a | b | c | $\rho^+$ | $\rho^-$ |

*Таблица 6*

**Шкала оценки качества гипотез**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(**)$ | DR | $Str_{x,y}$ | $\overline{v}$ | k | EL | ET | WET | $H_2$(V,Y,p,h) | $H_1$(Z,Y,p,h) |

*ПОЯСНЕНИЕ*: $\overline{v} = \langle v,n \rangle$, где $v \in \{1,-1,0\}$; k – число примеров, породивших гипотезу, $H_2$, $H_1$ – предикаты для гипотез о причинах и гипотез о предсказаниях, соответственно; $\rho^+$ и $\rho^-$ – функции степени абдуктивного принятия гипотез; а RD обозначает два возможных варианта применения правил правдоподобного вывода (п.п.в.-1 и п.п.в.-2) с использованием изоморфизма п.п.в.-$1^{(\sigma)}$, где σ = +,–,0,τ, или без него [6].

[12] Истолкование [15] имеется в [18], где добавлено условие наилучшего объяснения.

Заметим, что аксиомы каузальной полноты АКП$^{(\sigma)}$, где $\sigma$ = +,–, и функции $\rho^{\sigma}$(p) являются уточнением идеи Ч.С. Пирса об абдукции как средстве **принятия** порождаемых гипотез [16]. Ранее посредством АКП$^{(\sigma)}$ и $\rho^{\sigma}$(p) определялась абдукция 1-го рода, которая, как составляющая ДСМ-рассуждения, используется для применения абдукции 2-го рода. Взаимодействие двух абдукций состоит в том, что посредством абдукции 1-го рода принимаются **полугипотезы** о причинах и полугипотезы о предсказаниях, а посредством абдукции 2-го рода порождаются уже **гипотезы** о причинах и гипотезы о предсказаниях с модальными операторами $M_{\chi}$, выражающими модальную степень обоснованности гипотез посредством отношения частичного порядка $\sqsupseteq$ на множестве E={a,b,…,m,n}, где $\chi \in$ E.

Статус гипотез основан на минимизации случайности расширений в историях возможных миров для всего их множеств $\overline{HPW}$. Таким образом, решается проблема определения физических (нелогических) модальностей посредством **эмпирических номологических высказываний**, являющихся результатом ДСМ-исследований. Проблема же определения номологических высказываний средствами логики, как это уже было отмечено, систематически разрабатывалась Гансом Рейхенбахом в [30, 31, 38, 39]. Следует также упомянуть замечание Р. Фейса [40] о связи идеи причинности и модальностей.

В §5 мы начнем исследование семейства модальных логик ERA, порожденных ДСМ-исследованиями, результатом которых являются эмпирические закономерности и их принятие посредством абдукции 2-го рода. Семантическими основаниями логик семейства ERA являются **конечные** множества историй **конечных** возможных миров. Источником появления логик семейства ERA является классификация интенсионала Int $\overline{\overline{\overline{ER}}}$, представленная Деревом *T*, выражающим множество интегральных каузальных вынуждений $\overline{ICF}$, посредством которого определяются реализации ICF – начальные CF и их потомки. Начальные CF и их потомки определяют модальности $M_{\chi}$, где $\chi \in$ E, а $\overline{E} < E, \sqsupseteq >$ является частично упорядоченным множеством с наибольшим элементом *a* и наименьшим элементом *n*.

## §5. МОДАЛЬНЫЕ ЛОГИКИ *ERA*, ПОРОЖДЕННЫЕ ДСМ-ИССЛЕДОВАНИЯМИ

ДСМ-исследования образованы применением ДСМ-рассуждений к последовательности расширяемых баз фактов БФ(p,h), где p = 0,1,…,s, таких, что им соответствует последовательность представлений БФ(p,h), где h = 1,…,(s+1)!, посредством элементарных формул $J_{\bar{\nu}}H_1$(Z,Y,p,h), где $\bar{\nu} = \langle \nu, 0 \rangle$, $\nu$ = 1,–1, или $\nu$ = $\tau$ и $\bar{\nu}$ =($\tau$,0), а h – переменная для историй возможных миров $HPW_h$ из порождаемого множества историй возможных миров, соответствующих начальной $HPW_1$.

Модальные операторы □ (необходимость), ◊ (возможность), $\nabla$ (слабая возможность) определяются посредством интегральных каузальных вынуждений ICF из множества $\overline{ICF}$, соответствующего множеству всех историй возможных миров $\overline{HPW}$. Заметим, что это означает, что задана семантика **конечного** множества историй **конечных** возможных миров, конструктивно порождаемых. Модальные операторы $\Box_{\chi_1}$, $\Diamond_{\chi_2}$, $\nabla_{\chi_3}$ определялись посредством функций оценок $\tilde{V}[M_{\chi}\varphi]$, где $\chi_1$ = {a, b, c, d, e, f, h}, $\chi_2$ = {i, j, k, l}, $\chi_3$ = {m, n}.

Классификация же $\overline{ICF}$, образующего интенсионал понятия эмпирических закономерностей, представлена Деревом *T*. Однако модальные логики семейства ERA, «эмпирические закономерности, завершаемые абдукцией 2-го рода», рассматриваемые далее, будут соответствовать **упрощениям** Дерева *T*, которыми являются Деревья $T_1$ и $T_2$ из §3. Вопрос же о возможности формализаций многомодальных логик, соответствующих Дереву *T*, т. е. его четырнадцати ветвям Br($\chi$), является открытым. В связи с этим рассмотрим более простую модальную логику высказываний $ERA_0$, соответствующую Дереву $T_1$.

Деревья $T_1$ и $T_2$, представленные в §3, характеризуют частично упорядоченное множество модальностей, которое взаимно-однозначно соответствует множеству E = {a, b,…, m, n}. $T_1$ и $T_2$ порождают множества {□, ◊} и {□, ◊, $\nabla$}, соответственно.

Условие монотонности $\rho^{\sigma}$(p), учтенное в Дереве *T*, опускается; рассматриваются истории возможных миров $HPW_h$ = {**Ω**(0,h), **Ω**(1,h),…,**Ω**(i,h),…,**Ω**(s,h)}, где 0≤i≤s и 1≤h≤(s+1)!.

Вершинам Дерева $T_1$ <$\nu$, $\nu$>, <$\tau$, $\nu$> соответствуют коды

$$\mathrm{Cd}^{(1)} = \nu\ldots\nu \bullet \nu\ldots\nu \text{ и } Cd^{(2)} = \underbrace{\tau\ldots\tau}_{q}\, v\ldots v \bullet \underbrace{\tau\ldots\tau}_{q}\, v\ldots v,$$

для ветвей $Br_1$ и $Br_2$, где 1≤q<s+1. Вершинам же Дерева $T_2$ соответствуют коды

$$\mathrm{Cd}^{(1)} = \nu\ldots\nu \bullet \nu\ldots\nu\,,\ Cd^{(2)} = \underbrace{\tau\ldots\tau}_{q}\ \underbrace{v\ldots v}_{s+1-q} \bullet \underbrace{\tau\ldots\tau}_{q}\ \underbrace{v\ldots v}_{s+1-q},$$

где 2q<s+1;

$$Cd^{(3)} = \underbrace{\tau\ldots\tau}_{q}\ \underbrace{v\ldots v}_{s+1-q} \bullet \underbrace{\tau\ldots\tau}_{q}\ \underbrace{v\ldots v}_{s+1-q},$$

где 2q≥s+1, для ветвей $Br_1$, $Br_2$ и $Br_3$.

Определим функцию оценки $\tilde{V}[M_{\chi}\varphi]$ для формул $ERA_0$ с модальными операторами $M_{\chi}$, соответствующую Дереву $T_1$, используя ICF из множества $\overline{ICF}$.

Сигнатура $ERA_0$ : пропозициональные переменные **p**, **q**, **r**,…, (быть может, с нижними индексами), логические связки: ¬, &, ∨,→, □, ◊; вспомогательные символы – *(* , *)*.

Определение формулы $ERA_0$ стандартно [40, 41].

Аксиомы $ERA_0$

(□2) □ **p**→**p**

(◊2) ◊ **p**→**p**

(□3) □ (**p**&**q**)↔(□**p**&□**q**)

(□4) □ (**p** ∨ **q**)↔(□**p** ∨ □**q**)

(◊3) ◊ (**p**&**q**)↔(◊ **p**& ◊ **q**)

(◊4) ◊ (**p** ∨ **q**)↔(◊ **p** ∨ ◊ **q**)

(¬□) ¬□**p**→(◊ **p** ∨ ¬**p**)

(¬◊) ¬◊ **p**→(□**p** ∨ ¬**p**)

(□□) □□ **p**→□**p**
(□◊) □◊ **p**→◊ **p**
(◊□) ◊□ **p**→ ¬**p**
(◊◊) ◊◊ **p**→ ¬**p**
(□ &◊) ¬(□**p**&◊ **p**)
(□ &¬) ¬(□**p**&¬**p**)
(◊&¬) ¬(◊ **p**&¬**p**)
(□¬) ¬□¬**p**
(◊¬) ¬◊¬**p**
(□¬◊) (□**p**→¬◊**p**)
φ↔ψ⇌(φ→ψ)&(ψ→φ),
f⇌ **p**&┐**p**
t⇌┐f

Задана двузначная логика высказываний $L_2$.

Посредством «⊢» обозначим доказуемость формул (⊢ φ) и выводимость ($\varphi_1,\ldots, \varphi_n \vdash \psi$).

Правила вывода:

R1. φ, φ→ψ ⊢ ψ;

R2. φ(**p**) ⊢ φ(χ), φ(χ) = $\int_{\mathbf{p}}^{\chi}\varphi(\mathbf{p})\,|$ – правила подстановки;

R3. □φ, □(φ→ψ) ⊢ □ψ;

R4. ◊φ, ◊(φ→ψ) ⊢ ◊ψ;

R5. φ(χ) ⊢ φ($\chi_1$), где χ↔$\chi_1$ – правило замены эквивалентных формул.

Имеет место **Предложение 4-5**. $ERA_0$ является противоречивым.

Из (┐□) получим □**p**∨◊**p**∨┐**p**; применяя R2 в □**p**∨◊**p**∨┐**p** получим □┐**p**∨◊┐**p**∨┐┐**p**, □┐**p**∨◊┐**p**∨**p**, но □┐**p**↔f, ◊┐p↔f в силу (□┐) и (◊┐).

Следовательно, применяя R5, получим f∨f∨**p**.

Следовательно, ⊢**p**, а потому доказуема любая формула φ: ⊢φ – $ERA_0$ является абсолютно противоречивым исчислением.

Сформулируем исчисление $ERA_{0,1}$ посредством ограничения правила подстановки R2 в исчислении $ERA_0$: $R^*2$ есть $\varphi$(p) ⊢ $\varphi$(χ)= $\int_{\mathbf{p}}^{\chi}\varphi(\mathbf{p})$, где формулам χ соответствуют **монотонные** булевские функции из множества $M^*$, где $M^*$ есть множество всех суперпозиций множества {p&q, p∨q}: $M^*$=[{p&q, p∨q}] – замыкание {p&q, p∨q}.

Формулы φ, общезначимые (*valid*) в логиках ERA, будем обозначать посредством $\models \varphi$.

Таким образом, $ERA_{0.1}$ образовано аксиомами $ERA_0$ и правилами вывода R1,$R^*2$, R3, R4 и R5.

Логики семейства ERA возникают на основе ДСМ-исследований, образованных применением ДСМ-рассуждений к множеству историй возможных миров $\overline{HPW}$. Каждая $HPW_h$ является последовательностью Ω(0,h), Ω(1,h),…,Ω(s,h) такой, что Ω(0,h)⊂…⊂Ω(s,h), а h=1,…,(s+1)!.

$HPW_h$ соответствуют три типа кодов эмпирических закономерностей $\nu\ldots\nu$ и $\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$, которые являются кодами эмпирических законов и эмпирических тенденций, соответственно – они образуют регулярные коды ($\nu$ =1,–1); последовательности $\theta_1\ldots\theta_s$, где $\theta_i$=0,–1,1,τ, отличные от $\nu\ldots\nu$ и $\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$, являются нерегулярными и представляют **отсутствие эмпирических** закономерностей, $\overline{HPW}$ в общем виде представимо посредством (∗) так, что члены разбиения могут быть пустыми.

$(*)\,\overline{HPW}=\overline{HPW}_\nu\cup\overline{HPW}_\tau\cup\overline{IHPW}$, где $\overline{HPW}_\nu$, $\overline{HPW}_\tau$ и $I\overline{HPW}$ – множества историй, соответствующих эмпирическим законам, эмпирическим тенденциям и их отсутствию (они имеют иррегулярные коды).

Конкретными значениями пропозициональных переменных логик семейства ERA являются последовательности

$H_2(C',Q,\overline{p}_0,\overline{s},\overline{h}),H_2(C',Q,\overline{p}_1,\overline{s},\overline{h}),\ldots,H_2(C',Q,\overline{p}_s,\overline{s},\overline{h})$

и соответствующие им последовательности

$H_1(Z,Q,\overline{p}_0,\overline{s},\overline{h}),H_1(Z,Q,\overline{p}_1,\overline{s},\overline{h}),\ldots,\ H_1(Z,Q,\overline{p}_2,\overline{s},\overline{h})$,

для всех Z, что представляют каузальные вынуждения $A_i^\sigma$, где 1≤j≤6, выражающие сохранение зависимости $L_1^\sigma(Z,Q,p,\overline{s},\overline{h})$ от $L_2^\sigma(C',Q,p,\overline{s},\overline{h})$ для всех p и Z, выразимые посредством импликации →, что представимо кодами Cd.

Таким образом, значениями пропозициональных переменных являются последовательности, представимые высказываниями, которые выражают реализации предикатов $L_2^\sigma(V,Y,p,s,h)$ и $L_1^\sigma(Z,Y,p,s,h)$. Этим последовательностям в свою очередь соответствуют **регулярные** коды типа $\nu\ldots\nu$ и $\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$; а также отличные от них нерегулярные коды Cd $\theta_1\ldots\theta_s$ такие, что $\theta_i\in$ {1,-1,0,τ}, где 1≤i≤s. Следовательно, множество всех историй возможных миров может быть представлено посредством

$$(*)\,\overline{HPW}=\overline{HPW}_\nu\cup\overline{HPW}_\tau\cup\overline{IHPW},$$

где $\overline{HPW}_\nu,\overline{HPW}_\tau$ и $I\overline{HPW}$ соответствуют Cd типов $\nu\ldots\nu$, $\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$ и иррегулярные коды $\theta_1\ldots\theta_s$.

В соответствии с Деревом $T_1$ классификации эмпирических закономерностей получаем, что определимы следующие **функции оценки** для □p, ◊p и ┐p и переменной h с областью значений $\overline{HPW}$:

(1) V[□**p**]=t, если и только если для всех h **p** принимает значение $\underbrace{\nu\ldots\nu}_{s}$, т. е. Cd(p,h)=$\nu\ldots\nu$ для всех HPW;

(2) V[◊**p**]=t, если и только если **p** принимает значение $\underbrace{\tau\ldots\tau\,\nu\ldots\nu}_{s}$; т. е. существует h такая, что Cd(p,h)=$\underbrace{\tau\ldots\tau\,\nu\ldots\nu}_{s+1}$ и для всех h Cd(p,h) являются регулярными кодами, где Cd(p,h) есть значение переменной h, соответствующей $HPW_h$. (3) V[┐p]=t, если и только если существует h такая что $HPW_h$, такая что Cd(p,h)= $\theta_1\ldots\theta_{s+1}$, где $\theta_1\ldots\theta_{s+1}$ – иррегулярный код, т. е. код Cd такой, что он не является $\nu\ldots\nu$ или $\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$, где $\nu$ =1,–1, а $\theta_i\in$ {1,–1,0,τ}. Следовательно, можно определить функцию G(p,h) такую, что G отображает $\Im\times\overline{HPW}$ в {□**p**,◊**p**,┐**p**}, где $\mathbf{p}\in\Im$, $HPW_h\in\overline{HPW}$, h=1,…,(s+1)!, то есть, $G:\Im\times\overline{HPW}\to$ {□**p**,◊**p**,┐**p**}.

Таким образом,

$$G(\mathbf{p},h) = \begin{cases} \Box\mathbf{p}, \text{ если } Cd(p,h) \in \overline{HPW}_{\nu} \text{ для всех h;} \\ \Diamond\mathbf{p}, \text{ если существует } h_1 \text{ такая,} \\ \text{что } Cd(p,h_1) \in \overline{HPW}_{\tau} \text{ и для всех h} \\ \text{таких, что } \neg(h = h_1)\ h \in \overline{HPW}_{\nu} \cup \overline{HPW}_{\tau}; \\ \rceil\mathbf{p}, \text{ если существует h такая, что} \\ Cd(\boldsymbol{p},h) \in \overline{IHPW}. \end{cases}$$

Очевидно, что функция G(**p**,h) представляет Дерево $T_1$. Введем метасимвол ⊧ и определим **истинность формул φ** логики $ERA_{0,1}$ в историях возможных миров $HPW_h$, где $HPW_h \in \overline{HPW}$, а $\overline{HPW} = \overline{HPW}_{\nu} \cup \overline{HPW}_{\tau} \cup \overline{IHPW}$, $|\overline{HPW}| = (s+1)!$.

$1^0$. $HPW_h$ ⊧ **p**, если и только если Cd(**p**,h)=$\nu\ldots\nu$ или Cd(**p**,h)= $\tau\ldots\tau\ \nu\ldots\nu$, где $\nu$ = 1, –1;

-$2^0$. неверно, что $HPW_h$ ⊧f;

$3^0$. $HPW_h$ ⊧ ¬ **p**, если и только если неверно, что Cd(**p**,h)=$\nu\ldots\nu$ и неверно, что Cd(**p**,h)= $\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$; т. е. **Cd(p,h)**$\in \overline{IHPW}$.

$3^0$. $HPW_h$ ⊧(φ & $\psi$), если и только если $HPW_h$ ⊧φ и $HPW_h$ ⊧ $\psi$;

$4^0$. $HPW_h$ ⊧(φ ∨ $\psi$), если и только если $HPW_h$ ⊧φ или $HPW_h$ ⊧ $\psi$;

$5^0$. $HPW_h$ ⊧(φ → $\psi$), если и только если $HPW_h$ ⊧φ, то $HPW_h$ ⊧ $\psi$;

$6^0$. $HPW_h$ ⊧($\phi \leftrightarrow \psi$), если и только если $HPW_h$ ⊧φ, если и только если $HPW_h$ ⊧ $\psi$;

$7^0$. $HPW_h$ ⊧□φ, если и только если Cd(**p**,h)=$\nu\ldots\nu$ для всех h;

$8^0$. $HPW_h$ ⊧◊φ, если и только если существует $h_1$ такая, что Cd(**p**,$h_1$)=τ…τ$\nu\ldots\nu$ и для всех таких h, что Cd(**p**,h) = τ…τ$\nu\ldots\nu$ или Cd(**p**,h) = $\nu\ldots\nu$, где $\overline{HPW}_h \in \overline{HPW}_{\nu} \cup \overline{HPW}_{\tau}$;

$9^0$. $HPW_h$ ⊧◊(φ∨ψ), если только если $HPW_h$ ⊧◊φ или $HPW_h$ ⊧◊ψ для всех h из $\overline{HPW}$;

$10^0$. $HPW_h$ ⊧□(φ∨ψ), если и только если $HPW_h$ ⊧□φ или $HPW_h$ ⊧□ψ для всех h из $\overline{HPW}$;

$11^0$. $HPW_h$ ⊧□(φ&ψ), если и только если $HPW_h$ ⊧□φ и $HPW_h$ ⊧□ψ для всех h из $\overline{HPW}$;

$12^0$. $HPW_h$ ⊧◊(φ&ψ), если и только если $HPW_h$ ⊧◊φ и $HPW_h$ ⊧◊ψ для всех h из $\overline{HPW}$.

В случае V[□**p**]=t $\overline{HPW} = \overline{HPW}_{\nu}$, а $\overline{HPW}_{\tau} = \varnothing$ и $\overline{IHPW} = \varnothing$. В случае V[◊**p**]=t $\overline{HPW} = \overline{HPW}_{\nu} \cup \overline{HPW}_{\tau}$, $\overline{HPW}_{\tau} \neq \varnothing$ и $\overline{IHPW} = \varnothing$.

Если же V[⌉p]=t, то $\overline{IHPW} \subseteq \overline{HPW}$ и $\overline{IHPW} \neq \varnothing$. Следовательно, $\overline{IHPW} \neq \varnothing$ является необходимым и достаточным условием отсутствия эмпирических закономерностей.

**Замечание 14-5.** Сформулируем допущение относительно истолкования итерации модальностей □ и ◊. Рассмотрим возможные случаи ◊□**p**, □◊**p**, □□**p** и ◊◊**p**. Примем направление добавления модального оператора от переменной ***p*** в левую сторону, что будет представлено расширением соответствующих кодов Cd(**p**,h):

(1) $\Diamond\Box: \underbrace{\nu\ldots\nu}_{\Box}\underbrace{\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu}_{\Diamond} - \rceil\mathbf{p}$,

(2) $\Box\Diamond: \underbrace{\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu}_{\Diamond}\underbrace{\nu\ldots\nu}_{\Box} - \Diamond\mathbf{p}$,

(3) $\Box\Box: \underbrace{\nu\ldots\nu}_{\Box}\underbrace{\nu\ldots\nu}_{\Box} - \Box\mathbf{p}$,

(4) $\Diamond\Diamond: \underbrace{\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu}_{\Diamond}\underbrace{\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu}_{\Diamond} - \rceil\mathbf{p}$.

В **(1)** имеем нерегулярный результирующий Cd, а потому общезначима (*valid*) формула ◊□→⌉**p** (аксиома);

В (◊□) согласно определению $HPW_h$ ⊧⌉**p**, так как $\nu\ldots\nu\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$ – нерегулярный Cd.

В **(2)** имеем регулярный результирующий Cd $\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu\nu\ldots\nu$, а потому общезначима формула □◊**p**→◊**p**.

В **(3)** имеем регулярный результирующий Cd $\nu\ldots\nu\nu\ldots\nu$, а потому общезначима формула □□p→□p.

В **(4)** имеем нерегулярный результирующий Cd $\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$, а потому согласно определению $HPW_h$ ⊧⌉ p общезначима формула ◊◊p→⌉ p.

**Лемма 1-5**. Аксиомы $ERA_{0.1}$ общезначимы.

Нами было установлено, что (◊□) ◊□**p**→ ⌉**p** и (◊◊) ◊◊**p**→ ⌉**p** общезначимы относительно $\overline{HPW}$.

(⌉□) ⌉□**p**→(◊**p**∨⌉**p**) и (⌉◊) ⌉◊**p**→(□**p**∨⌉**p**) являются общезначимыми, так как общезначима □**p**∨◊**p**∨⌉**p** – закон исключенного четвертого, что следует из определения функции G(**p**,h).

(□2) □**p**→**p** является общезначимой в силу определения $HPW_h$⊨□**p** для всех h: Cd(p,h)=$\nu\ldots\nu$.

Заметим, что ради простоты записи Cd(p,h) $\nu\ldots\nu\bullet\nu\ldots\nu$ и $\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu\bullet\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$ – для регулярных Cd и $\theta_1\ldots\theta_{s+1}\cdot\mu_1\ldots\mu_{s+1}$ – для нерегулярных Cd будем представлять соответствующими им типами $\nu\ldots\nu$, $\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$, $\theta_1\ldots\theta_{s+1}$.

(□3) □(p&q)↔(□p&□q) является общезначимой, так как Cd(p&q)=$\nu\ldots\nu$ равносилен тому, что Cd(p)=$\nu\ldots\nu$ и Cd(q)=$\nu\ldots\nu$.

(□4) □(p∨q)↔(□p∨□q) общезначима, так как Cd(p∨q)=$\nu\ldots\nu$ равносилен Cd(p)=$\nu\ldots\nu$ или Cd(q)=$\nu\ldots\nu$.

(◊2) ◊(p&q)↔(◊p&◊q) является общезначимой, так как Cd(p&q)=$\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$, а (p&q)↔(q&p), следовательно, если Cd(p)=$\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$ и Cd(q)=$\nu\ldots\nu$, то получим Cd(p&q)=$\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu\nu\ldots\nu$, но Cd(p&q)=$\nu\ldots\nu\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$ – нерегулярный Cd. Поэтому Cd(p)=Cd(q)=$\tau\ldots\tau\nu\ldots\nu$ для всех h таких, что $\overline{HPW} \in \overline{HPW}_{\nu} \cup \overline{HPW}_{\tau}$.

(◊3) ◊(p∨q)↔(◊p∨◊q) общезначима в силу общезначимости p→(□p∨◊p) и условия $9^0$ из определения истинности формул φ логики $ERA_{0,1}$: $HPW_h$⊨◊(φ∨ψ), если и только если $HPW_h$⊨◊φ или $HPW_h$⊨◊φ для всех h из $\overline{HPW}$.

($\Box\&\rceil$) $(\Box p\&\rceil p)\to f$ является общезначимой, так как $V[\Box p]=t$, если и только если $Cd(p,h)=v\ldots v$ для всех h, а $V[\rceil p]=t$, если и только если существует такое h, что $Cd(p,h)=\theta_1\ldots\theta_{s+1}$, где $\theta_1\ldots\theta_{s+1}$ – нерегулярный код, соответствующий $\overline{IHPW}(\overline{IHPW}\cap\overline{HPW}_v=\varnothing)$.

Аналогично устанавливается общезначимость ($\Diamond\&\rceil$) $(\Diamond p\&\rceil p)\leftrightarrow f$. ($\Box\rceil$) $\Box\rceil p\to f$ является общезначимой, так как $V[\Box\varphi]=t$, если и только если для всех h $HPW_h\vDash\varphi$, $HPW_h\in\overline{HPW}$; а $V[\rceil p]=t$, если и только если $Cd(p,h)$ – нерегулярный код и существует h такая, что $Cd(p,h)$ соответствует элементу из $\overline{IHPW}(\overline{IHPW}\cap\overline{HPW}_v=\varnothing)$.

Аналогично устанавливается общезначимость для ($\Diamond\&\rceil$) $\Diamond\rceil p\to f$. ($\Diamond$) $\Diamond p\to p$ общезначима, так как $V[\Diamond p]=t$, если $HPW_h\vDash p$ для всех h таких, что $Cd(p,h)=\tau\ldots\tau v\ldots v$.

($\Box\Box$) $\Box\Box p\to\Box p$ является общезначимой, так как из $Cd(\Box\Box p)=v\ldots vv\ldots v$ следует $Cd(\Box p)=v\ldots v$.

($\Box\Diamond$) $\Box\Diamond p\to\Diamond p$ является общезначимой, так как из $Cd(\Box\Diamond p)=\tau\ldots\tau v\ldots vv\ldots v$ следует $Cd(\Diamond p)=\tau\ldots\tau v\ldots v$.

Очевидно, что ($\Box\neg\Diamond$) общезначима.

Лемма 1-5 доказана: все аксиомы $ERA_{0.1}$ общезначимы.

Имеет место также лемма о корректности правил вывода $ERA_{0.1}$.

**Лемма 2-5**. Правила вывода R1, $R^*2$, R3, R4 и R5 логики $ERA_{0.1}$ сохраняют общезначимость: если общезначимы посылки правил, то общезначимы и их следствия.

Формула $\varphi$ общезначима в $ERA_{0.1}$, если и только если $V[\varphi]=t$ для всех оценок V.

Для общезначимых формул введем обозначение $\vDash\varphi$.

Правило R1 сохраняет общезначимость следствия $\psi$: из $\vDash\varphi$ и $\vDash(\varphi\to\psi)$ следует $\vDash\psi$.

Правило R5 – замена эквивалентных формул $\varphi(\chi)\leftrightarrow\psi,\chi\leftrightarrow\chi_1\vdash\varphi(\chi_1)\leftrightarrow\psi$ сохраняет общезначимость $\varphi(\chi_1)\leftrightarrow\psi$ после замены некоторых вхождений $\chi$ в $\varphi(\chi)$ на $\chi_1$. Индукцией по сложности формул можно показать, что $V[\varphi(p_1,\ldots,p_n)]=\varphi(V[p_1],\ldots,V[p_n])$, откуда следует общезначимость $\varphi(\chi_1)\leftrightarrow\psi$ в силу общезначимости $\varphi(\chi_1)\leftrightarrow\psi$ и $\chi\leftrightarrow\chi_1$.

Покажем, что общезначимость формул сохраняет и правило $R^*2$. Для этого достаточно доказать, что подстановка $p\vee q$, $p\&q$, в аксиомы $ERA_{0.1}$ сохраняет их общезначимость.

<u>**Замечание 15-5.**</u> Правило подстановки $R^*2$ разрешает подставлять в формулы $\varphi$ только $\chi$ такие, что $\chi\in M^*=\{[\,p\&q, p\vee q\}]$. Это означает, что областью значений $(range)\,\chi$ являются $HPW_h$, где $HPW_h\in\overline{HPW}$, а областью значений $\Box p$, $\Diamond p$ и $\rceil p$ является разбиение $\overline{HPW}=\overline{HPW}_v\cup\overline{HPW}_\tau\cup\overline{IHPW}$ такое, что $\overline{HPW}_v$, $\overline{HPW}_\tau$, $\overline{IHPW}$ являются областями значений для $\Box p$, $\Diamond p$ и $\rceil p$, соответственно, которые соответствуют эмпирическим закономерностям ($\Box p$, $\Diamond p$) и их отсутствию ($\rceil p$). Сами $\Box p$, $\Diamond p$ и $\rceil p$ подставлять нельзя.

Рассмотрим ($\Box 2$) $\Box p\to p$.

$$R^*2\ \int_p^{p\&q}(\Box 2)\,|=\Box(p\&q)\to(p\&q),$$

$$\Box(p\&q)\leftrightarrow(\Box p\&\Box q),\ (\Box p\&\Box q)\to(p\&q),$$

так как использовали R5 и двузначную логику высказываний. Следовательно, в силу общезначимости $\Box p\to p$ и $\Box q\to q$ общезначима $\Box(p\&q)\to(p\&q)$.

Аналогично доказывается общезначимость

$$(\Box 4)\ \Box(p\vee q)\to(p\vee q),$$

а также общезначимость

$$\Diamond(p\&q)\to(p\&q)\text{ и }\Diamond(p\vee q)\to(p\vee q)\text{ для }(\Diamond 2).$$

Рассмотрим ($\Box 3$) $\Box(p\&q)\leftrightarrow(\Box p\ \&\ \Box q)$.

$$\int_p^{p\&q}(\Box 3)\,|=\Box((p\&q)\&q)\leftrightarrow(\Box(p\&q)\&\Box q),$$

$$\Box((p\&q)\&q)\leftrightarrow\Box(p\&q),\ \Box(p\&q)\leftrightarrow(\Box p\&\Box q),$$

но $(\Box(p\&q)\&\Box q)\leftrightarrow((\Box p\&\Box q)\&\Box q)$,
следовательно, $(\Box(p\&q)\&\Box q)\leftrightarrow\Box(p\&q)$ в силу R5,
а потому $\Box((p\&q)\&q)\leftrightarrow(\Box(p\&q)\&\Box q)$ общезначима в силу общезначимости $\Box(p\&q)\leftrightarrow(\Box p\&\Box q)$.

Рассмотрим

$$\int_p^{p\&q}(\Box 3)\,|=\Box((p\vee q)\&q)\leftrightarrow(\Box(p\vee q)\&\Box q),$$

$$\Box((p\vee q)\&q)\leftrightarrow\Box q,$$

так как $(p\vee q)\&q)\leftrightarrow q$,
а $(\Box(p\vee q)\&\Box q)\leftrightarrow(\Box p\vee\Box q)\&\Box q)$ в силу R5;
но $((\Box p\vee\Box q)\&\Box q)\leftrightarrow\Box q$,
а потому $\Box((p\vee q)\&q)\leftrightarrow(\Box(p\vee q)\&\Box q)$ общезначима.

Аналогично доказывается общезначимость результатов подстановки $\int_p^{p\&q}(\Box 4)|$, $\int_p^{p\&q}(\Box 4)|$, а также общезначимость подстановки в ($\Diamond 3$) и ($\Diamond 4$).

Рассмотрим

$$(\neg\Box)\ \neg\Box\mathbf{p}\to(\Diamond p\vee\neg p),$$

$$\int_p^{p\&q}(\neg\Box)\,|=\neg\Box(p\&q)\to(\Diamond(p\&q)\vee\neg(p\&q)).$$

$(\neg\Box p\to(\Diamond p\vee\neg p))\leftrightarrow(\Box p\vee\Diamond p\vee\neg p)$, $p\leftrightarrow(\Box p\vee\Diamond p)$,
так как $\Box p\to p$, $\Diamond p\to p$, то $(\Box p\vee\Diamond p)\to p$;
но в силу $\neg\Box p\to(\Diamond p\vee\neg p)$ имеем $\neg p\vee\Box p\vee\Diamond p$,
а потому $p\to(\Box p\vee\Diamond p)$, следовательно, $p\leftrightarrow(\Box p\vee\Diamond p)$.

$$(\Box p\vee\Diamond p\vee\neg p)\leftrightarrow(\Box p\vee\Diamond p\vee(\neg\Box p\ \&\ \neg\Diamond p)),$$

$$(\Box p\vee\Diamond p\vee(\neg\Box p\ \&\ \neg\Diamond p))\leftrightarrow$$

$$(\Box p\vee\neg\Box p\vee\Diamond p)\&(\Diamond p\vee\neg\Diamond p\vee\Box p),$$

но $(\Box p\vee\neg\Box p)\leftrightarrow t$, $(\Diamond p\vee\neg\Diamond p)\leftrightarrow t$,
а потому

$$(\Box(p\&q)\vee\neg\Box(p\&q)\vee\Diamond(p\&q))\ \&$$

$$(\Diamond(p\&q)\vee\neg\Diamond(p\&q)\vee\Box(p\&q))\leftrightarrow t.$$

Следовательно,

$$\neg\Box(p\&q)\to(\Diamond(p\&q)\vee\neg(p\&q))$$

общезначима.

Аналогично покажем, что общезначима

$$\neg\Box(p\vee q)\to(\Diamond(p\vee q)\vee\neg(p\vee q))$$

и результаты подстановок $p\&q$ и $p\vee q$ в ($\neg\Diamond$).

Рассмотрим ($\Box\Box$) $\Box\Box p\to\Box p$, покажем, что

$$\int_p^{p\&q}(\Box\Box)\,|=\Box\Box(p\&q)\to\Box(p\&q)$$

является общезначимой формулой.

$$\Box\Box(p\&q)\leftrightarrow\Box(\Box p\&\Box q)$$

в силу ($\Box$3) и R5,

$$\Box(\Box p\&\Box q)\leftrightarrow(\Box\Box p\&\Box\Box q)$$

в силу ($\Box$3) и R5;

но $\Box\Box p\to\Box p$, $\Box\Box q\to\Box q$ согласно ($\Box\Box$),

а потому $\Box\Box(p\&q)\to\Box(p\&q)$ общезначима.

Покажем, что общезначим результат

$$\int_p^{p\vee q}(\Box\Box)\models\Box\Box(p\vee q)\to\Box(p\vee q).$$

Рассмотрим

$$\Box\Box(p\vee q),\ \Box\Box(p\vee q)\to\Box(\Box p\vee\Box q)$$

в силу ($\Box$4) и R5;

но

$$\Box(\Box p\vee\Box q)\leftrightarrow(\Box\Box p\vee\Box\Box q)$$

также в силу ($\Box$4) и R5. Так как

$$\Box\Box p\to\Box p \text{ и } \Box\Box q\to\Box q$$

согласно ($\Box\Box$),

то $(\Box\Box p\vee\Box\Box q)\to(\Box p\vee\Box q)$, $(\Box p\vee\Box q)\leftrightarrow\Box(p\vee q)$ ($\Box$4).

Следовательно, $\Box\Box(p\vee q)\to\Box(p\vee q)$ общезначима.

Рассмотрим ($\Box\Diamond$). $\Box\Diamond p\to\Diamond p$; покажем, что результат $\int_p^{p\&q}(\Box\Diamond)\models\Box\Diamond(p\&q)\to\Diamond(p\&q)$ является общезначимой формулой.

$$\Box\Diamond(p\&q)\leftrightarrow\Box(\Diamond p\&\Diamond q)\ [(\Diamond 3),\ R5],$$

$$\Box(\Diamond p\&\Diamond q)\leftrightarrow(\Box\Diamond p\&\Box\Diamond q)[(\Box 3),\ R5],$$

$$\Box\Diamond p\to\Diamond p,\ \Box\Diamond q\to\Diamond q\ [(\Box\Diamond)];$$

$(\Box\Diamond p\&\Box\Diamond q)\to(\Diamond p\&\Diamond q)$

в силу двузначной логики высказываний,

но $\Diamond(p\&q)\leftrightarrow(\Diamond p\&\Diamond q)$ [($\Diamond$3)],

следовательно $\Box\Diamond(p\&q)\to\Diamond(p\&q)$ является общезначимой формулой.

Покажем также, что результат

$$\int_p^{p\&q}(\Box\Diamond)\models\Box\Diamond(p\vee q)\to\Diamond(p\vee q)$$

является общезначимой формулой.

$$\Box\Diamond(p\vee q)\leftrightarrow\Box(\Diamond p\vee\Diamond q)\ [(\Diamond 4),\ R5],$$

$$\Box(\Diamond p\vee\Diamond q)\leftrightarrow(\Box\Diamond p\vee\Box\Diamond q)[(\Box 4),\ R5],$$

$$\Box\Diamond p\to\Diamond p,\ \Box\Diamond q\to\Diamond q\ [(\Box\Diamond)];$$

$(\Box\Diamond p\vee\Box\Diamond q)\to(\Diamond p\&\Diamond q)$

в силу двузначной логики высказываний,

но $\Diamond(p\vee q)\leftrightarrow(\Diamond p\vee\Diamond q)$ [($\Diamond$3)],

следовательно $\Box\Diamond(p\vee q)\to\Diamond(p\vee q)$ является общезначимой формулой.

Далее покажем, что результат

$$\int_p^{p\&q}(\Diamond\Box)\models\Diamond\Box(p\&q)\to\neg(p\&q)$$

является общезначимой формулой. Рассмотрим

$$\int_p^{p\&q}(\Diamond\Box)\models\Diamond\Box(p\&q)\to\neg(p\&q),$$

$$\Diamond\Box(p\&q)\to\neg(p\&q),$$

но $\Diamond\Box(p\&q)\leftrightarrow\Diamond(\Box p\&\Box q)$ [($\Box$3), R5].

Имеем $\Diamond\Box p\to\neg p$, $\Diamond\Box q\to\neg q$ [($\Diamond\Box$)];

далее, $(\Diamond\Box p\&\Diamond\Box q)\to(\neg p\&\neg q)$ в силу двузначной логики высказываний,

но $(\neg p\&\neg q)\to(\neg p\vee\neg q)$,

а $(\neg p\vee\neg q)\leftrightarrow\neg(p\&q)$,

а потому $\Diamond\Box(p\&q)\to\neg(p\&q)$ является общезначимой формулой.

Рассмотрим $\int_p^{p\&q}(\Diamond\Box)\models\Diamond\Box(p\vee q)\to\neg(p\vee q)$.

Согласно семантики историй возможных миров имеем три возможности оценки $\Diamond\Box(p\vee q)$ согласно закону исключенного четвертого.

**(1)** $Cd(\Diamond\Box(p\vee q))=\upsilon\ldots$ $\upsilon$ невозможно так как $\Diamond$ порождает конец кода Cd $\tau\ldots\ \tau\ \upsilon\ldots\ \upsilon$

**(2)** $Cd(\Diamond\Box(p\vee q))=\tau\ldots\ \tau\ \upsilon\ldots\ \upsilon$ невозможно так как начала Cd есть $\upsilon\ldots\ \upsilon$

**(3)** Следовательно, возможен только нерегулярный код Cd, а потому имеем $\neg(p\vee q)$.

Следовательно, из $\Diamond\Box(p\vee q)$ следует $\neg(p\vee q)$, а потому $\Diamond\Box(p\vee q)\to\neg(p\vee q)$ является общезначимой формулой.

Аналогично устанавливается общезначимость

$$(\Diamond\Diamond)\ \Diamond\Diamond p\to\neg p.$$

Рассмотрим

$$(\Box\&\Diamond),\ \neg(\Box p\ \&\ \Diamond p) \text{ и}$$

$$\int_p^{p\&q}(\Box\&\Diamond)\models\neg(\Box(p\&q)\ \&\ \Diamond(p\&q)),$$

$$\Box(p\&q)\ \&\ \Diamond(p\&q)\leftrightarrow(\Box p\&\Box q)\ \&\ (\Diamond p\&\Diamond q)\leftrightarrow(\Box p\&\Diamond p)\ \&\ (\Box q\&\Diamond q)\leftrightarrow f\ \&\ f\ \leftrightarrow f,$$

так как $(\Box p\&\Diamond p)\leftrightarrow f$, $(\Box q\&\Diamond q)\leftrightarrow f$,

следовательно $\neg(\Box(p\&q)\ \&\ \Diamond(p\&q))\leftrightarrow\neg f$, $\neg f\leftrightarrow t$.

Помимо синтаксического доказательства общезначимости $\int_p^{p\&q}(\Box\&\Diamond)\mid$, возможно простое доказательство общезначимости этой формулы посредством установления противоречивости $Cd(\Box p)$ и $Cd(\Diamond p)$ посредством семантики истории возможных миров.

Рассмотрим

$$\int_p^{p\vee q}(\Box\&\Diamond)\models\neg(\Box(p\vee q)\ \&\ \Diamond(p\vee q)),$$

$$Cd\Box(p\vee q)=v\ldots v,\ Cd\Diamond(p\vee q)=\tau\ldots\tau v\ldots v,$$

следовательно,

$$(\Box(p\vee q)\&\Diamond(p\vee q))\leftrightarrow f \text{ и } \neg(\Box(p\vee q)\&\Diamond(p\vee q))\leftrightarrow t.$$

Установим общезначимость формул ($\Box\&\neg$) и ($\Diamond\&\neg$). ($\Box\&\neg$):$\neg(\Box p\&\neg p)$, рассмотрим формулу

$$p\leftrightarrow(\Box p\vee\Diamond p),$$

очевидно, что она доказуема в $ERA_{0.1}$.

Её доказуемость следует из ($\Box$2) $\Box p\to p$; ($\Diamond$2) $\Diamond p\to p$ и ($\neg\Box$) $\neg\Box p\to(\Diamond p\vee\neg p)$,

так как $\vdash((\Box p\vee\Diamond p)\to p)$ и $\vdash(\neg p\vee\Box p\vee\Diamond p)$,

то $\vdash(p\leftrightarrow(\Box p\vee\Diamond p))$.

Из $\vdash(p\leftrightarrow(\Box p\vee\Diamond p))$ получим $\vdash(\neg p\leftrightarrow(\neg\Box p\&\neg\Diamond p))$.

Применяя R5 к ($\Box\&\neg$) и $(\neg p\leftrightarrow(\neg\Box p\&\neg\Diamond p))$ получим $\neg(\Box p\ \&\ (\neg\Box p\&\neg\Diamond p))\leftrightarrow\neg f$. Отсюда следует, что $\int_p^{p\&q}(\Box\&\neg)\mid$ и аналогично $\int_p^{p\vee q}(\Box\&\neg)\mid$ общезначимы.

Так как $\Box\neg p\leftrightarrow f$ и $\Diamond\neg p\leftrightarrow f$, то общезначимость

$$\int_p^{p\&q}(\Box\neg)\mid,\ \int_p^{p\vee q}(\Box\neg)\mid \text{ и}$$

$$\int_p^{p\&q}(\Diamond\neg)\mid,\ \int_p^{p\vee q}(\Box\neg)\mid$$

имеет место для результатов подстановок в $\neg\Box\neg p$ и $\neg\Diamond\neg p$ соответственно.

Общезначимость результатов подстановок p&q и $p \vee q$ в аксиомы $ERA_{0.1}$ является базисом индукции по сложности формул φ, таких что $\varphi \in M^* = [\{p \vee q, p\&q\}]$, что доказывает корректность правила подстановки $R^*2$.

Правила вывода

$$R3\ \Box\varphi, \Box(\varphi \to \psi) \vdash \Box\psi \quad R4\ \Diamond\varphi, \Diamond(\varphi \to \psi) \vdash \Diamond\psi$$

также сохраняют общезначимость следствий, если общезначимы посылки, что следует из определения функции оценки для □, ◊ и →.

Лемма 2-5 доказана.

Из Леммы 1-5 и Леммы 2-5 следует

**Предложение 5-5.** Исчисление $ERA_{0.1}$ непротиворечиво.

Приведем некоторые теоремы $ERA_{0.1}$:

*1.* $\Box p \vee \Diamond p \vee \neg p$

*2.* $p \leftrightarrow (\Box p \vee \Diamond p)$

*3.* $(\Box p\&q) \leftrightarrow (\Box p\&\Box q) \vee (\Box p\&\Diamond q)$

*4.* $(\Diamond p\&q) \leftrightarrow (\Diamond p\&\Diamond q) \vee (\Diamond p\&\Box q)$

*5.* $(\Box p \vee q) \leftrightarrow (\Box p \vee \Box q \vee \Diamond q)$

*6.* $(\Diamond p \vee q) \leftrightarrow (\Diamond p \vee \Box q \vee \Diamond q)$

*7.* $p \vee \neg p$

**Замечание 16-5.** Возможны некоторые усиления $ERA_{0.1}$ посредством добавления аксиом

$$(\Box\Box_1)\ \Box p \to \Box\Box p \text{ и } (\Diamond)\ \Diamond p \to \Box\Diamond p,$$

принадлежащие, соответственно, модальным логикам S4 и S5 [40, 41].

Можно показать, что $(\Box\Box_1)$ и (◊) общезначимы в семантике конечного множества историй $\overline{HPW}$ конечных возможных миров, а также, что для соответствующих расширений $ERA_{0.1}$ $ERA_{0.1.4}$= $ERA_{0.1}$ и $\Box p \to \Box\Box p$, $ERA_{0.1.5}$= $ERA_{0.1}$ и $\Diamond p \to \Box\Diamond p$, $ERA_{0.1.4.5}$= $ERA_{0.1}$ и $\Box p \to \Box\Box p$, $\Diamond p \to \Box\Diamond p$ имеет место аналог Предложения 5-5: эти исчисления непротиворечивы.

Логика $ERA_{0,1}$ лишь частично имитирует ДСМ-исследование пропозициональными средствами в соответствии с семантикой возможных миров из $\overline{HPW}$, используя операторы □ и ◊, соответствующие эмпирическим закономерностям – эмпирическим законам и тенденциям. $ERA_{0,1}$ не представляет абдукцию 2-го рода, которая формулируется с учетом двух теорий истины [24]: корреспондентной [25, 26] и когерентной [23].

С целью отобразить и имитировать пропозициональными средствами ДСМ-исследования, завершаемые абдуктивным выводом 2-го рода, расширим логику $ERA_{0,1}$ посредством фрагмента ТМ, формулируемого далее, который использует оператор Т: «истинно, что...». Оператор Т ввел Г.Х. фон Вригт для трех логик истины – TL, T′L и T″L, соответственно [42]. Предлагаемый фрагмент ТМ, содержащий оператор Т, расширяет логику $ERA_{0.1}$ до $ERA_1$, где $ERA_1$ есть $ERA_{0.1}$ с добавлением ТМ, формулируемое ниже.

**Логика $ERA_1$.**

Алфавит: p,q,r,…, **1**, &, ∨, →, □, ◊, T, ( , ).

Определение формулы:

1) p,q,r – формулы;

2) если φ – формула, то **1**φ – формула;

3) если φ, ψ – формулы, то (φ&ψ), (φ∨ψ), (φ→ψ) – формулы;

4) если φ – формула, то □φ, ◊φ – формулы;

5) если φ – формула, то Tφ – формула;

6) других формул нет.

Имеют место аксиомы и правила вывода $ERA_{0.1}$.

Дополнительное правило для фрагмента ТМ: $R_T1$. $T\varphi, T(\varphi \to \psi) \vdash T\psi$.

**Фрагмент ТМ.**

Аксиомы:

A1. $Tp \vee \neg Tp$

A2. $T\neg p \vee \neg T \neg p$

A3. $Tp \to p$

A4. $T\neg p \to \neg p$

A5. $T(p^{\sigma 1}\ \&\ q^{\sigma 2}) \leftrightarrow (T\,p^{\sigma 1}\ \&\ T\,q^{\sigma 2})$,

где $p^{\sigma} = \begin{cases} p, если \sigma = 1 \\ \neg p, если \sigma = 0 \end{cases}$;

A6. $T(p^{\sigma 1} \vee q^{\sigma 2}) \leftrightarrow (T\,p^{\sigma 1} \vee T\,q^{\sigma 2})$

A7. $T\Box p \leftrightarrow (\Box p\ \&\ Tp)$

A8. $T\Diamond p \leftrightarrow (\Diamond p\ \&\ Tp)$

A9. $(Tp \to Tq) \to T(p \to q)$

A10. $((\Box(p \to q)\ \&\ Tq) \to \Box p)$

A11. $((\Diamond(p \to q)\ \&\ Tq) \to \Diamond p)$

Производное правило вывода: $\Box(p \to q), Tq \vdash \Box p$.

Очевидно, что важны аксиомы A10 и A11, представляющие принцип абдуктивного вывода 2-го рода. Они соответствуют порождению эмпирических закономерностей – эмпирических законов (с □) и эмпирических тенденций (с ◊).

Семантика $ERA_1$ образована множеством $\overline{HPW}$ и множеством **Tr**, где **Tr** – открытое множество истинных формул Tp и T¬p.

Множество $\overline{HPW}$ используется для определения функции оценки V[φ] для когерентной теории истины [23], а множество **Tr** используется для определения V[φ] для корреспондентной теории истины [25, 26]. V[Tp] = t, если и только если $Tp \in Tr$.

ТМ непротиворечив относительно семантики с $\overline{HPW}$ и **Tr**.

Следующие теоремы $ERA_1$ очевидны:

$$\neg p \to \neg Tp,\ p \to \neg T\neg p,\ T\Box p \to p,$$

$$\neg p \to \neg T\Box p,\ T\Diamond p \to p,\ \neg p \to \neg T\Diamond p.$$

Используя производное правило вывода $\Box(p \to q)$, $Tq \vdash \Box p$ и теорему о дедукции получим утверждение $Tq \vdash \Box(p \to q) \to (\Box p \to \Box q)$.

Заметим, что модальная система Г.Х. фон Вригта *M* [40, 41, 43] содержит аксиомы $\Box p \to p$ и $\Box(p \to q) \to (\Box p \to \Box q)$ и правило вывода $\varphi \vdash \Box\varphi$, где φ — тавтология двузначной логики, которое не имеет места в $ERA_1$.

$ERA_1$ с модальными операторами □ и ◊ соответствует Дереву $T_1$, которое представляет упрощенные эмпирические закономерности. Дерево же $T_2$ представляет вариант модальной логики типа ERA с модальными операторами □, ◊ и ∇, где ∇ – оператор слабой возможности, соответствующей условию $2q \geq s+1$ для кодов эмпирических тенденций.

## ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

ДСМ-метод автоматизированной поддержки исследований – метод искусственного интеллекта, который является областью исследований таких, что их цель – имитация и усиление познавательного процесса и рационального поведения человека посредством компьютерных систем. Поэтому требуется уточнение терминов «метод» и «исследование», «познавательный процесс», «компьютерная система»,

Под **методом** будем понимать совокупность принципов и процедур таких, что их применение образует **исследование**, результатом которого является получение нового знания, используемого при формировании открытой теории (квазиаксиоматической теории – согласно ДСМ-методу АПИ).

Под **исследованием** будем понимать решение проблем посредством **метода**, выраженного в языке, обладающим **дескриптивной** и **аргументативной** функциями [44], таким, что применение метода порождает **эмпирические закономерности**, а его результаты допускают **фальсификацию** [44].

Под **познавательным процессом** будем понимать процесс получения нового знания (*knowledge discovery*) такой, что он образован **анализом** данных (фактов), **предсказанием** и **принятием** результатов исследования с использованием объяснения этих результатов.

Под **компьютерной системой**, являющейся продуктом искусственного интеллекта, будем понимать: 1) программные системы, реализующие некоторые процедуры из арсенала ИИ (например, деревья решений, нейронные сети и т. п.), будем их называть **системами искусственного интеллекта**; 2) **интеллектуальные системы** (ИС), имеющие следующую архитектуру: базы фактов и базы знаний, Решатель задач и комфортный интерфейс, где Решатель задач = Рассуждатель + Вычислитель + Синтезатор, причем ИС реализует базисные интеллектуальные способности [11] (в том числе: распознавание существенных параметров в данных, рассуждения и синтез познавательных процедур, аргументацию, обучение, рефлексию, интеграцию знаний и т. д.).

Работа интеллектуальных систем происходит в двух режимах – автоматическом и интерактивном, которые реализуют интеллектуальный процесс, образованный имитацией и усилением мыслительного процесса и поддержкой познавательного процесса, требующего расширения баз фактов БФ(p) и обнаружения в них устойчивых регулярностей – эмпирических закономерностей (множества ER = EL $\cup$ ET $\cup$ WET в ДСМ-методе АПИ). Рациональное поведение имитируется посредством логики аргументации [29].

Наконец, еще раз – под методом будем понимать организацию понятий, принципов и процедур, применение которой является средством получения **нового знания**, включающего эмпирические закономерности.

Метод является как средством формирования теории, так и ее реализации, может содержать эвристики [1, 2], применяющие правдоподобные рассуждения к исходным данным. Охарактеризованная **идея** метода предполагает использование эмпирических данных, а, следовательно, относится к **открытым** теориям.

Идея «знания в компьютерной системе» определяется следующим образом:

(1) Знания нулевого уровня (Знания$_0$): элементы базы фактов БФ(p), где факт представляется элементарными высказываниями с приписанными истинностными значениями («1» - истинно, «-1» – ложно, «τ» – неопределенно);

(2) Знания первого уровня (Знания$_1$): логические комбинации знаний нулевого уровня;

(3) Знания второго уровня (Знания$_2$): представление процедур (процедурное знание) и гипотезы, полученные применением процедур;

(4) Знания третьего уровня (Знания$_3$): аксиомы квазиаксиоматических теорий (КАТ) – дескриптивные аксиомы и аксиомы структуры данных;

(5) Знания четвертого уровня (Знания$_4$), обнаруженные эмпирические закономерности, соответствующие интенсионалу ER и представленные его экстенсионалом, образующим некоторый лес посредством множества стратегий $\overline{Str}$ и $\overline{ICF}$ – множества интегральных каузальных вынуждений, которые порождают эмпирические номологические высказывания (ENS) $A_\chi^\sigma$ (C′,Q), где $\chi \in$ E={a,b,…,m,n}, а σ=+,–.

Заметим, что ИС реализует интеллектуальный процесс, который есть взаимодействие имитации и усиления мыслительного процесса, формализуемого синтезом познавательных процедур (индукция+аналогия+ абдукция, т. е. ДСМ-рассуждение), и познавательного процесса обнаружения эмпирических закономерностей, соответствующих ER, что означает *knowledge discovery*, пополняющее базу знаний интеллектуальных систем.

Таким образом, ДСМ-метод является автоматизированной поддержкой исследований посредством **эвристики** [1, 2], образованной ДСМ-рассуждениями и процедурами обнаружения ENS. Обратим внимание на принцип принятия результатов ДСМ-исследования посредством двух шкал оценки качества рассуждений и гипотез, посредством которого контролируется **неухудшение** характеристик, представленных в этих шкалах, при продолжительном расширении баз фактов [6].

В *Приложениях* мы уточняем и дополняем утверждения настоящего заключения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Финн В.К., Шестерникова О.П. Эвристика обнаружения эмпирических закономерностей посредством ДСМ-рассуждений // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2018. – №9. – С.7-42; Finn V.K., Shesternikova O.P. The Heuristics of Detection of Empirical Regularities by JSM Reasoning // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2018. – Vol. 52, № 5. – P. 215–247.
2. Финн В.К. Эвристика обнаружения эмпирических закономерностей и принципы интеллектуального анализа данных // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2018. – №3. – с.3-19.
3. Финн В.К. О неаристотелевском строении понятий // Логические исследования. – 2015. – №21(1). – С. 9-43.
4. Финн В.К. Эпистемологические основания ДСМ-метода автоматического порождения гипотез. Часть II. // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2013. – №12. – С. 1 – 26.

5. Rosser J.B., Turquette A.R. Many-Valued Logics. – North – Holland Publishing Company, Amsterdam,1958.
6. Финн В.К. О классе ДСМ-рассуждений, использующих изоморфизм правил индуктивного вывода // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2016. – № 3. – С. 95 – 108.
7. Скворцов Д.П. О некоторых способах построения логических языков с кванторами по кортежам // Семиотика и информатика. – 1983. – Вып. 20. – С. 102–126.
8. Барвайс Д. Введение в логику первого порядка. Справочная книга по математической логике. Часть I. Теория моделей. – М.: Наука, 1982. – С. 51-52; Handbook of mathematical logic / ed. J. Barwise. – Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland Publishing Company, 1977.
9. Виноградов Д.В. Формализация правдоподобных рассуждений в логике предикатов // Научно-техническая информация. Сер. 2 – 2000. – №11. – С. 17-20.
10. Anshakov O.M., Finn V.K., Skvortsov D. P. On Axiomatization of many-valued logics associated with formalization of plausible reasoning // Studia Logica. – 1989. – Vol. XLVIII, № 4. – P. 423-447.
11. Финн В.К. Искусственный интеллект (методология, применения, философия). – М.: КРАСАНД, 2011 (Часть IV, Глава III. – с. 312-338).
12. Финн В.К. Эпистемологические основания ДСМ-метода автоматического порождения гипотез. Часть I. // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2013. – С. 1-29; Finn V.K. Epistemological Foundation of the JSM Method for Automatic Hypothesis Generation // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2014. – Vol. 48, №2. – P. 96-148.
13. Финн В.К. Дистрибутивные решётки индуктивных ДСМ-процедур // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2014. – №11. – С. 1 – 30; Finn V.K. Distributive Lattices of Inductive JSM Procedures // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2014. – Vol. 48, № 6. – P. 265–295.
14. Милль Д.С. Система логики силлогистической и индуктивной. – 5-е изд. – М.: ЛЕНАНД, 2011; Mill J.S. A System of Logic Ratiocinative and Inductive, Being a Connected View of the Principles of Evidence and the Methods of Scientific Investigation. – London: Parker, Son and Bowin, 1843.
15. Peirce C.S. Collected papers. – Cambridge, MA: Harvard University Press, 1934. – P. 189.
16. Kapitan T. Peirce and the Autonomy of Abductive Reasoning // Erkenntnis. – 1992. – Vol. 37(1). – P. 1-26.
17. Frankfurt H. Peirce's Notion of Abduction // The Journal of Philosophy. – 1958. – Vol. 55. – P. 593-597.
18. Abductive Inference: Computation, Philosophy, Technology / eds J.R. Josephson, S.G. Josephoson. – Cambridge: University Press, 1994.
19. Финн В.К. Синтез познавательных процедур и проблема индукции // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 1999. –№ 1-2. – С. 8-45; Finn V.K. The Synthesis of Cognitive Procedures and the Problem of induction // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2009. – Vol. 43, №3. – P.149-195.
20. Финн В.К. Абдукция // Энциклопедия эпистемологии и философии науки. – М.: КАНОН$^{+}$, 2009. – С. 8-9.
21. Aliseda A. Abductive Reasoning (Logical Investigations into Discovery and Explanation) // Synthese Library. – Springer, 2006.
22. Вагин В.Н., Головина Е.Ю., Загорянская А.А., Фомина М.В. Достоверный и правдоподобный вывод. – М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2008.
23. Rescher N. The coherence theory of truth. – Oxford: The Clarendon Press, 1973.
24. Вейнгартен П. Фундаментальные проблемы истины. – М.: РОССПЭН. – 2005; Weingartner P. Basic questions on truth. – Dordrecht / Boston / London: Kluwer Academic Publishers, 2000.
25. Tarski A. The concept of truth in formalized languages // В кн.: A. Tarski Logic, semantics, Metamathematics. – Oxford: At The Clarendon Press. – 1956. – P. 152-278.
26. Тарский А. Семантическая теория истина и основания семантики // В кн.: Аналитическая философия: становление и развитие. – М.: ДИК, Прогресс-традиция. – 1998. – С. 90-129; Tarski A. The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantics // Philosophy and Phenomenological Research. – 1944. – Vol. 4, №3. – P. 341-375.
27. Крипке С.С. Семантический анализ модальной логики. I. Нормальные модальные исчисления высказываний // В кн.: Р. Фейс Модальная логика. – М.: Наука, 1974. – С. 254-303; Kripke S.K. Semantical analysis of modal logic. I. Normal modal propositional calculi // Zeitschrift für mathematische Logik and Grundlagen der Mathematik. – 1963. – Vol. 9. – P. 67-96.
28. Аншаков О.М., Скворцов Д.П., Финн В.К. О дедуктивной имитации некоторых вариантов ДСМ-метода автоматического порождения гипотез // В кн.: ДСМ-метод автоматического порождения гипотез (логические и эпистемологические основания). – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – С. 240-286.
29. Финн В.К. Стандартные и нестандартные логики аргументации // Логические исследования. – М.: Наука, 2006. – Вып. 13. – С. 158-189.
30. Reichenbach H. Elements of Symbolic Logic. – New York: The Macmillan Co., 1947.
31. Reichenbach H. Nomological Statements and Admissible Operations. – Amsterdam: Horth – Holland Publishing Co., 1954.
32. Кант И. Критика чистого разума. Т.3. – М.: «Мысль», 1964.
33. Norris E.M. An algoritm for computing the maximal rectangles in binary relation // Revue Roumaine de Mathematiques Pures et Appliquées. – Vol.23(2). – P. 243-250.
34. Кузнецов С.О. Быстрый алгоритм построения всех пересечений объектов из нежней полурешетки // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 1993. – №1. – С. 17-20; Kuznetsov S.O. A Fast algoritm for computing all intersection of objects in a

finite semilattice // Automatic Documantation and Mathematical Lingvistics. – 1993. – Vol. 27, №1. – P. 23-28.
35. Шестерникова О.П., Агафонов М.А., Винокурова Л.В., Панкратова Е.С., Финн В.К. Интеллектуальная система прогнозирования развития сахарного диабета у больных хроническим панкреатитом // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2015. –№4. – С. 12-50.
36. Черч А. Введение в математическую логику. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960; Church A. Introduction to mathematical logic. – Prinston, New Jersey: Prinston University Press, 1956.
37. Fann K.T. Peirce□s theory abduction. – The Hague: Martinus Nijhoff Publishers, 1970.
38. Salmon W.C. Laws, Modalities and Counterfactuals // В кн.: Hans Reichhenbach: Logical Empiricist.– Dordrecht, Holland / Boston, USA / London, England: D. Reidel Pub. Co., 1979. – P. 655-696.
39. Jobe E.K. Reichenbach's Theory of Nomological Statements // Там же. – P. 697-720.
40. Фейс Р. Модальная логика. – М.: Изд-во «Наука»1974; Feys R. Modal Logics. – Louvain/Paris: E. Nauwelaerts/Gauthier-Villars Publishers, 1965.
41. Chellas B.F. Modal logic. An Introduction. – Cambridge: Cambridge University Press, 1980.
42. Вригт фон Г.Х. Логико-философские исследования. – М.: ПРОГРЕСС. – 1986; von Wright G.H. Explanation and Understanding. – London, 1971.
43. Hughes G.E., Cresswell M.J. An Introduction to Modal Logic. – London EC4: Methuen and Co LTD. 11 New Fetter Lanc, 1972.
44. Поппер К.Р. Объективное знание. Эволюционный подход. – М.: УРСС, 2002.; Karl R. Popper Objective Knowledge. An Evolutionary Approach. – Oxford: Clarendon Press, 1979.

## *ПРИЛОЖЕНИЯ*

**1.** Абдукция 2-го рода может быть сформулирована следующим равносильным образом посредством посылок (1), (2) и (3):

(1) $A_\chi^\sigma$ (C′,Q), где $\chi \in$ E;

(2) Mχ $\forall Z \forall p \forall h \exists n\, (J_{\langle 1,n\rangle} H_2(C',Q,p,h) \to J_{\langle 1,n+1\rangle} H_1(Z,Q,p,h))$;

(3) $\forall Z((C' \subset Z) \to \mathrm{Ver}[\, J_{\langle 1,\bar{n}+1\rangle} H_1(Z,Q,\bar{s},\bar{h})]=t)$;

---

(4) Mχ $\forall p \forall h \exists n\, J_{\langle 1,n\rangle} H_2(C',Q,p,h)$,

где $M_\chi$ есть $\Box_\chi$, $\Diamond_\chi$ и $\nabla_\chi$, а $\chi \in E=\{a,b,\ldots,m,n\}$.

Заметим, что посылки (1) и (2) имеют истинностные значения согласно когерентной теории истины, а посылка (3) использует корреспондентную теорию истины. Поэтому следствие (4) получено согласно взаимодействию двух теорий истины.

Отметим также, что (2) есть следствие (1), а производное правило $ERA_1$ $M_\chi(p \to q)$, Tq $\vdash$ $M_\chi p$ является пропозициональной имитацией абдукции 2-го рода.

**2.** В работах [1, 2] был сформулирован принцип модального следа $M_1M_2\ldots M_k$, порожденного продолжением последовательности вложенных БФ(p) и образованием соответствующей последова-тельности историй возможных миров $\overline{HPW}_1, \overline{HPW}_2,\ldots,\overline{HPW}_k$, которым соответствуют модальности $M_1, M_2,\ldots, M_k$.

Так как модальные операторы $M_\chi$, соответствующие Дереву *T* и множеству интегральных каузальных вынуждений $\overline{ICF}$, частично упорядочены, то последовательность $M_1, M_2,\ldots, M_k$ будем называть **регулярной**, если имеет место $M_1 \sqsubseteq M_2 \sqsubseteq \ldots \sqsubseteq M_{k-1} \sqsubseteq M_k$.

Последовательности $M_\chi$-операторов, соответствующие $Str_{x,y}$, будем обозначать посредством $\tilde{\mathsf{M}}(x,y)$. Очевидно, что множество всех $\tilde{\mathsf{M}}(x,y)$, соответствующее множеству $\overline{Str}$ всех стратегий ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$ [13], может быть упорядочено следующим образом: $\tilde{\mathsf{M}}_1(x_1,y_1) \sqsupseteq \tilde{\mathsf{M}}_2(x_2,y_2)$, тогда и только тогда, когда $M_i^{(1)} \sqsupseteq M_i^{(2)}$ для $i$=1,…,$k$ и $\langle x_1,y_1\rangle \geq \langle x_2,y_2\rangle$ [13], где $M_i^{(1)}$ и $M_i^{(2)}$ — модальные операторы последовательностей $\tilde{\mathsf{M}}_1(x_1,y_1)$ и $\tilde{\mathsf{M}}_2(x_2,y_2)$, соответственно.

Пусть *M* – множество всех последовательностей $M_\chi$-операторов, тогда в *M* существуют наибольший и наименьший элементы.

Сформулируем теперь принцип **удачного** модального следа:

модальный след является **удачным** для *k*-расширений историй возможных миров HPW, последовательно расширяемых и порождающих $\overline{HPW}$, если существует стратегия ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$ такая, что соответствующая последовательность $\tilde{\mathsf{M}}(x,y)$ получена приемлемым ДСМ-исследованием согласно определению *Df.*20-4.

Пропозициональной имитацией удачного ДСМ-исследования являются нефинитные S4 и S5 подобные усиления $ERA_1$ посредством добавления аксиом $\Box p \to \Box\Box\ldots\Box_k p$ и $\Diamond p \to \Box\Box\ldots\Box_k\Diamond p$ для всех *k*, которые соответствуют регулярным кодам Cd эмпирических закономерностей.

**3.** Сформулируем теперь условия для **идеального** ДСМ-исследования.

(1) Существует $Str_{x,y}$ такая, что имеет место условие: если $\Omega(p) \subseteq \Omega(q)$, то $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p)) \subseteq \bar{O}_{x,y}(\Omega(q))$. Тогда ДСМ-оператор $\bar{O}_{x,y}(\Omega(p))$ является замыканием.

(2) Для $Str_{x,y}$, удовлетворяющей Условию (1) имеет место утверждение: для любой $\langle V,Y\rangle$ и всех p, h если имеет место $J_{\langle 1,n\rangle}H_2(V,Y,p,h) \vee J_{\langle -1,n\rangle}H_2(V,Y,p,h)$, то

$$\langle V,Y\rangle \in \Gamma_{x,y} = (\bigcup_{\chi\in E}\{\langle V,Y\rangle \mid A_\chi^+(V,Y)\}) \cup (\bigcup_{\chi\in E}\{\langle V,Y\rangle \mid A_\chi^-(V,Y)\}),$$

где $A_\chi^\sigma(C',Q)$ — реализация *ICF* для $\langle C',Q\rangle$, $\chi \in$ E, а $\neg(\Gamma_{x,y} = \Lambda)$.

(3) Для $Str_{x,y}$, удовлетворяющей Условию (1), истинны аксиомы каузальной полноты $АКП^{(\sigma)}$, где $\sigma\in+,-$ [6].

(4) $\bar{O}_{x,y}(\Omega(s))| \geq|\Omega^\tau(0)|$ и $m_0=l_0$, где $s$ – номер последнего расширения БФ(p), $m_0=|\Omega^\tau(0)|$, а $l_0$ – число правильных предсказаний исследуемого эффекта Q.

(5) Для $Str_{x,y}$, удовлетворяющей Условию (1), существует удачная последовательность $\tilde{M}(x,y)$ такая, что $k\geq3$ (k удачная $\tilde{M}(x,y)$).

(6) Полное ДСМ-исследование для всех $Str_{x,y}$ из заданного множества $\overline{Str}$ характеризуется следующей схемой.

$$
\begin{array}{l}
1^0.\ \Omega(0,1), \Omega(1,1), \ldots, \Omega(s,1); \Omega(0,1) \subset \\
\quad \Omega(1,1) \subset \ldots \subset \Omega(s,1), \\
2^0.\ \Omega^\tau(0,1), \Omega^\tau(0,1)=\Omega^\tau(p,h) \text{ для всех p и h}, \\
\quad \text{где } 0\leq p\leq s,\ h\in \overline{HPW}; \\
3^0.\ \overline{HPW},\ |\overline{HPW}|=(s+1)!; \\
4^0.\ \overline{Str}, \\
5^0.\ \overline{ICF}, \\
\hline
6^0.\ \Im,
\end{array}
$$

где

$$\Im=\{[\Im_{x,y}]_E|(x\in\Gamma^+)\&(y\in\Gamma^-)\},$$

$$[\Im_{x,y}]_E=\langle\Sigma \cup \Sigma_E, \tilde{\Omega}_{x,y}(\bar{s},(\bar{s}+1)!) \cup \tilde{\Delta}(\bar{s},(\bar{s}+1)!, R)\rangle,$$

$\Sigma_E$ – множество всех $A_\chi^\sigma(C',Q)$, соответствующих $\Gamma_{x,y}$, где $\chi \in$ E.

Предположим, что существует такое КАТ, что для $Str_{x,y}$ выполняются Условия (1)–(6).

Следующее условие имеет место: $\Im$ принадлежат $[\Im_{\langle(ad_0b)^+,\neg a^-\rangle}]_E$ и $[\Im_{\langle\neg a^+,(ad_0b)^-\rangle}]_E$, где $\langle(ad_0b)^+, \neg a^-\rangle$ и $\langle\neg a^+, (ad_0b)^-\rangle$ – наибольшие элементы прямых произведений решеток $Int(L^+ x\neg L^-)$ и $Int(\neg L^+ xL^-)$ для правил индуктивного вывода $(I^+)$ и $(I^-)$, соответственно [13]. При этом $A_a^+(C'_1,Q_1)$ и $A_a^-(C'_2,Q_2)$ соответствуют $\Im_{\langle(ad_0b)^+,\neg a^-\rangle}$ и $\Im_{\langle\neg a^+,(ad_0b)^-\rangle}$, где $a$ – индекс $A_a^+$ и $A_a^-$ является наибольшим элементом частично упорядоченных множеств $E^+$ и $E^-$, соответственно, где $E = E^+ \cup E^-$.

Условия (1)–(6) имеют различные ослабления, характеризующие реальные ДСМ-исследования, которым соответствуют ExtER и конкретный лес, порожденный этим полным ДСМ-исследованием для $\overline{Str}$.

Существенно заметить, что $\Sigma_E$ содержит эмпирические номологические высказывания (ENS) трех типов модальностей $\Box_\chi$, $\Diamond_\chi$ и $\nabla_\chi$, что в некотором смысле выражает степень номологичности при сохранении универсальности посредством кванторов $\forall Z\forall p$. ENS выражают обнаруженное новое знание (*knowledge discovery*), что является целью **интеллектуального анализа данных** как средства поддержки **исследований** и формирования открытых теорий (в силу этого ***open data*** **важнее** ***big data***).

*Материал поступил в редакцию 11.07.19.*

## Сведения об авторе

**ФИНН Виктор Константинович** – доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, главный научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН, руководитель Отделения интеллектуальных систем в гуманитарной сфере РГГУ, Москва
e-mail: ira.finn@gmail.com

УДК 004.89:575.224.22:616–006.81

Д.К. Чебанов, И.Н. Михайлова

# Интеллектуальный анализ данных пациентов с меланомой для поиска маркеров заболевания и значимых генов*

*Исследованы генотипические (мутации в ДНК) и фенотипические данные пациентов с меланомой для определения маркеров раннего обнаружения признаков заболевания, а также выявления существенных для него генов. Осуществлен подбор способа исследования данных из имеющихся и традиционно используемых в предметной области. Примененный метод дает возможность рассматривать совокупность анализируемых параметров. Реализован как автоматический, так и интерактивный подходы, позволяющие существенно экономить вычислительные ресурсы. Выявлены новые значимые для меланомы гены, а также потенциальные маркеры рецидива у пациентов с меланомой. Интеллектуальный анализ данных осуществляется при помощи ДСМ-метода автоматизированной поддержки исследований.*

**Ключевые слова:** *искусственный интеллект, онкология, генетические данные, фенотипические данные, мутации, ДСМ-метод АПИ*

## ВВЕДЕНИЕ

Современная онкология оперирует значительными массивами данных, к которым относится как генетическая информация о пациенте, так и данные о разнообразных методах лечения. При этом на текущий момент отсутствуют эффективные инструменты для работы с этой информацией, позволяющие уверенно прогнозировать состояние пациента, что необходимо для определения степени интенсивности лечения или мониторинга заболевания, а также получения новых знаний о природе и первопричинах патологических процессов, что способно внести значительный вклад в разработку способов борьбы со злокачественными опухолями.

Одним из наиболее опасных для человека онкологических заболеваний является меланома – злокачественная опухоль кожи, склонная к быстрому росту и распространению. В последнее время появляются эффективные методы лечения этого заболевания, однако далеко не всегда удается достичь устойчивого ответа на проводимое лечение. Одной из проблем в создании терапевтических методов является поиск мишеней в ДНК клеток опухоли, иными словами, мутаций, патогенное действие которых влияет на возникновение и развитие заболевания, и которые, соответственно, должны быть нейтрализованы для успешной борьбы с опухолью.

Другая проблема – частые рецидивы у пациентов, т. е. возвращение симптомов заболевания после успешно проведенного лечения. Вовремя распознать наступление рецидива означает своевременно начать лечение, что значительно повысит шансы больного на выздоровление. К сожалению, многие средства определения признаков процесса возвращения симптомов работают тогда, когда заболевание уже достигло определенных масштабов и упущено много времени для действий.

Современные представления фундаментальной молекулярной биологии однозначно установили, что в основе любого онкологического заболевания лежат нарушения в работе ДНК. Подавляющее большинство таких нарушений является мутациями, т. е. изменениями в структуре молекулы ДНК. Мутация вызывает изменение состава белка, который в свою очередь инициирует патологические процессы в клетках, приводя к опухолеобразованию. В настоящее время известно несколько тысяч мутаций, приводящих к возникновению и развитию онкологических заболеваний. В процессах зарождения и развития опухолей ключевую роль играют сочетания мутаций ДНК (в среднем – от трех до семи мутаций [1]), что сопряжено со значительным количеством связанной с данными комбинациями информации, которую исследователь-онколог чаще всего не в силах обработать без применения высокотехнологичных компьютерных средств анализа данных. Иными словами, эксперт нуждается в средствах автоматизированной поддержки исследований (АПИ) в процессе работы со столь сложными массивами данных.

Методы изучения ДНК постепенно входят в практику клинических специалистов-онкологов в России. Так, определение мутации *V*600* в гене *BRAF* являет-

*Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант №18-29-03063 мк)

ся обязательным исследованием для применения таргетных препаратов, называемых *BRAF*-ингибиторами (вемурафениб, дабрафениб и прочие). В будущем, с появлением новых препаратов ожидается дальнейшее развитие методов диагностики меланомы с применением генетических технологий.

Соответственно, необходимы высокоточные методы определения состояния пациента с применением молекулярно-генетических данных, которые и лежат в основе онкологического заболевания.

Исследуемая в настоящей работе проблема состоит из двух задач.

1. Определение у пациентов с диагнозом «злокачественная меланома кожи» ремиссии (состояния пациента без признаков заболевания) и рецидива (состояния, подразумевающего проявление болезни). Решение этой задачи позволит индивидуально планировать мониторинг пациентов, а также при помощи клинических методов превентивно реагировать на проявления заболевания, связанные с рецидивом. Такой подход означает формирование различных групп риска среди пациентов.

2. Квалификация мутаций, которые ранее обладали неизвестным статусом, в соответствии с их патогенным влиянием на организм пациента: выявление среди них таких мутаций, которые влияют на характер заболевания. Такая задача важна с точки зрения определения новых прогностических факторов, необходимых для планирования стратегии лечения, а также разработки новых противоопухолевых препаратов.

При выборе метода решения задачи необходимо учитывать потребность в интерпретируемости полученных результатов в соответствии с постановкой второй задачи. Таким образом, необходимо определить в явном виде причинно-следственные зависимости, состоящие из комбинаций генов, на основании которых происходит классификация в различные группы риска, предусмотренная первой задачей.

## ВЫБОР МЕТОДА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В медицине для анализа данных традиционно используются стохастические (вероятностные и статистические) методы, однако в конкретном случае их применение не оправдано, поскольку они не позволяют рассмотреть признаки объектов обучающей выборки в совокупности, так как исследуют влияние каждого отдельно взятого признака. Метрические алгоритмы машинного обучения, в свою очередь, имеют существенный недостаток, который заключается в сложности интерпретации полученных результатов в содержательных терминах поставленной задачи, так как для определения сходства примеров в них имеется необходимость введения метрик, которые могут быть неявно взаимосвязаны с содержательными представлениями исследуемой предметной области.

Первую из приведенных задач можно свести к проблеме классификации: повышенная группа риска или стандартное наблюдение. В последнее время в процессе анализа биологических и медицинских данных для подобного рода задач применяются методы машинного обучения, основанные на нейронных сетях. Такой подход во многих случаях позволяет достаточно эффективно решать проблему классификации неизвестных примеров. Однако необходимо принимать во внимание, что для эффективного применения данных методов необходима обучающая выборка, содержащая не менее нескольких тысяч примеров. Кроме того, в соответствии с условиями второй задачи, ожидается получение результата, выраженного в исходных терминах, а именно в виде перечня генов, вовлеченных в процесс развития заболевания. Методы на основе нейронных сетей для этого не предназначены.

Одним из инструментов интеллектуального анализа данных, используемых для решения задач подобного типа, является ДСМ-метод автоматизированной поддержки исследований (ДСМ-метод АПИ) [2], успешно применяемый в различных отраслях науки и промышленности, в том числе в биомедицинской сфере.

ДСМ-метод реализует обнаружение закономерностей в сложноструктурированных эмпирических данных, содержащих причинно-следственные зависимости в неявном виде. Он обеспечивает формализацию знаний предметной области средствами многозначной логики, для чего обобщает в гипотезах информацию, полученную из обучающей выборки, затем применяет эти гипотезы для предсказания исследуемого эффекта неизвестных объектов. Метод имеет критерий достаточного основания правдоподобного вывода.

Вычисленные при помощи ДСМ-метода комбинации признаков являются гипотезами о причинах исследуемого эффекта. Если гипотеза сохраняется при последовательных расширениях исходной обучающей выборки, то она считается эмпирической закономерностью [3].

В зависимости от способа усиления ДСМ-метода с помощью дополнительных ограничений, накладываемых на сформированные гипотезы, говорят о различных стратегиях ДСМ-метода [4]. В описанном подходе были реализованы 16 стратегий, являющихся прямым произведением четырех предикатов сходства ДСМ-метода для знаков «плюс» и «минус»: простого сходства, сходства с запретом на контрпримеры, различия, различия с запретом на контрпримеры. Условие с запретом на контрпримеры означает, что ни одна гипотеза о причинах для рассматриваемого знака («+» или «–») не должна вкладываться в пример (быть подмножеством примера) противоположного знака. Сходство примеров определяется в результате операции пересечения множеств признаков примеров. Описанная эвристика для ДСМ-метода уже применялась к медицинским данным, связанным со свойствами и прогнозом заболевания, в процессе решения задачи в области гастроэнтерологии [5].

С целью выбора представляющих наибольший интерес интерпретируемых гипотез и одновременного сокращения вычислительного времени был применен метод направленной навигации по множеству гипотез. Такой подход можно отнести к приближенному ДСМ-методу. Множество гипотез образует структуру, называемую алгебраической решеткой: ею называется множество из $n$ объектов ($n \geq 2$), к которым применимы операции объединения и пересечения, при этом каждые два объекта имеют верхнюю и нижнюю границы [6]. Верхняя граница решетки образована минимальным числом пересечений примеров, а следовательно, ее элементы имеют наибольшее количество признаков. Нижняя граница решетки, напротив, образована максимальным количеством примеров («родителей»), соответственно, число признаков у ее элементов минимально.

При обнаружении экспертом-пользователем на границах гипотез, представляющих интерес, имеется возможность последовательного перебора элементов решетки от верхней границы к нижней и наоборот. Линейные фрагменты между границами, состоящие из вкладывающихся друг в друга гипотез, называются цепочками частичного порядка [7]. Таким образом, реализована функция направленной навигации в решетке гипотез, осуществляемая при помощи вычисления ключевых структурных элементов (нижней и верхней границы) и последующего определения соседних элементов-гипотез.

Рассмотрим данную операцию подробнее. Пусть $C$ – некоторое множество признаков, а оператор $\Gamma(C)$ возвращает множество примеров из обучающей выборки, в которые одновременно входят все признаки из множества $C$. В свою очередь, операция $\Gamma(\Gamma(C))$ будет возвращать множество признаков, являющихся пересечением множества примеров $\Gamma(C)$. Если $\Gamma(\Gamma(C)) = C$, говорят о замкнутом множестве признаков и примеров, при этом процедурная конструкция $\Gamma(\Gamma(C))$ является оператором замыкания Галуа [8]. Соседние элементы внутри цепочек частичного порядка определяются путем изменения исходного множества признаков $C$ за счет добавления либо новых признаков (движение вниз по решетке), либо новых примеров (движение вверх по решетке). После этого полученная комбинация признаков проверяется на предмет замкнутости: если она замкнута – она является гипотезой, а, следовательно, – элементом решетки. Путем применения таких операций удается определять нижестоящие и вышестоящие элементы решетки относительно отдельно взятой гипотезы. Таким образом, эксперт имеет возможность последовательно выбирать интересующие его гипотезы, после чего искать другие гипотезы, соседствующие с выбранными в решетке, и, соответственно, отличающиеся числом признаков или примеров-родителей.

Кроме того, описанный метод позволяет за сравнительно небольшое вычислительное время определить, имеются ли в массиве исходных данных интерпретируемые гипотезы. Общее время эксперимента значительно уменьшается в связи с тем, что задача по вычислению каждой отдельно взятой цепочки частичного порядка, выделяемой при движении от элемента нижней границы к элементу верхней границы или наоборот, имеет полиномиальную сложность в отличие от задачи формирования решетки гипотез. Размер последней в общем случае растет экспоненциально быстро с линейным ростом размеров обучающей выборки.

Возможность наличия интерпретируемых гипотез в БФ зависит от двух факторов: языка представления исходных данных и знаний, а также емкости и представительности обучающей выборки. Таким образом, не во всех случаях исходная БФ может быть источником интерпретируемых гипотез. Приближенный ДСМ-метод позволяет сделать предварительный вывод о целесообразности применения полного ДСМ-метода к текущей БФ при помощи направленного поиска гипотез экспертом и проверки их на интерпретируемость. Однако при этом могут наблюдаться потери в предсказаниях, по причине неполноты порождаемого таким образом объема гипотез.

## ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ЗАДАЧИ

Массив исходных данных или первичная база фактов (БФ), представляет информацию по 367 образцам опухолевой ткани, взятой у пациентов, из базы данных *cBioPorta*l [9, 10]. БФ содержит (+)-примеры, свойством которых является отсутствие признаков заболевания в результате проведенного лечения (в количестве 160), и (–)-примеры, которые имеют признаки заболевания меланомы (207).

В массиве данных присутствовали генотипические и фенотипические признаки. Фенотипические признаки включали параметры: возраст, пол, стадия заболевания, способы лечения, параметры опухоли согласно общепринятым в медицине критериям стадийности и распространенности заболевания, – всего 10 параметров.

Генотипические признаки содержали информацию о наличии мутаций, вызывающих замену аминокислоты, в 718 опухолеассоциированных генах согласно текущим представлениям [11].

Представление данных осуществлялось при помощи кодирования перечисленных признаков значениями булевских переменных. Для фенотипических признаков были введены пороговые значения, в качестве которых взяты медианные значения таких признаков. Так, возраст был представлен значениями «0» (младше 57 лет) и «1» (старше 57 лет), аналогично и для остальных признаков.

Генотипические данные кодировались следующим образом: «0» – отсутствие мутации, вызывающей замену аминокислоты в этом гене, «1» – наличие таковой мутации. Предложенный подход оправдан тем фактом, что такие мутации в значительном количестве случаев вызывают критичное изменение функции гена, выражающееся в измененном составе или структуре кодируемого им белка, приводящее к опухолеобразованию.

БФ включала четыре последовательных расширения, каждое из которых составляло по 90 примеров. В процессе вычисления гипотез эти четыре расширения располагались во всех возможных последовательностях (4! = 24 перестановки).

Рассмотрим процесс расширения БФ. Исходная БФ $A_0$, состоящая из 90 примеров, используется для порождения гипотез. Затем в $A_0$ добавляется последующее расширение $A_1$ также из 90 элементов, такое что $A_0 \cap A_1 = \varnothing$. Полученная БФ $A_0 \cup A_1$ из 180 примеров также используется для порождения гипотез.

На предсказание было выделено семь примеров, которые не участвовали в процессе обнаружения закономерностей: четыре — (–)-примеры, три — (+)-примеры.

## РЕАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Созданная система разработана на основе ДСМ-метода автоматизированной поддержки исследований и включает, соответственно, основные компоненты интеллектуальной системы: база фактов (БФ), решатель, интерфейс пользователя [5].

ДСМ-решатель был создан на языке *python* с использованием библиотек *csv*, *pandas*, *multiprocessing*, *PyQt*. Этот язык – высокоуровневый скриптовый язык программирования с большим количеством подробно документированных библиотек функций, что является удобным фактором с точки зрения дальнейшей модификации и усовершенствования созданной программной системы.

Одна из существенных отличительных особенностей реализованного авторами подхода – параллельная реализация выполняемых вычислительных процессов на уровнях:

1) знака примеров БФ, что подразумевает параллельную обработку примеров каждого знака: (+)-примеров (пациентов с эффектом «ремиссия») и (–)-примеров (пациентов с эффектом «меланома»);

2) всех возможных перестановок расширений БФ, при этом в каждом из потоков выполнения программы присутствовала различная последовательность расширений БФ;

3) стратегий, когда каждая из них выполнялась в отдельном процессе независимо от других.

Также в ходе реализации поиска сходств примеров был создан оптимизированный алгоритм, позволяющий не вычислять пересечения примеров, определенных ранее. С этой целью для нахождения пересечения массива из $m$ примеров используются пересечения массивов размером $m$–1, полученные ранее, которые пересекаются с каждым из примеров, что существенно экономит вычислительные ресурсы при росте количества примеров в комбинации.

Было выполнено вычисление при помощи решателя всех возможных гипотез на исходной обучающей выборке.

Для возможности использования экспертом функций направленной навигации системы создан программный интерфейс пользователя, осуществляющий управление вычислительными модулями и направленную навигацию по решетке. Работа интерфейса протестирована экспертом Национального медицинского исследовательского центра онкологии им. Н.Н. Блохина. В ходе эксперимента эксперт мог осуществлять движение по цепочкам частичного порядка вверх или вниз, соответственно увеличивая или уменьшая число признаков в гипотезе. Движение могло проводиться как от элемента верхней или нижней границы, так и от любой гипотезы из решетки. Эксперт также имел возможность ввести произвольный набор признаков, чтобы получить ближайшую гипотезу, связанную с введенным набором или его частью.

Возможности пользователя при работе с системой включают реализацию функций:

1) применение ДСМ-метода: обнаружение эмпирических закономерностей на исходной БФ со всеми возможными перестановками при помощи 16 стратегий.

2) применение приближенного ДСМ-метода: вычисление границ решетки, образованной гипотезами, а также цепочек частичного порядка внутри решетки с целью направленной навигации по решетке, пошагового поиска интерпретируемых гипотез, а также для установления факта наличия интерпретируемых гипотез в процессе анализа исходных данных;

3) сортировка полученных гипотез по количеству признаков, по количеству подтверждающих примеров, по наличию или отсутствию отдельных признаков, для удобства представления результатов эксперту.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Применение работы решателя позволило вычислить исчерпывающие наборы гипотез для знака «плюс» и «минус», необходимые для предсказания неизвестных примеров. Таких гипотез получено 200 тыс. для знака «–» и 70 тыс. для знака «+». Время расчета на персональном компьютере заняло около суток.

С помощью этих наборов гипотез сделано правильное предсказание 6 из 7 эффектов примеров, оставленных для предсказания. Корректно предсказаны все примеры со знаком «–» (наличие заболевания), а также 2 из 3 примеров со знаком «+», т.е. имел место ложноотрицательный результат. В каждый из верно предсказанных 6 примеров вкладывалось 5, 8, 10, 14, 30 и 31 гипотеза соответственно, при этом в ошибочно предсказанный пример со знаком «+» вложилось 3 гипотезы знака «–».

Среди гипотез выявлены эмпирические закономерности, сохраняющиеся при всех возможных перестановках последовательных расширений БФ: это 80 закономерностей для (–)-примеров и 13 закономерностей для (+)-примеров. Из них 32 были признаны экспертом в качестве интерпретируемых (имеющих биологический смысл), еще 30 – в качестве потенциально интерпретируемых.

В числе полученных эмпирических закономерностей имелись соответственно 7 и 3 закономерности, которые участвовали в правильных предсказаниях неизвестных примеров. По итогам оценки этих 10 закономерностей экспертом подтверждена их интерпретируемость с точки зрения постановки задачи. В итоге выявлены новые гены, мутации в которых влияют на возникновение заболевания меланомы. Результаты включают выявление генов *MUC*16, *FAM*135*B*, а также известного во многих опухолях гена *NRAS*, в качестве участвующих в образовании и прогрессии меланомы. В каждом из этих генов присутствовало не менее нескольких десятков белок-кодирующих вариантов, каждый из которых может рассматриваться в качестве мишени или прогностического маркера. Кроме того, в этих закономерностях присутствовали признаки, которые в настоящий момент считаются достоверными маркерами негативного прогноза, в частности наличие и размер первичного образования опухоли, что свидетельствует о содержательности полученных закономерностей.

Из описанных 10 эмпирических закономерностей 6 были также обнаружены в процессе интерактивной работы эксперта с системой благодаря возможности направленной навигации. С этой целью в процессе работы приближенного ДСМ-метода были вычислены верхняя и нижняя граница решеток гипотез: для (+)-примеров обнаружено 520 и 5 элементов верхней и нижней границ соответственно, для (–)-примеров – 7812 и 1, в совокупности время вычисления данных элементов составило около 1 минуты.

## ВЫВОДЫ

Показана возможность успешного применения ДСМ-метода автоматической поддержки исследований для интеллектуального анализа генетических данных. Обнаружены эмпирические закономерности, имеющие смысл с точки зрения поставленной задачи.

Реализовано предсказание шести из семи неизвестных примеров, что позволяет сделать вывод о целесообразности примененного метода, а также о содержании в представленной обучающей выборке закономерностей в неявном виде. Возможно, что неправильное предсказание одного из трех (+)-примеров связано с меньшим количеством (+)-примеров в БФ, что может вызывать недостаточность контрпримеров для исключения определенных гипотез со знаком «–». Вторая возможная причина неверного предсказания – небинарное отношение причинности, в соответствии с которым пример может содержать не только гипотезы определенного знака, но также и такие признаки, которые относят его к противоположному знаку.

В соответствии со свойствами порожденных гипотез можно выделить несколько степеней доверия к ним по мере возрастания, а именно:

1) гипотезы, образованные сходством;
2) гипотезы, образованные сходством и удовлетворяющие условию непротиворечивости, т. е. не принадлежащие пересечению множеств гипотез разного знака;
3) гипотезы из сходств, непротиворечивые, а также удовлетворяющие условию усиления предиката сходства (в частности, запрета на контрпримеры);.
4) гипотезы, участвующие в правильных предсказаниях неизвестных примеров;
5) эмпирические закономерности: гипотезы, сохраняющиеся при всех возможных комбинациях последовательных расширений исходной БФ;
6) эмпирические закономерности, участвующие в правильных предсказаниях.

Метод навигации по решетке с применением цепочек частичного порядка позволил при помощи последовательных шагов вычислять отдельные гипотезы и оценивать их интерпретируемость. Кроме того, такая операция требует значительно меньше вычислительного времени, чем определение полного набора гипотез. В частности, как было показано выше, время определения полного объема гипотез в несколько тысяч раз превышает время для определения верхней границы (наиболее трудоемкой в реализованных процедурах навигации). Безусловно, общее количество цепочек частичного порядка может быть экспоненциально велико, однако вычисление всех цепочек при помощи описанного подхода требуется далеко не всегда и осуществляется по необходимости, так как приближенный ДСМ-метод за счет управляемой навигации позволяет сфокусироваться, в первую очередь, на порождении содержательно интерпретируемых гипотез.

В результате выявления 6 из 10 эмпирических закономерностей показано, что данный метод позволяет выявлять значимые гипотезы, тем самым успешно реализуя усиление познавательных возможностей эксперта.

Дальнейшее развитие подхода предполагает добавление в систему функции автоматической проверки гипотез, выбираемых экспертом, на предмет принадлежности к эмпирическим закономерностям без вычисления полного объема гипотез.

Одной из требующихся функций, способных повысить эффективность работы эксперта, является автоматическое ранжирование полученных гипотез по ключевым свойствам, в том числе по количеству примеров, которыми они сформированы, а также по числу признаков. Задача по реализации этой функции предполагает автоматизацию процесса навигации по решетке, при этом такой алгоритм требует дополнительной проработки.

При дальнейшем развитии подхода планируется доработка системы для возможности анализа аминокислотных замен внутри генов, а также расширение перечня исследуемых генов, что увеличивает объем данных на два порядка. Поскольку примененный метод навигации по цепочкам частичного порядка показал эффективность за счет вычисления интерпретируемых гипотез при существенном снижении вычислительных затрат, предполагается его применение для решения задач восстановления закономерностей из данных с полным генетическим профилем, насчитывающим несколько десятков тысяч признаков. В таком случае вычисление полного объема гипотез предполагало бы значительные затраты вычислительных ресурсов, при том, что с методом направленной навигации предполагается исследовать такую обучающую выборку за обозримое машинное время. Тем не менее, необходимо учитывать неполноту объема гипотез, получаемого в общем случае применения интерактивного режима относительно полного ДСМ-метода. Методы оценки неполноты также планируется предложить в будущих реализациях подхода.

* * *

Авторы выражают благодарность Михаилу Ивановичу Забежайло за ценные рекомендации и идеи в процессе работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заридзе Д.Г. Канцерогенез. – М.: Медицина, 2004. – С. 184–185.
2. ДСМ-метод автоматического порождения гипотез: Логические и эпистемологические основания / сост. О.М. Аншаков, Е.Ф. Фабрикантова; под. общ. ред. О.М. Аншакова. – М.: ЛИБРОКОМ, 2009. – 433 с.
3. Финн В.К., Шестерникова О.П. Эвристика обнаружения эмпирических закономерностей посредством ДСМ-рассуждений // Научно-техничес-

кая информация. Сер. 2. – 2018. – № 9. – С.7-42; V. K. Finn and O. P. Shesternikova. The Heuristics of Detection of Empirical Regularities by JSM Reasoning // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2018. – Vol. 52, № 5. – P. 215-247.
4. Финн В.К. Об эвристиках ДСМ-исследований (дополнения к статьям) // Публикация этого номера.
5. Шестерникова О.П., Агафонов М.А., Винокурова Л.В., Панкратова Е.С., Финн В.К. Интеллектуальная система прогнозирования развития сахарного диабета у больных хроническим панкреатитом // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2015. – №4. – С.12-50.
6. Биркгоф Г. Теория решеток. – М.: Наука, 1989.
7. Забежайло М.И. Приближенный ДСМ-метод на примерах // Научно-техническая информация. Сер.2. – 2014. – №10. – С.1-12.
8. Ganter B., Wille R. Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations. – Berlin: Springer, 1999.
9. Gao J., Aksoy B.A., Dogrusoz U., Dresdner G., Gross B., Sumer S.O., Sun Y., Jacobsen A., Sinha R., Larsson E., Cerami E., Sander C., Schultz N. Integrative Analysis of Complex Cancer Genomics and Clinical Profiles Using the cBioPortal // Science Signaling. – 2013. – Vol. 6, Issue 269. – P.11
10. Cerami E., Gao J., Dogrusoz U., Gross B.E., Sumer S.O., Aksoy B.A., Jacobsen A., Byrne C.J., Heuer M.L., Larsson E., Antipin Y., Reva B., Goldberg A.P., Sander C., Schultz N. The cBio Cancer Genomics Portal: An Open Platform for Exploring Multidimensional Cancer Genomics Data // Cancer Discov. – 2012. – Vol. 2(5). – P. 401–404.
11. Forbes S. A., Beare D., Boutselakis H., Bamford S., Bindal N., Tate J., Cole C. G., Ward S., Dawson E., Ponting L. COSMIC: somatic cancer genetics at high-resolution // Nucleic Acids Research. – 2017. – Vol. 45, Issue D1. – P. D777–D783.

*Материал поступил в редакцию 22.07.19*

**Сведения об авторах**

**ЧЕБАНОВ Дмитрий Константинович** – доцент кафедры математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере РГГУ, Москва
e-mail: chebanov.dk@gmail.com

**МИХАЙЛОВА Ирина Николаевна** – доктор медицинских наук, ведущий научный сотрудник. НМИЦ онкологии им. Н.Н. Блохина МЗ РФ
e-mail: irmikhaylova@gmail.com

УДК 004.891.3:616.37–006.6

О.П. Шестерникова, В.К. Финн, Л.В. Винокурова, К.А. Лесько, Г.Г. Варварина, Е.Ю. Тюляева

# Интеллектуальная система для диагностики заболеваний поджелудочной железы*

*Описана интеллектуальная система, реализующая ДСМ-метод автоматизированной поддержки исследований, предназначенная для диагностики заболеваний поджелудочной железы – хронического панкреатита и рака поджелудочной железы. Приведено предварительное исследование, перечислены дальнейшие направления развития системы.*

**Ключевые слова:** *ДСМ-метод АПИ, интеллектуальная система, рак поджелудочной железы, хронический панкреатит*

ДСМ-метод автоматизированной поддержки исследований успешно применялся для анализа гастроэнтерологических данных в задаче прогнозирования развития сахарного диабета у больных хроническим панкреатитом [1, 2]. В ходе этих исследований были разработаны и апробированы новые методы нахождения эмпирических закономерностей, создана интеллектуальная система, состоящая из базы фактов, решателя и пользовательского интерфейса. Другой задачей в области гастроэнтерологии является дифференциация заболеваний поджелудочной железы – хронического панкреатита и рака поджелудочной железы, что удовлетворяет условиям применимости ДСМ-метода [3]. Для этой задачи была создана новая интеллектуальная система, использующая Решатель предыдущей системы.

## ПРЕДМЕТНАЯ ОБЛАСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Острый и хронический панкреатит (ХП) и рак поджелудочной железы (РПЖ) являются основными заболеваниями поджелудочной железы. Клинические, лабораторные, инструментальные, интраоперационные, в том числе и морфологические данные, далеко не всегда позволяют достаточно точно определить природу заболевания поджелудочной железы.

Наибольшие трудности возникают в ситуации, когда рак поджелудочной железы и хронический панкреатит сосуществуют одновременно у одного пациента, когда опухоль развивается как осложнение давно существующего ХП или когда РПЖ сопровождается выраженным воспалением.

Прогноз для пациентов с раком поджелудочной железы является неблагоприятным – пятилетняя выживаемость остается на уровне 1–4%, медиана выживаемости 4–6 месяцев [4]. Хронический панкреатит – это длительно текущий процесс, маскирующий мелкие новообразования и затрудняющий раннюю диагностику рака поджелудочной железы. При этом ХП с длительностью заболевания более 10 лет является фактором риска развития РПЖ [5]. Таким образом, дифференциальная диагностика РПЖ и ХП является крайне сложной задачей, часто неразрешимой с помощью стандартных диагностических методик.

Необходимость в ранней диагностике социально-значимых заболеваний, таких как рак поджелудочной железы, обуславливает потребность в развитии и применении ДСМ-метода АПИ для распознавания заболеваний поджелудочной железы.

## ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ

В основе разработанной нами системы лежит ДСМ-метод автоматизированной поддержки исследований [3], который реализует основные компоненты интеллектуальной системы (ИС): базу фактов (БФ), Решатель, интерфейс пользователя.

Система является клиентским приложением, т. е. программой, работающей на локальном компьютере и предназначенной для интерактивного взаимодействия с пользователем. Данные, необходимые для работы, хранятся в файловой системе локального компьютера. Языком разработки является *C#* 5.0, средой выполнения приложения – *CLR Microsoft.Net Framework* 4.5+.

Система состоит из четырех основных модулей, представленных далее на рисунке:

1) модуль, реализующий графический интерфейс системы;

2) модуль, обеспечивающий базовую инфраструктуру системы;

3) модуль ввода–вывода (работы с файловой системой) и подготовки данных (соотносится с БФ ИС);

4) модуль, реализующий эвристики ДСМ-метода (соотносится с Решателем ИС).

* Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект №18-29-03063МК)


Архитектура интеллектуальной системы (модули)

Опишем подробнее функционал каждого модуля, его строение и используемые сторонние библиотеки и платформы.

В модуль, формирующий инфраструктуру приложения, входят:

- компоненты поддержки шаблона проектирования *MVVM* (*Model-View-ViewModel*), который интегрирован с платформой *Windows Presentation Foundation*;
- компоненты для создания *DI*-контейнера, реализующего внедрение зависимостей (*dependency injection*);
- компоненты для протоколирования ошибок и сообщений, возникающих при работе системы.

Графический интерфейс пользователя (*Graphical User Interface – GUI*) основан на платформе *Windows Presentation Foundation*, которая является частью стандартной библиотеки классов (*FCL*) в составе *.Net Framework*. Достоинства платформы: представление *UI* (*User Interface*) на специальном языке разметки *XAML*, позволяющее отделить описание формы от кода (*code behind*); использование интерфейсов (*Application Programming Interface – API*) *DirectX* повышающих производительность.

Интерфейс системы предоставляет функционал для взаимодействия пользователя с исходными данными и процедурами, реализованными в Решателе: ввод параметров процедур, выполнение процедур, просмотр и сохранение результатов.

Модуль ввода-вывода и предварительной обработки данных выполняет функции:

- взаимодействие с файловой системой;
- навигация в данных;
- подготовка базы фактов;
- экспорт данных системы в определенный список форматов.

Назовем основные этапы для подготовки базы фактов (БФ) из исходных данных:

1) определение операции *сходства* для примеров исходных данных,

2) выделение примеров с исследуемым эффектом и примеров с отсутствием исследуемого эффекта в исходном массиве (в терминологии ДСМ-метода говорим о том, что приписываем оценки истинностных значений: «+1» — для примеров первой группы, таким образом получаем (+)-примеры, и «-1» — для примеров второй группы, таким образом получаем (−)-примеры, истинностная оценка «0» в приведенных исследованиях не использовалась);

3) выделение примеров, о которых неизвестны данные об эффекте, формирование контрольной группы для предсказания (приписываем оценку «τ»).

В наших исследованиях данные состоят из признаков (представляют собой кортежи или «плоскую таблицу» с колонками-признаками и строками-примерами). В этом случае результатом операции сходства для двух примеров являлся кортеж из результатов последовательного применения операции сходства к элементам исходных кортежей.

Для интеллектуальной системы был применен подход, при котором исходные данные существуют независимо от внутренних типов данных системы, используемых для ДСМ-метода. В качестве источника данных используется таблица *Excel* (формат *xls*x), колонки в которой соответствуют признакам, строки – примерам. Основные требования к таблице: наличие столбца-идентификатора (значения должны быть уникальными); ячейки таблицы содержат только значения (отсутствуют ссылки и формулы).

Такой подход предполагает основные этапы подготовки БФ: 1) преобразование исходных данных во внутренние типы; 2) приписывание оценок истинностных значений. Настройки этих этапов реализованы в файле конфигурации. Преобразование настраивается с помощью сопоставления колонок табличного документа с признаками примеров из БФ; приписывание оценок истинностных значений происходит с помощью формул, возвращающих булевы значения. Файл конфигурации может быть отредактирован как вручную, так и с помощью специальной утилиты. Таким образом, подготовка БФ выделена в отдельный независимый этап.

Для Решателя система использует готовый модуль, реализующий эвристики ДСМ-метода, разработанные для системы анализа гастроэнтерологических данных [1]. Интерфейс системы предоставляет доступ для пользователя не ко всем возможным процедурам из модуля. В частности, в настоящее время не визуализированы процедуры ДСМ-исследования, работающего с расширяющимися базами фактов.

Система диагностики использует процедуры, реализованные в Решателе:

1. Атомарный ДСМ-метод (изучаемый эффект состоит из одного признака), включающий:

1) предикаты сходства: простое сходство (обозначаем символом *a*), сходство с запретом на контрпример (обозначаем символом *b*), упрощенный метод сходства-различия (обозначаем символом $d_0$);

2) 16 стратегий, каждая из которых определяется парой предикатов сходства: для (+)-примеров ($M^+$-предиката) и для (–)-примеров ($M^-$-предиката) $Str_{x,y}$, $x,y \in \{a, (ab), (ad0), (ad0b)\}$ [6] (полный перечень стратегий с номерами приведен далее (см. *Листинг 1*));

3) ограничения на вывод полученных гипотез о причинах:

а) ограничения на количество примеров, участвующих в порождении сходства («родителей» гипотезы): «больше или равно», «меньше или равно»;

в) фильтры по количеству и значениям признаков, входящих в гипотезу;

с) значение объясняемости исходного массива (отношение количества примеров, являющихся «родителями» полученных гипотез о причинах к общему количеству примеров – в долях от 1).

2. Скользящий контроль (перекрестная проверка), где в качестве контрольной группы используется последовательно каждый пример из исходных данных для последующего сравнения с действительными значениями.

<u>*Листинг 1*</u>. Перечень используемых в системе стратегий

1) $Str_{a,a}$, 2) $Str_{ab,a}$, 3) $Str_{ad0,a}$, 4) $Str_{ad0b,a}$, 5) $Str_{a,ab}$, 6) $Str_{ab,ab}$, 7) $Str_{ad0,ab}$, 8) $Str_{ad0b,ab}$, 9) $Str_{a,ad0}$, 10) $Str_{ab,ad0}$, 11) $Str_{ad0,ad0}$, 12) $Str_{ad0b,ad0}$, 13) $Str_{a,ad0b}$, 14) $Str_{ab,ad0b}$, 15) $Str_{ad0,ad0b}$, 16) $Str_{ad0b,ad0b}$.

Интерфейс пользователя позволяет:

- загружать и просматривать данные из файловой системы;
- создавать конфигурации для настройки базы фактов;
- настраивать и проводить ДСМ-рассуждения;
- просматривать результаты ДСМ-рассуждения: гипотезы о причинах, гипотезы о предсказаниях и значения объясняемости;
- экспортировать исходные примеры и полученные гипотезы, выведенные на экран пользователя, в форматы *PDF*, *RTF*, *XPS*, *HTM*L;
- экспортировать результаты в структурированный формат, определяемый системой (*xml*);
- просматривать содержимое файла экспорта результатов;
- осуществлять скользящий контроль и просмотр результатов.

## ОПИСАНИЕ БАЗЫ ФАКТОВ

В базу фактов, формируемую для поставленной задачи, вошли истории болезней пациентов, имеющие диагноз хронический панкреатит, часть из которых имела диагноз рак поджелудочной железы. В качестве признаков примеров из БФ были выбраны 53 признака, относящиеся к группам: общие клинические данные (пол, возраст, индекс массы тела, алкогольная и табачная зависимости, длительность заболевания); лабораторные данные (биохимические показатели, общий анализ крови, а также онкомаркеры); наличие признаков ХП и РПЖ, полученных с помощью ультразвукового исследования; значения внутривенного контрастирования с помощью компьютерной томографии. Полный перечень признаков и их типы данных приведены в *Приложении* 1.

Приведем обоснование выбора этих признаков.

Возникновение РПЖ сильно зависит от возраста. Курение является причиной как ХП, так и РПЖ. Недавнее начало сахарного диабета также может быть ранним симптомом РПЖ. Клиническая картина ХП и РПЖ имеет набор похожих проявлений: боль, потеря веса, желтуха, развитие сахарного диабета. Значение сывороточных онкомаркеров в диагностике рака поджелудочной железы в настоящее время оценивается как вспомогательное. Результаты могут быть использованы только в сочетании с другими методами для точного определения диагноза. В диагностике злокачественных образований поджелудочной железы чаще всего используют маркеры: *CA* 19-9, *РЭА*, *CA* 242. Однако эти показатели имеют ограничения в трактовке результатов.

В диагностике заболеваний поджелудочной железы используются практически все методы лучевой диагностики. В нашей стране наиболее распространенными являются ультразвуковой метод исследования (УЗИ) и компьютерная томография (КТ). Последняя позволяет оценить степень ослабления рентгеновского излучения при прохождении тканей и выразить ее в единицах шкалы линейного ослабления излучения – единицах Хаунсфилда (*HU*), отражающих рентгеновскую плотность тканей. Использование внутривенного контрастирования с мультифазным исследованием и последующим денситометрическим анализом КТ дает возможность оценить состояние тканей и характер их кровоснабжения, что играет исключительно важную роль при диагностике рака поджелудочной железы.

Каждый из выбранных признаков относится к одному из трех типов:

1) перечисляемый тип $a_i \in \{a_{i1}, ...., a_{in}\}$, $1 \le i \le 53$ (операция сходства определялась как значение признака при совпадении значений признака у примеров, либо отсутствие сходства в противном случае);

2) логический тип, который может быть сведен к типу из п. 1 с перечислением из двух выделенных значений, соответствующих «Да» и «Нет»;

3) числовой тип, при котором числовые характеристики двух примеров считаются одинаковыми, если они отстоят на расстояние не больше заданного значения. Этот тип данных был впервые применен для систем, реализующих ДСМ-метод.

Изучаемым эффектом стал диагноз рак поджелудочной железы (РПЖ). Соответственно, в группу с наличием эффекта ((+)-примеры) вошли примеры с диагнозами РПЖ и ХП, в группу с отсутствием эффекта ((–)-примеры) – примеры с диагнозом ХП, но без РПЖ.

Общее количество примеров в массиве – 73, из них 22 (+)-примера и 51 (–)-пример ($|БФ|=73$, $|БФ^+|=22$, $|БФ^-|=51$); контрольную группу составили 9 примеров ($|БФ^\tau|=9$).

## ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И ДАЛЬНЕЙШЕЕ РАЗВИТИЕ СИСТЕМЫ

Для анализируемого массива было проведено ДСМ-рассуждение, составлена таблица оценки правильности предсказаний, структура которой была разработана в предыдущих исследованиях [1]. Эта таблица основана на сопоставлении предсказанных значений примеров из контрольной группы и действительных значений: выделяется группа правильных предсказаний (обозначаем $l_0$), критичные ошибки (обозначаем *a,* (+)-примеры предсказаны как (–)-примеры и наоборот), некритичные ошибки (обозначаем *b*, примеры предсказаны как (0)) и отказы от предсказания (*c*). Данные о количестве примеров в группах приведены в таблице для 16-ти рассматриваемых стратегий отдельно для (+)- и (–)-примеров.

Таблица также отражает разбиение множества стратегий относительно отношения эквивалентности стратегий (одинаковые предсказания и одинаковые ошибки).

**Таблица правильных предсказаний и ошибок для стратегий***

| | $l_0$ | | a | | b | | c | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | + | – | + | – | + | – | + | – |
| 2,4,10,12 | | 5 | 1 | | 1 | 2 | | |
| 6,8,14,16 | 1 | 4 | 1 | 2 | | | | 1 |
| 1,3,9,11 | | 3 | 1 | | 4 | 1 | | |
| 5,7,15, 13 | 1 | 2 | 1 | 2 | | 2 | | 1 |

** Стратегии обозначены номерами из Листинга 1, сгруппированы по правильным предсказаниям и ошибкам*

Наилучший результат показали стратегии с сильным $M^+$-предикатом и слабым $M^-$-предикатом: они лучше предсказывают (–)-примеры, которых в контрольной группе больше. Один из случаев правильного предсказания приведен в *Приложении 2*. Также нужно отметить, что во всех стратегиях есть грубые ошибки (типа **a**): во всех стратегиях присутствует грубая ошибка, связанная с (+)-примером, а в стратегиях, имеющих сильный $M^-$-предикат, появляются еще две ошибки предсказания (–)-примеров. Эти три ошибки предсказания соответствуют самым сложным примерам из контрольной группы для постановки клинического диагноза. Для устранения ошибок планируется пересмотр исходной БФ, изменение набора признаков примеров, входящих в БФ.

Таким образом, в настоящий момент предполагается развитие системы в двух направлениях: 1) анализ возникновения ошибок, улучшение параметров предсказания; 2) расширение исходной базы фактов и применение методов обнаружения эмпирических закономерностей, разработанных в [2].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рак поджелудочной железы – одно из наиболее тяжелых онкологических заболеваний с относительно низкими показателями выживаемости, эффективное лечение которого возможно исключительно при выявлении на ранней стадии. Рак поджелудочной железы часто сочетается с хроническим панкреатитом, однако ранняя диагностика рака на фоне хронического панкреатита представляет трудноразрешимую задачу для практического здравоохранения. Применение ДСМ-метода автоматизированной поддержки исследований позволяет проводить раннюю дифференциальную диагностику между хроническим панкреатитом и раком поджелудочной железы, и, следовательно, дает возможность проведения эффективного лечения.

Важная особенность применения системы ДСМ-метода АПИ – использование в качестве фактов результатов стандартных методов клинико-лабораторной и лучевой диагностики, широкое распространенных в современной медицине.

Полученные предварительные результаты показали эффективность применения системы ДСМ-метода АПИ у пациентов с хроническим панкреатитом для дифференциальной диагностики рака поджелудочной железы.

Системы ДСМ-метода автоматизированной поддержки исследований с едиными и пополняемыми базами фактов для ранней диагностики рака поджелудочной железы необходимо внедрять в клиническую и телемедицинскую практику для снижения смертности населения России от онкологических заболеваний.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. Шестерникова О.П., Панкратова Е.С. Интеллектуальная система для обнаружения закономерностей в гастроэнтерологических данных // Труды Пятнадцатой национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2016 (3-7 октября 2016 г., г. Смоленск, Россия). В 3-х томах. Т. 1. – Смоленск: Универсум, 2016. – С. 396-404.
2. Финн В.К., Шестерникова О.П. Эвристика обнаружения эмпирических закономерностей посредством ДСМ-рассуждений // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2018. – № 9. – С. 7-42; Finn V.K., Shesternikova O.P. The Heuristics of Detection of Empirical Regularities by JSM Reasoning // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2018. – Vol. 52, № 5. – P. 215–247.
3. ДСМ-метод автоматического порождения гипотез: логические и эпистемологические основания / под общей ред. О.М. Аншакова. – М.: Книжный дом ЛИБРОКОМ, 2009.
4. Таргетная терапия солидных опухолей. Практическое руководство по современным методам лечения злокачественных новообразований / под ред. А. Руссо, Р. Росселя, К. Рольфо. – М.: ГЭОТАР-Медиа», 2018. – 360 с.; Targeted therapies for solid tumors. A Handbook for moving toward new frontiers in cancer treatment / eds. A. Russo, R. Rossell, K. Rolfo. – Moscow: GEOTAR-Media, 2018. – 360 p.
5. Pinho A.V., Chantrill L., Rooman I. Chronic pancreatitis: A path to pancreatic cancer // Cancer Letters. – 2013. – Vol. 345, №. 2. – P. 203-209. DOI: 10.1016/j.canlet.2013.08.015.
6. Финн В.К. Дистрибутивные решетки индуктивных процедур // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2014. – №11. – С.1-30.
7. Финн В.К. Об эвристиках ДСМ-исследования (дополнения к статьям) // Публикация этого номера.

*ПРИЛОЖЕНИЕ 1*

**Перечень признаков, используемых в базе фактов, и их типы данных**

| № | Название признака | Тип данных |
|---|---|---|
| | 1. Клинические данные | |
| 1 | 1.1 Пол | Перечисление |
| 2 | 1.2 Возраст | Целое число |
| 3 | 1.3 Индекс массы тела | Число с двумя десятичными разрядами |
| 4 | 1.4 Длительность заболевания | Число с двумя десятичными разрядами |
| 5 | 1.5 Наличие алкогольной зависимости | Бинарный тип |
| 6 | 1.6 Наличие табачной зависимости | Бинарный тип |
| 7 | 1.7 Развитие сахарного диабета | Бинарный тип |
| 8 | 1.8 Рак поджелудочной железы | Бинарный тип |
| | 2. Лабораторные данные | |
| | 2.1 Биохимия | |
| 9 | 2.1.1 Билирубин общий | Число с двумя десятичными разрядами |
| 10 | 2.1.2 Билирубин прямой | Число с двумя десятичными разрядами |
| 11 | 2.1.3 Билирубин непрямой | Число с двумя десятичными разрядами |
| 12 | 2.1.4 Гамма-глутамилтранспептидаза (ГГТП) | Число с двумя десятичными разрядами |
| 13 | 2.1.5 Общий белок | Число с двумя десятичными разрядами |
| 14 | 2.1.6 Глюкоза | Число с двумя десятичными разрядами |
| 15 | 2.1.7 с-пептид | Число с двумя десятичными разрядами |
| 16 | 2.1.8 Эластаза кала | Число с двумя десятичными разрядами |
| | 2.2 Общий анализ крови | |
| 17 | 2.2.1 Гемоглобин | Число с двумя десятичными разрядами |
| 18 | 2.2.2 Лейкоциты | Число с двумя десятичными разрядами |
| 19 | 2.2.3 СОЭ | Число с двумя десятичными разрядами |
| | 2.3 Онкомаркеры | |
| 20 | 2.3.1 CA 19-9 | Число с двумя десятичными разрядами |
| 21 | 2.3.2 CA 242 | Число с двумя десятичными разрядами |
| 22 | 2.3.3 РЭА | Число с двумя десятичными разрядами |
| | 3. УЗИ | |
| | 3.1 Достоверные признаки рака поджелудочной железы (РПЖ) | |
| 23 | 3.1.1 Выявление объёмного образования (чаще солидного), гипо и изоэхогенное | Бинарный тип |
| | 3.2 Косвенные признаки РПЖ | |
| 24 | 3.2.1 Равномерное расширение главного панкреатического протока (ГПП) без выраженного уплотнения стенок | Бинарный тип |
| | 3.3 Прямые признака хроничебского панкреатита | |
| 25 | 3.3.1 Кальцинаты | Бинарный тип |
| | 3.4 Признаки хронического панкреатита | |
| 26 | 3.4.1 Гиперэхогенная структура железы | Бинарный тип |
| 27 | 3.4.2 Неравномерное расширение ГПП, уплотнение его стенок | Бинарный тип |
| | 4. Компьютерная томография (КТ) | |
| 28 | 4.1 Образования в структуре поджелудочной железы | Бинарный тип |
| 29 | 4.2 Билиарная гипертензия | Бинарный тип |

| № | Название признака | Тип данных |
|---|---|---|
| | 4.3 Расширение ГГП | |
| 30 | 4.3.1 нет | Бинарный тип |
| 31 | 4.3.2 да, равномерное | Бинарный тип |
| 32 | 4.3.3 да, неравномерное | Бинарный тип |
| | 4.4 Денситометрические характеристики для рака поджелудочной железы по фазам, *HU* | |
| | 4.4.1 Нативная | |
| 33 | 4.4.1.1 min | Целое число |
| 34 | 4.4.1.1 max | Целое число |
| | 4.4.2 Артериальная | |
| 35 | 4.4.2.1 min | Целое число |
| 36 | 4.4.2.1 max | Целое число |
| | 4.4.3 Венозная | |
| 37 | 4.4.3.1 min | Целое число |
| 38 | 4.4.3.1 max | Целое число |
| | 4.4.4 Отсроченная | |
| 39 | 4.4.4.1 min | Целое число |
| 40 | 4.4.4.1 max | Целое число |
| | 4.5 Градиент плотности между опухолью и неизмененной тканью | |
| | 4.5.1 Нативная | |
| 41 | 4.5.1.1 min | Целое число |
| 42 | 4.5.1.1 max | Целое число |
| | 4.5.2 Артериальная | |
| 43 | 4.5.2.1 min | Целое число |
| 44 | 4.5.2.1 max | Целое число |
| | 4.5.3 Венозная | |
| 45 | 4.5.3.1 min | Целое число |
| 46 | 4.5.3.1 max | Целое число |
| | 4.5.4 Отсроченная | |
| 47 | 4.5.4.1 min | Целое число |
| 48 | 4.5.4.1 max | Целое число |
| | 4.6 Среднее по градиенту | |
| 49 | 4.6.1 Нативная | Число с двумя десятичными разрядами |
| 50 | 4.6.2 Артериальная | Число с двумя десятичными разрядами |
| 51 | 4.6.3 Венозная | Число с двумя десятичными разрядами |
| 52 | 4.6.4 Отсроченная | Число с двумя десятичными разрядами |

*ПРИЛОЖЕНИЕ 2*

**Пример правильного предсказания**

Исходный пример для предсказания

| | |
|---|---|
| 0 – Id | 73 |
| 1 – Пол | М |
| 2 – Возраст | 72 |
| 3 – ИМТ | 26,4 |
| 4 – Длительность заболевания | 4 |
| 5 – Алкоголь | Да |
| 6 – Табакокурение | Да |

| | |
|---|---|
| 7 – СД | Нет |
| 8 – Рак поджелудочной железы | |
| 9 – Бил общ | 12,9 |
| 10 – Бил пр | 2,9 |
| 11– Бил непр | 10 |
| 12– ГГТП | 202 |
| 13 – Общий белок | 70,7 |
| 14 – Глюкоза | 5,9 |
| 15 – С-пептид | 0,6 |
| 16 – Эластаза кала | 296 |
| 17 – Гемоглобин | 127 |
| 18 – Лейкоциты | 6,3 |
| 19 – СОЭ | 33 |
| 20 – Са 19-9 | 974 |
| 21 – Са 242 | 150 |
| 22 – РЭА | 4,5 |
| 23 – Выявление объёмного образования (чаще солидного), гипо и изоэхогенное | Да |
| 24 – (УЗИ) Равномерное расширение ГПП без выраженного уплотнения стенок | Да |
| 25 – (УЗИ) Равномерное расширение ГПП без выраженного уплотнения стенок | Нет |
| 26 – Гиперэхогенная структура железы | Да |
| 27 – (УЗИ) Неравномерное расширение ГПП, уплотнение его стенок | Нет |
| 28 – Образования в структуре поджелудочной железы | Да |
| 29 – Билиарная гипертензия | Да |
| 30 – (КТ) Есть расширение ГГП | Нет |
| 31 – (КТ) Равномерное расширение ГГП | Да |
| 32 – (КТ) Неравномерное расширение ГГП | Нет |
| 33 – Денситометрия (нативная, min) | 20 |
| 34 – Денситометрия (нативная, max) | 77 |
| 35 – Денситометрия (артериальная, min) | 16 |
| 36 – Денситометрия (артериальная, max) | 106 |
| 37 – Денситометрия (венозная, min) | 24 |
| 38 – Денситометрия (венозная, max) | 121 |
| 39 – Денситометрия (отсроченная, min) | 37 |
| 40 – Денситометрия (отсроченная, max) | 137 |
| 41– Градиент (нативная, min) | 24 |
| 42 – Градиент (нативная, max) | 8 |
| 43 – Градиент (артериальная, min) | 8 |
| 44 – Градиент (артериальная, max) | 6 |
| 45 – Градиент (венозная, min) | 43 |
| 46 – Градиент (венозная, max) | 23 |
| 47 – Градиент (отсроченная, min) | 22 |
| 48 – Градиент (отсроченная, max) | 29 |
| 49 – Среднее по градиенту (нативная) | 16 |
| 50 –Среднее по градиенту (артериальная) | 7 |
| 51 – Среднее по градиенту (венозная) | 33 |
| 52 – Среднее по градиенту (отсроченная) | 25,5 |

У этого примера система диагностировала РПЖ с помощью следующих гипотез (признаки, у которых нет значений в гипотезе, опущены):

Гипотеза 1

| | |
|---|---|
| 22 – РЭА | 3,1-10,2 |
| 25 – (УЗИ) Равномерное расширение ГПП без выраженного уплотнения стенок | Нет |
| 26 – Гиперэхогенная структура железы | Да |
| 28 – Образования в структуре поджелудочной железы | Да |
| 49 – Среднее по градиенту (нативная) | 9-16 |

Гипотеза 2

| | |
|---|---|
| 4 – Длительность заболевания | 0,45-4 |
| 14 – Глюкоза | 5,13-6,27 |
| 23 – Выявление объёмного образования (чаще солидного), гипо и изоэхогенное | Да |
| 25 – (УЗИ) Равномерное расширение ГПП без выраженного уплотнения стенок | Нет |
| 26 – Гиперэхогенная структура железы | Да |

*Материал поступил в редакцию 24.07.19.*

**Сведения об авторах**

**ШЕСТЕРНИКОВА Ольга Павловна –** начальник отдела ООО «Прогтек», Москва
e-mail: oshesternikova@gmail.com

**ФИНН Виктор Константинович –** доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, главный научный сотрудник Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН, руководитель Отделения интеллектуальных систем в гуманитарной сфере РГГУ, Москва
e-mail: ira.finn@gmail.com

**ВИНОКУРОВА Людмила Васильевна –** доктор медицинских наук, ведущий научный сотрудник отделения патологии поджелудочной железы и желчных путей Медицинского клинического научного центра им. А.С. Логинова Департамента здравоохранения г. Москвы (МНЦК им. А.С. Логинова ДЗМ)
e-mail: vinokurova52@mail.ru

**ЛЕСЬКО Константин Александрович**, – кандидат медицинских наук, врач-рентгенолог отделения рентгенологии отдела лучевых методов диагностики МНЦК им. А.С. Логинова ДЗМ
e-mail: k_lesko@mail.ru

**ВАРВАНИНА Галина Григорьевна –** доктор медицинских наук, старший научный сотрудник лаборатории лаборатория научно-диагностических исследований МНЦК им. А.С. Логинова ДЗМ
e-mail: varvaninag@mail.ru

**ТЮЛЯЕВА Елена Юрьевна –** врач-терапевт, ординатор-гастроэнтеролог МНЦК им. А.С. Логинова ДЗМ
e-mail: elena_tyulyaeva16@mail.ru