

Сведения об авторах

**Тихонова Сардана Алексеевна**, ведущий инженер Института физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН (ИФТПС СО РАН). 677980 г. Якутск, ул. Октябрьская, 1, тел. +7 (4112) 39-05-50, +7 914 230-68-18 E-mail: sardankobeleva@gmail.com

**Капитонова Тамара Афанасьевна**, ученый секретарь Института физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН (ИФТПС СО РАН). 677980 г. Якутск, ул. Октябрьская, 1, тел. +7 (4112) 39-06-05; +7 964 417 53 57 E-mail: kapitonova@iptpn.ysn.ru

**Стручкова Галина Прокопьевна**, ведущий научный сотрудник Института физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН (ИФТПС СО РАН). 677980 г. Якутск, ул. Октябрьская, 1, тел. +7 (4112) 39-05-05; +7 984 100 46 32 E-mail: g.p.struchkova@iptpn.ysn.ru

**Слепцов Олег Ивкентьевич**, главный научный сотрудник Института физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН (ИФТПС СО РАН). 677980 г. Якутск, ул. Октябрьская, 1, тел. +7 (4112) 39-05-02; +7 914 271 78 54 E-mail: o.i.sleptsov@iptpn.ysn.ru

УДК 614.824(082)

**ПОТЕРЯ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОСТИ – КРИТЕРИЙ ПЕРЕХОДА СИСТЕМЫ  
ИЗ ОДНОГО СОСТОЯНИЯ В ДРУГОЕ**

**Доктор техн. наук Р.С. Ахметханов**

**Институт машиноведения им. А.А.Благонравова РАН**

*Работа посвящена динамическим процессам, происходящим в системах при переходе ее из одного состояния в другое. Переход системы в другое состояние реализуется как переход через потенциальный барьер (гиперболическую точку). Особенностью данного процесса является то, что динамическая система в момент перехода (бифуркации) из мультифрактальной становится моно-фрактальной. При этом в динамике системы преобладают низкочастотные моды.*

**Ключевые слов:** динамическая система, потенциальная поверхность, фаза перехода, мультифрактальный спектр, моно-фрактал, степенные законы.

## LOSS OF MULTIFRACTALITY - CRITERION OF SYSTEM TRANSITION TO ANOTHER CONDITION

Dr. (Tech.) *R.S. Akhmenkhanov*  
IMASH RAS

*The article is devoted to the dynamic processes occurring in the systems during its transition from one state to another. The transition of the system to another state is realized as a transition through a potential barrier (hyperbolic point). A feature of this process is that the dynamic system at the time of transition (bifurcation) from the multi-fractal becomes mono-fractal. In this case, low-frequency modes prevail in the system dynamics.*

**Keywords:** dynamic system, potential surface, transition phase, multifractal spectrum, mono-fractal, power laws.

Для обеспечения безопасности технических систем используются различные методы, которые оперируют диагностическими данными в виде временных рядов или изображений.

Аварии и катастрофы можно трактовать как изменения в поведении динамической системы – переход из одного состояния в другое. Переход системы зависит от различных факторов - реальные технические системы подвержены случайным флуктуациям внешнего и внутреннего характера. Первые связаны с колебаниями во времени различных физических характеристик среды, а вторые вызваны непосредственно случайным характером взаимодействия между различными компонентами системы.

Часто бывает трудно выяснить, с чем непосредственно связаны наблюдаемые колебания параметров системы, тем более что важную роль здесь могут играть различные сочетания благоприятных и неблагоприятных внутренних и внешних факторов. Для оценки этих процессов рассмотрим динамическую систему, состояния которой могут быть охарактеризованы набором величин  $x$ , которые мы обозначим индексом  $j$ , т. е. величин  $x_j$ . Величины  $x_j$  могут изменяться со временем. Все  $x_j$  составляют вектор состояния  $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ . Эволюция вектора  $x(t)$  со временем, т.е. динамика системы, определяется дифференциальными уравнениями вида [1]

$$dx/dt = N(x, a) + F(t), \quad x(0) = x_0,$$

где  $N(x, a)$  - детерминистическая часть, а  $F(t)$  - флуктуирующие силы. Если в отсутствие флуктуирующих сил значение вектора состояния  $x$  в начальный момент времени известно и так называемые управляющие параметры  $a$  заданы, то будущее вектора  $x$  определено однозначно. Для последующего состояния системы важно соотношение детерминированной и случайной составляющих в пространстве и времени (направление случайного возмущения в отношении к текущему состоянию системы).

Для описания динамики системы обычно используется физическая модель в виде шарика на поверхности потенциальной энергии (траекторией движения изображающей точки, описывающей состояние системы в фазовом или конфигурационном пространстве).

Поверхность потенциальной энергии в  $n$ - мерном конфигурационном пространстве может иметь локальные особенности, которые проявляются в наличии характерных точек – эллиптического, гиперболического и параболического типа [1,2]. Эти точки и их распределение в пространстве параметров определяют особенности динамики системы.

Соседние локальные минимумы потенциальной поверхности отделены друг от друга гиперболическими точками, которые играют роль некоторого барьера при изменении со-

стояния системы. Изменение параметров системы  $a$  также ведет к изменению величины потенциальной функции в данной точке – величины потенциального барьера. А его увеличение ведет к снижению вероятности перехода системы в другое состояние, и уменьшение ведет к повышению вероятности изменения состояния системы.

Рассмотрим две области потенциального минимума (точки  $A$  и  $B$ ), отделенные точкой максимума потенциальной энергии (рис. 1). Вероятность перехода из одной области локального минимума в другую зависит от величины потенциального барьера  $\Delta f$  и величины воздействия на систему  $F(t)$ . Переход системы в область точки минимума  $B$  приводит к новому состоянию системы.

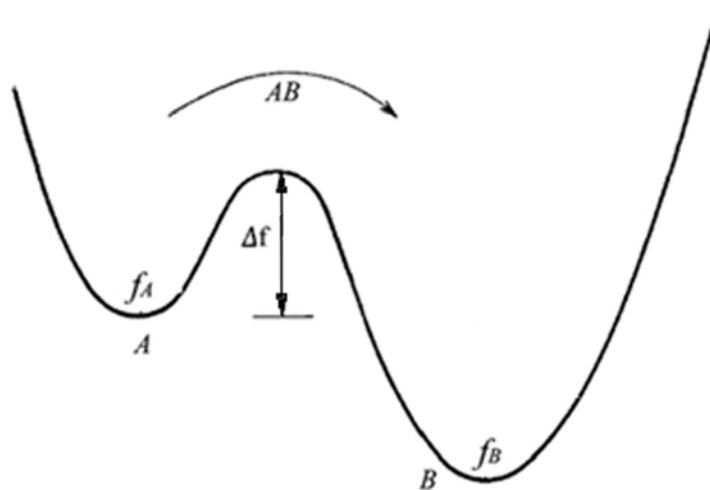


Рис. 1. Сечение потенциальной поверхности

Таким образом, вероятность аварии или катастрофы зависит от начального состояния системы и вероятности перехода на другой аттрактор [1]

$$P(t) = P(AB|A).$$

Сказанное выше свидетельствует о том, что возможность перехода на новый аттрактор определяется характеристиками системы  $S$  и классом допустимых возмущений. В качестве простейшей иллюстрации этого факта отметим, что если минимальное возмущение  $|F(t)| < \Delta f$  при всех  $t$ , то система  $S$  будет «поглощать» все возможные возмущения, т.е.  $S$  будет обладать устойчивостью по отношению к возмущениям такого класса. В противном случае та же система  $S$  не будет полностью незащищенной. Такой подход к описанию изменений в динамических системах приведен в работах [1,2,3].

Теперь рассмотрим, что происходит с частотным спектром системы при переходе системы из одного состояния в другое. В области устойчивости достаточно слабый шум не оказывает заметного влияния на поведение системы. Когда же состояние системы приближается к точке перехода системы из одного состояния в другое, влияние шума усиливается, нарастают его низкочастотные составляющие, так называемые «мягкие моды». Этот эффект был продемонстрирован в опытах [4] с простой электрической схемой, рабочим элементом которой служит полупроводниковый прибор — диностор. На рис. 2 даны примеры спектров. Вдали от бифуркации получается обычный белый шум, вблизи — растут все моды, но мягкие — в большей степени. Формируется максимум, точнее, резонанс на нулевой частоте.

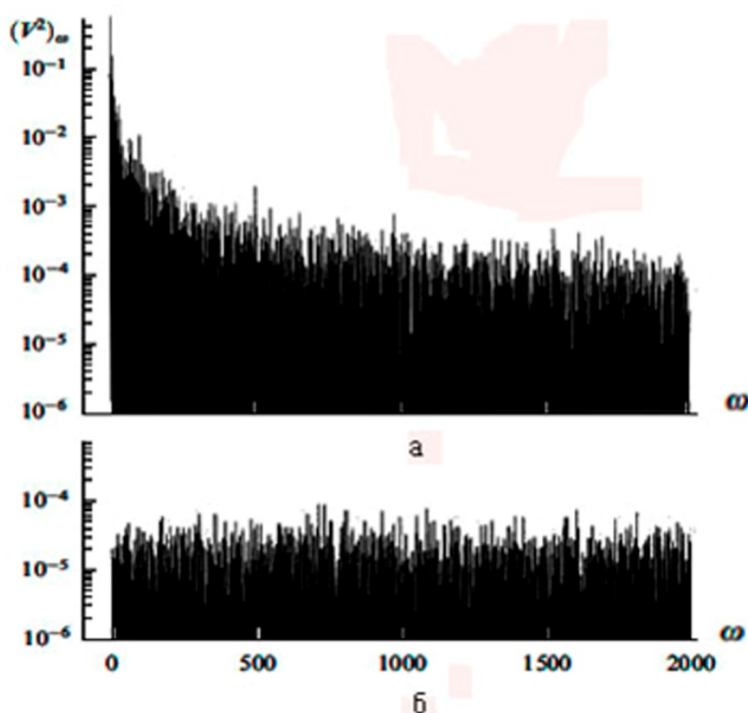


Рис. 2. Спектральные характеристики системы вблизи бифуркации (а) и вдали от бифуркации (б)

Приближение к точке бифуркации такого режима вызывает рост восприимчивости системы, причём основной вклад дают мягкие моды. Слабый шум, присущий всякой реальной системе, усиливается. Малые низкочастотные возмущения становятся основными модами (параметрами порядка), а высокочастотные становятся соподчиненными им [5]. Нарастание мягких мод около бифуркации стационарного режима является универсальным. Таким образом, можно судить о приближении бифуркации (катастрофы) заранее по нарастанию мягких мод в спектре её шумов.

Полученная частотная характеристика вблизи от бифуркации (рис. 2а) может быть описана в виде зависимости  $S=f^\beta$ , которая описывает степенные самоподобные законы.

Особую приверженность к простым однородным степенным законам вида  $-f^\beta$  проявляют спектры мощности (квадраты амплитуд преобразования Фурье), часто называемые шумами. Среди шумов широкой известностью пользуется белый шум со спектральным показателем ( $\beta = 0$ ). В зависимости от величины показателя  $\beta$  различают шумы: белый, розовый ( $f^1$ ), коричневый ( $f^2$ ) и черный ( $f^3$ ) [6].

Черные спектры описывают развитие во времени многих естественных и противоестественных катастроф, таких как разливы рек, засухи, рынки с тенденцией к понижению курсов и различные аварийные ситуации — например, перебои в подаче электроэнергии.

Все вышеперечисленные явления имеют одну важную общую черту: в некотором достаточно широком диапазоне частот их спектры мощности представляют собой однородные степенные функции вида  $f^\beta$ , где  $\beta$  находится в интервале от 0 до 4. Такой вид степенной зависимости спектральной характеристики является моно-фрактальным — термин, используемый в теории фракталов.

Теория фракталов в настоящее время широко используется для описания свойств самоподобия и сложных масштабных свойств (скейлинга), наблюдаемых в самых разных физических ситуациях [7, 8].

Исследования различных процессов показали, что не все эти процессы можно охарактеризовать одним значением фрактальной размерности. Для количественного описания фракталов достаточно одной величины — размерности Хаусдорфа или показателя скейлинга, описывающего сохраняемость геометрии или статистических характеристик при изменении масштаба [8]. Однако в физике, химии, биологии и других науках встречается много явлений, которые требуют распространения понятия фрактала на сложные структуры с более чем одним показателем скейлинга. Такие структуры часто характеризуются целым спектром показателей, и размерность Хаусдорфа является лишь одним из них. Сложные фракталы, называемые мультифракталами, и они важны, прежде всего, потому что, как правило, встречаются в природе, тогда как простые самоподобные объекты представляют собой идеализацию реальных явлений.

Мультифракталы – это неоднородные фрактальные объекты, для полного описания которых, в отличие от обычных фракталов, недостаточно введения всего лишь одной величины, его фрактальной размерности  $D$ , а необходим целый спектр таких размерностей, число которых, вообще говоря, бесконечно.

Применение мультифрактального формализма для исследования различных природных процессов показал наибольшую информативность следующих показателей, получаемых при мультифрактальной параметризации:

- 1)  $D_0$  - размерность Хаусдорфа – Безиковича, характеризующая однородный фрактал. Значение  $D_0$  определяют по максимальному значению  $f(\alpha)$ , что соответствует  $Dq$  при  $q=0$ ;
- 2)  $D_1$  - информационная размерность, характеризующая скорость роста количества информации соответствует  $Dq$  при  $q=1$ ;
- 3)  $D_2$  - корреляционная размерность, характеризующая вероятность найти в одной и той же ячейке покрытия две точки множества. Она определяется значением  $Dq$  при  $q=2$ ;
- 4)  $D_{+q}$  и  $D_{-q}$  - экстремальные значения фрактальной размерности, отвечающие степени разреженности мультифрактального множества. Параметр  $q$  – величина, способствующая повышению вклада ячеек с относительно большими значениями меры  $\mu_1$  при положительных значениях  $q$  и с относительно низкими значениями меры  $\mu_1$  при отрицательных значениях  $q$ .

На основе полученных величин фрактальных размерностей при различных значениях  $q$  можно рассчитать параметры, количественно характеризующие структуру:

- 1) степень однородности  $f_q$ . Чем больше значение  $f_q$ , тем более однородна структура для канонических спектров, для псевдо спектров зависимость противоположная.
- 2) мультифрактальный параметр скрытой периодичности структуры (упорядоченности) множества  $\Delta q = D_1 - D_q$ . Чем больше его значение (по модулю), тем более упорядочена структура.

Если в качестве количественной характеристики сложной геометрии фракталов используется размерность  $D_0$ , то математическое описание фрактальных мер осуществляется в терминах спектра сингулярностей  $f(\alpha)$ .

Смысл этой функции состоит в следующем. Предположим, что задано распределение меры  $x$  на некотором множестве, например распределение заряда или массы. Если это множество покрывать шарами диаметром  $\varepsilon$ , то мера шара с центром в точке  $x_i$  зависит от  $\varepsilon$  по степенному закону вида [8]

$$\mu_{x_i}(\varepsilon) \propto \varepsilon^{\alpha(x_i)}, \quad (1)$$

где  $\alpha(x_i)$  называется экспонентой сингулярности. Зависимость (1) удобнее переписать в виде

$$\alpha(x_i) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \mu_{x_i}(\varepsilon)}{\ln(\varepsilon)}.$$

Чем меньше  $\alpha(x_i)$ , тем более сингулярным является распределение меры в этой точке. При равномерном распределении  $\alpha(x_i) = 1$ . Предел  $\alpha(x_i) = 0$  соответствует распределению меры, подобному функции Дирака. Спектр сингулярностей  $f(\alpha)$  характеризует зависимость от  $\varepsilon$  числа элементов покрытия  $N_\varepsilon$ , соответствующих точкам с экспонентой сингулярности, равной некоторому значению  $\alpha$ :

$$N_\varepsilon(\alpha) \propto \varepsilon^{-f(\alpha)}.$$

По смыслу величина  $f$  соответствует размерности Хаусдорфа. В случае равномерного распределения меры на множестве  $\alpha = \text{const}$  и спектр сингулярностей представляет собой единственную точку на плоскости  $(\alpha, f)$ . При неравномерном распределении меры функция  $f(\alpha)$  имеет более сложный (колоколообразный) вид. На рис. 3 [9] приведено графическое представление мультифрактального спектра.

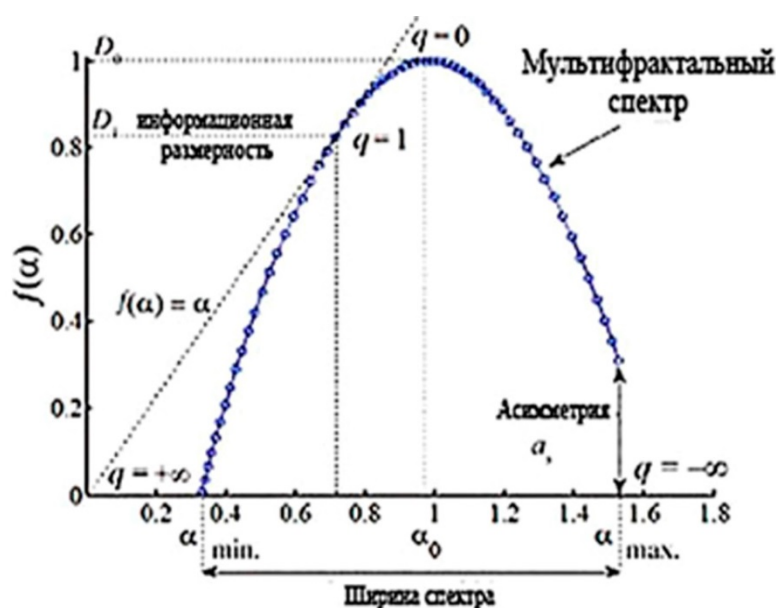


Рис. 3. Представление мультифрактального спектра

Наличие неравномерного распределения меры на множестве является свойством мультифрактальных объектов: чем более неоднородной является мера, тем шире спектр сингулярностей. При стягивании мультифрактального спектра к точке  $D_0$  – процесс становится моно-фрактальным (ширина спектра уменьшается).

Рассмотрим работы, где обнаружен эффект потери мультифрактальности при изменении состояния динамической системы.

В работе [10] показано, что фазовая синхронизация хаоса может быть рассмотрена как эффект потери мультифрактальности в структуре последовательностей времен возврата в секущую плоскость. Также в этой работе было показано, что стрессорное воздействие на организм может приводить к потере мультифрактальности в динамике сердечно-сосудистой системы. Подобные результаты потери мультифрактальности получены также и в следующих работах [11,12]. Они охватывают различные отрасли знаний – медицину, биологию, геодинамику, нелинейную динамику.

В следующей работе [13] приведены исследования по различным режимам движения системы Росслера – синхронный и несинхронный. В работе показано, что фазовая синхронизация хаотических колебаний в данной модели сопровождается потерей мультифрактальности в динамике времен возврата.

Режим несинхронного хаоса демонстрирует сложную мультифрактальную структуру и описывается широким спектром гёльдеровских экспонент. Последнее означает, что в рассмотренном примере синхронизация хаоса может интерпретироваться как эффект потери мультифрактальности в хаотической динамике.

В работах [14, 15] также приведены примеры потери мультифрактальности при поражении раком органов человека. А в докладе [16] приводится краткий обзор результатов в анализе медицинских, биологических, финансовых, радиофизических данных, в которых уменьшение ширины мультифрактального спектра (потеря мультифрактальности) является предвестником резкого изменения свойств изучаемой системы (той или иной "катастрофы"). Делается вывод, что данный параметр можно рассматривать как общую фундаментальную меру хаоса, а уменьшение - как уменьшение хаоса и увеличение синхронизации. Также в работе приводится пример - объяснение эффекта уменьшения данного параметра для случайных флуктуаций геофизических процессов перед сильным землетрясением вследствие консолидации иерархической блоковой структуры земной коры и образования крупномасштабных структур, способных накопить большое количество энергии.

В работе [17] исследовались изображения микрошлифов при нагрузочных испытаниях, и было обнаружено, что с увеличением числа циклов нагружений  $N$  фрактальные оценки (моно-фрактальные) увеличиваются, зерна разрушаются (число зерен увеличивается, средняя площадь и периметр уменьшаются).

Рассмотрим результаты этого эксперимента в мультифрактальной постановке. На рис. 5 и 6 приведены результаты мультифрактального анализа изображений микрошлифов при  $N=0$  и  $N=95000$  циклов нагружения. Остовы изображения микрошлифов показывают на наличии большого количества микротрещин при числе циклов нагружений  $N=95000$ .

Проведенный анализ изображений микрошлифов показал, что мультифрактальный характер изображений меняется на моно-фрактальный после 61000 циклов нагружений. Также при увеличении числа нагружений  $N$  растет фрактальная оценка  $D_0$  – от 1,6712 до 1,7485. По данным других экспериментов было получено, что ширина мультифрактального спектра уменьшалась к моменту разрушения образца.

Мультифрактальные спектры были вычислены с использованием программы ImageJ.

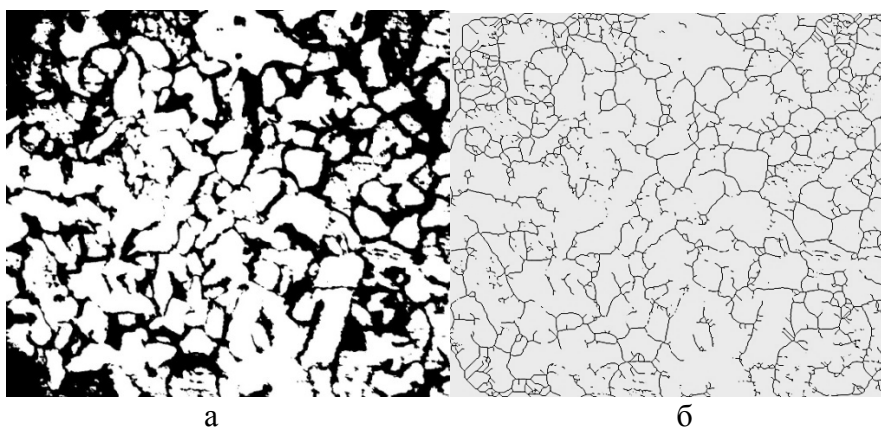


Рис. 4. Изображение микрошлифа с выделением структуры материала (фаз) (а) и остов изображения (б) при числе нагружений  $N=0$



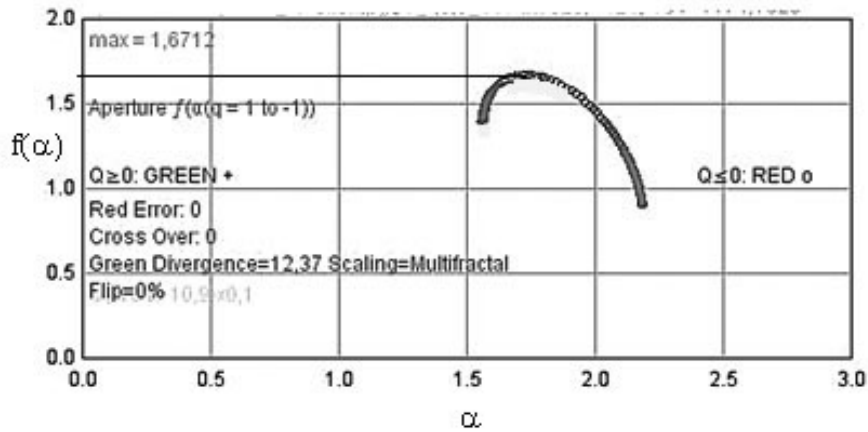


Рис. 5. Мультифрактальный спектр изображения микрошлифа при числе нагружений  $N=0$

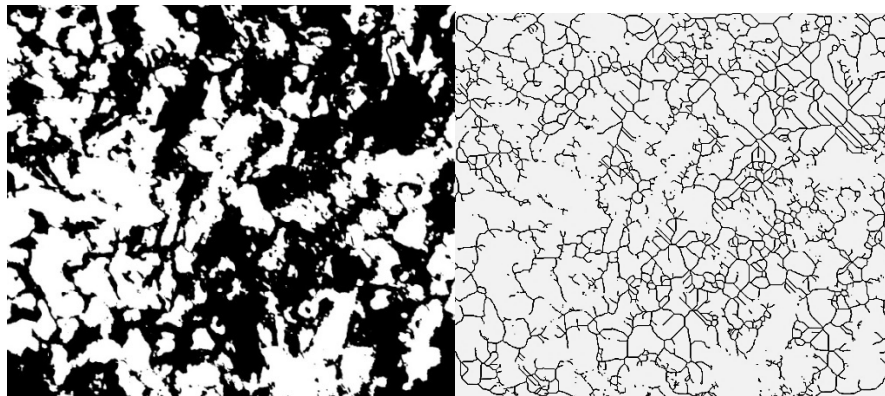


Рис. 6. Изображение микрошлифа с выделением структуры материала (фаз) (а) и остов изображения (б) при числе нагружений  $N=95000$

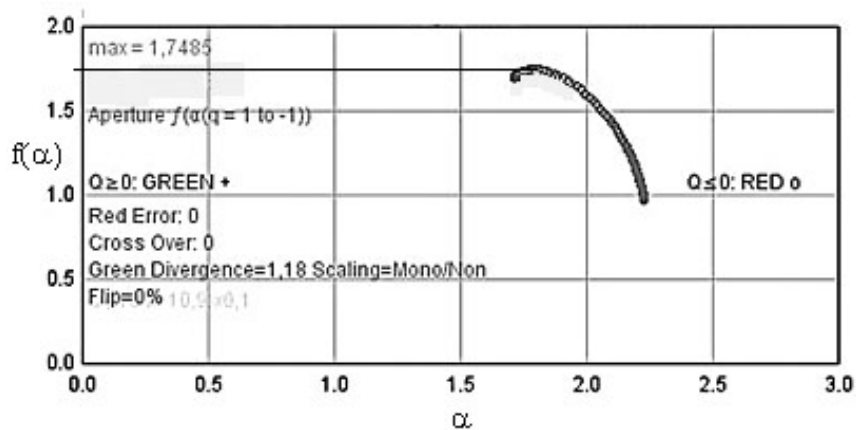


Рис. 7. Мультифрактальный спектр изображения микрошлифа при числе нагружений  $N=95000$



Приведенные примеры показывают, что при переходе системы в другое состояние ее динамика приобретает черты моно-фрактального процесса. Поэтому критерий потери мультифрактальности может служить показателем изменения состояния системы, а в этом состоянии системы повышается вероятность реализации какой либо аварийной или катастрофической ситуации.

Данный критерий является необходимым, но недостаточным. Зона бифуркации является зоной неустойчивого равновесия в области стохастичности, образуемой сепаратрисами, которые разделяют инвариантные кривые (аттракторы) различной топологии [2]. Особенности динамики системы в этих областях и определяют возможность хаотических переходов с одного аттрактора на другой.

В системах с необратимыми процессами критерий является достаточным и необходимым (пример с микрошлифами), а в системах с обратимыми процессами данный критерий является лишь необходимым, но не достаточным.

### Литература

1. Ахметханов Р.С., Дворецкая Т.Н., Куксова В.И., Юдина О.Н. Динамические риски и безопасность технических систем// Проблемы машиностроения и надежности машин. № 5. 2008. С. 127-136
2. Махутов Н.А., Петров В.П., Ахметханов Р.С., Дубинин Е.Ф., Дворецкая Т.Н. Обобщенные динамические модели возникновения и развития аварий и катастроф// Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций. № 4. 2010. С. 57-77.
3. Scheffer M., Carpenter S., Foley J.A., Folkes C., Walker B. Catastrophic shifts in ecosystems/ NATURE, vol. 413. - 2001. P. 591-596
4. Руманов Э.Н. Критические явления вдали от равновесия// Успехи физических наук. №1 (183). - 2013. С.103-112
5. Г. Хакен. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. М.: КомКнига. - 2005. 248 с.
6. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая.- Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». - 2001. 528 с.
7. Ахметханов Р.С. Применение теории фракталов и вейвлет-анализа для выявления особенностей временных рядов при диагностике систем. Вестник научно-технического развития. № 1. 2009. С. 26-31.
8. Павлов А.Н., Анищенко В.С. Мультифрактальный анализ сложных сигналов. Успехи физических наук. №8 (177), 2007. С. 859-876
9. [http://www.frontiersin.org/Fractal\\_Physiology/10.3389/fphys.2012.00141/abstract](http://www.frontiersin.org/Fractal_Physiology/10.3389/fphys.2012.00141/abstract) (дата обращения 20.04.2019)
10. Зиганшин А.Р. Мультифрактальный анализ динамики нелинейных систем 01 04 03 – радиофизика Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Саратов. - 2005. 15 с.
11. Stanley H.E., Amaral L.A.N., Goldberger A.L., Havlin S., Ivanov P.Ch., Peng C.K.. Statistical physics and physiology: Mono-fractal and multifractal approaches. Physica A 270 (1999).P. 309–324
12. Rangarajan G., Ding M. Processes with Long-Range correlations. Theory and Applications. Springer. - 2003. P. 339–372
13. Silval P, Antonio Carlos da Silva A., Cesar Crescencio J., Papa V., Gallo Junior L. The Loss of Multifractality as Evidence of Impaired Left Ventricular Ejection Fraction in Patients after Acute Myocardial Infarction Fatima // Computing in Cardiology, №41, 2014. P. 413-416
14. Герасимова Е.И., Аудит Б., Ру С.Г., Халил А., Аргул Ф., Наймарк О.Б., Гилева О.С., Арнеодо А. Междисциплинарный подход к оценке и дифференциации здоровых и пораженных раком тканей молочной железы на основе мультифрактального анализа динамики поверхностной температуры кожи// Российский журнал биомеханики. № 1 (18), 2014. С. 90–104

15. Dokukin M.E., Guz N.V., Gaikwad R.M., Woodworth C.D., Sokolov I. Cell Surface as a Fractal: Normal and Cancerous Cervical Cells Demonstrate Different Fractal Behavior of Surface Adhesion Maps at the Nanoscale // *Phys. Rev. Lett.* №107, 2011. 28-101p.

16. [http://www.ifz.ru/uploads/media/20120209\\_lubushin.pdf](http://www.ifz.ru/uploads/media/20120209_lubushin.pdf) (дата обращения 20.04.2019)

17. Ахметханов Р.С. Применение вейвлет-анализа и теории фракталов в исследовании изображений микрошлифов // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов.* № 3 (81), 2015. С. 31-37.

### Сведения об авторе

*Ахметханов Расим Султанович* – заведующий лабораторией ИМАШ РАН, тел. 8(495)623-57-55, e-mail: mibsts@mail.ru

УДК 621.039

## ПРОТИВОАВАРИЙНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ И РЕАГИРОВАНИЕ – ПЯТЫЙ УРОВЕНЬ ГЛУБОКОЭШЕЛОНИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ЗАЩИТЫ АЭС И РОЛЬ ВЕРОЯТНОСТНОГО АНАЛИЗА БЕЗОПАСНОСТИ ТРЕТЬЕГО УРОВНЯ (ВАБ-3)

Кандидат физ.-мат. наук *В.А. Пантелеев*, доктор техн. наук *М.Д. Сегаль*,  
кандидат психол. наук *А.В. Симонов*

Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН

*Рассмотрены вопросы важности разработки эффективных планов аварийного реагирования, как пятого уровня глубокоэшелонированной защиты АЭС. Показаны возможности использования вероятностного анализа безопасности третьего уровня объектов использования атомной энергии при аварийном планировании и реагировании.*

**Ключевые слова:** чрезвычайная ситуация, радиационная авария, радиационный риск, информирование о риске, ВАБ-3, вероятностный анализ безопасности.

## EMERGENCY PLANNING AND RESPONSE - THE FIFTH LEVEL THE DEFENSE IN DEPTH OF NPP AND THE ROLE OF THE PROBABILISTIC SAFETY ANALYSIS OF THE THIRD LEVEL (PSA Level 3)

Ph.D. (Phys.-Mat.) *V.A. Panteleev*, Dr. (Tech.) *M.D. Segal*,  
Ph.D. (Psychol.) *A.V. Simonov*

Nuclear Safety Institute of the Russian Academy of Sciences