

ПОСТРОЕНИЕ РЕШАЮЩИХ ПРОЦЕДУР В ГИДРОФИЗИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

Канд. физ-мат наук, доцент В.В.Климов

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
Москва

Рассматривается задача по обнаружению с борта судна пятен турбулентности верхнего слоя океана, образованными движением подводного аппарата. Ситуация описывается в виде выбора между гипотезами, простой и сложной. Задача сводится к решению антагонистической игры. Дается решение игры в общем случае.

Ключевые слова: океан, морская среда, турбулентность, морской транспорт, гидрофизический эксперимент.

CONSTRUCTION OF SOLVING PROCEDURES IN THE HYDROPHYSICAL EXPERIMENT

V.V. Klimov

The problem of detecting spots of turbulence of the upper layer of the ocean formed by the motion of an underwater vehicle from the side of the ship is considered. The situation is described as a choice between hypotheses, simple and complex. The task is reduced to solving the antagonistic game. The decision of the game is given in the general case.

Key words: ocean, sea environment, turbulence, sea transport, hydrophysical experiment

Разработка методов надежного и своевременного обнаружения аномалий на земной поверхности является актуальной задачей рационального природопользования, требующего гибкого сочетания математических и физических средств. В частности, необходимость развития новых подходов особенно проявляется в задачах обнаружения аномалий, находящихся на поверхности океана или в верхнем его слое. Специфика этих задач определяется неоднородностью и нестационарностью среды, эффективное обнаружение в которой возможно, как правило, по косвенным признакам, или следам, оставляемым аномалиями на морской поверхности. Построение математической модели возможно лишь для достаточно изученных природных объектов и предполагает определенную их очерченность, связанную с явлениями глобального масштаба (течения, вихри, впадины и т. п.). Таким образом, сбор фактического материала о морской среде и анализ его на основе специализированных методов имеет первостепенное значение.

Рассмотрению подобных вопросов посвящена работа [3], в которой (по результатам рейса НИС “Дмитрий Менделеев” в Центральные районы Тихого океана) исследовано распределение оптических “пятен” поверхностного слоя. Полученные в ней статистические характеристики “пятнистости” океана позволяют регистрировать аномалии, представляющие собой про-

странственные неоднородности (пятна планктона, стыки течений, загрязненные участки поверхности и т. д.). Однако, особый интерес представляет задача обнаружения временных неоднородностей, или подвижных аномалий локального характера. Поскольку многие подвижные образования в океане имеют сигналоподобные следы, являясь по существу шумами, формирование обучающей выборки решающего правила в условиях открытого океана представляет самостоятельную задачу. Решение ее требует проведение эксперимента, точность и "чистота" которого, и определит в конечном счете эффективность построенной процедуры обнаружения.

Такой эксперимент был проведен на Черном море у берегов Крыма и состоялся в регистрации температуры воды, пульсации скорости, пульсации электропроводности и средней электропроводности на глубине 18 – 25 метров, которую осуществляли датчики, установленные на гидроплане, который буксировался научно-исследовательским судном.

Гидроплан был подвешен на тросах двух лебёдок в носовой части судна и снабжён двумя стабилизаторами: вертикальным и горизонтальным. Чистота эксперимента обеспечивалась тщательной охраной акватории в течение суток до начала эксперимента и во время его проведения. Скорость движения судна и аномалии (цели) составляла 6 и 9 узлов соответственно. Скорость течения составляла 0.4 м/сек, а направление – 230 градусов.

Схема такого эксперимента приведена на рис. 1. На нем траектория движения судна изображена зигзагообразной линией, а траектория аномалии (цели) – прямой линией. Цифрами на рис. 1 обозначено время прохождения судном контрольных точек, а также время пересечения аномалией траектории судна. Пусть V_C - обозначает скорость судна, $V_{Ц}$ - скорость аномалии (цели), V_T скорость течения.

Назовем участок траектории судна сигналом в широком смысле слова, если он является элементом возбуждения среды на соответствующем горизонте. Под сигналом в узком смысле будем понимать окрестность центра возбуждения, т. е. пересечения осевой линии следа и траектории судна. Необходимость различения двух понятий сигнала вызвана развитием следа в горизонтальном направлении. Если бы не было течения, то центрами возбуждения являлись бы точки А, В, С. Оценим теперь влияние течения. В точку А судно попадает на $\Delta t_A = 8$ мин. 35 сек. (рис. 1) позже цели. За это время цель окажется в точке Р, а точка А переместится по течению в точку А". На траектории судна в этот момент центром возбуждения будет точка А' (рис. 2).

Имеем,

$$AP = (\sqrt{V_{Ц}^2 - V_T^2 \sin^2 \phi} - V_T \cos \phi) \Delta t_A,$$

$$AA'' = V_T \Delta t_A, \quad AA' = -AA'' \sin(\phi + \gamma + \psi_A) / \sin \gamma.$$

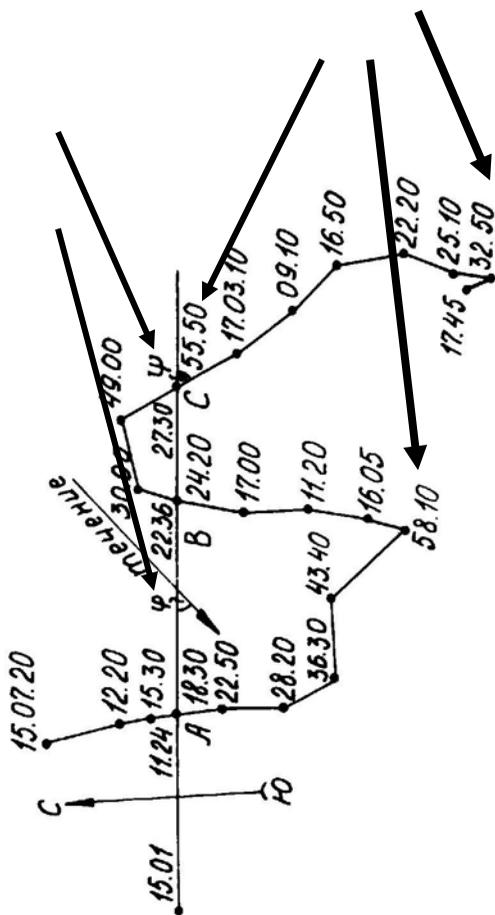


Рис. 1. Схема проведения эксперимента.

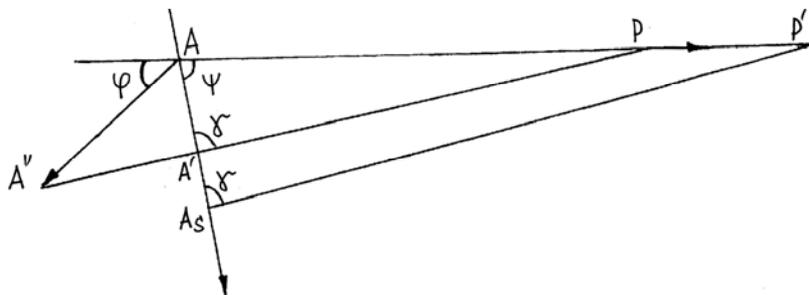


Рис. 2. Учёт влияния течения при привязке данных измерений к реальным координатам.

Так как центр возбуждения перемещается вдоль траектории судна со скоростью, равной $(\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2 \phi} - V_T \cos \phi) \sin (\gamma + \psi_A) / \sin \gamma$, регистрация судном центра возбуждения AS произойдет через Δt_i секунд, где:

$$\Delta t_i = AA' / (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2 (\phi + \psi_A)} - V_T \cos (\phi + \psi_A)) - (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2 \phi} - V_T \cos \phi) \sin (\gamma + \psi_A) / \sin \gamma,$$

$$AA_S = \Delta t_i (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2 (\phi + \psi_A)} - V_T \cos (\phi + \psi_A)) = 130 \text{ м.}$$

Угол γ , как это видно из рис.2, определяется соотношением:

$$\sin (\gamma + \psi_A) = V_T \sin (\phi + \gamma + \psi_A) / (V_T \cos \phi - \sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2 \phi}).$$

В точку B судно попадет на $\Delta t_B = 1$ час 11 минут 07 секунд позже цели (рис.1). В этот момент цель окажется в точке P , где

$$BP = (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2 \phi} - V_T \cos \phi) \Delta t_B.$$

Таким образом, сигнал второго галса определится соотношениями:

$$\sin (\gamma + \psi_B) = V_T \sin (\phi + \gamma + \psi_B) / (V_T \cos \phi - \sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2 \phi}),$$

$$\Delta t_{B_S} = BB' / (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2(\phi + \psi_B)} + V_T \cos(\phi + \psi_B) + (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2 \phi - V_T \cos \phi} \sin(\gamma + \psi_B) / \sin \gamma),$$

$$BB_S = \Delta t_{B_S} (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2(\phi + \psi_B)} + V_T \cos(\phi + \psi_B)) = 942 \text{ м.}$$

И, наконец, координаты сигнала третьего галса определяются соотношениями:

$$\sin(\gamma + \psi_C) = V_T \sin(\phi + \gamma + \psi_C) / (V_T \cos \phi - \sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2 \phi}),$$

$$\Delta t_{C_S} = CC' / (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2(\phi + \psi_C)} - V_T \cos(\phi + \psi_C) - (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2 \phi - V_T \cos \phi} \sin(\gamma + \psi_C) / \sin \gamma),$$

$$CC_S = \Delta t_{C_S} (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2(\phi + \psi_C)} - V_T \cos(\phi + \psi_C)) = 2330 \text{ м.}$$

Отметим одну особенность полученных соотношений. В формулы координат входит параметр V_C , в то время как при $V_T = 0$ координаты сигналов не зависят от V_C . Другими словами, введение в модель одного параметра (V_T) влечет за собой появление другого, а именно V_C . Таким образом, для получения адекватной модели необходим полный учет условий проведения эксперимента.

Обозначим сигнальные элементы полученной обучающей выборки через $\{S_{11}, S_{21}, S_{22}, S_{23}, S_{31}, S_{32}, S_{33}\}$ и шумовой – через N_3 . Первый индекс означает здесь номер галса, второй – порядковый номер элемента в галсе по ходу судна. В результате компьютерной обработки данных эксперимента были получены следующие статистические характеристики: $M\xi$ (среднее), $D\xi$ (дисперсия), $Me\xi$ (медиана), $Z\xi$ (коэффициент асимметрии Пирсона). Анализ характеристик показал, что $M\xi = 0$ для всех элементов, шумовых или сигнальных, $Z\xi \leq 0$, причем $Z(S_{11}) = 0$ и $Z(S_{32}) = 0$. Кроме того, $D(S_{21}) \leq D(S_{22}) \leq D(S_{23})$ и $D(S_{21}) \leq D(S_{32}) \geq D(S_{33})$. Поскольку след в условиях эксперимента находится в стадии развития, параметр D можно использовать в качестве меры развития следа, а параметр Z – в качестве оценки координат зоны максимального развития следа или центра возбуждения среды. Тогда центрами возбуждения среды в нашем случае будут элементы S_{11} и S_{32} . Центр возбуждения среды на втором галсе, как это видно из неравенств, не попал в рассмотрение. Таким образом, обнаружение сигнала в широком

смысле возможно, например, с помощью решающего правила: {если $D \xi \geq A$ или $Me \xi \leq B$, то сигнал есть}, где значения порогов A и B можно изменять в известных пределах. Обнаружение сигнала в узком смысле среди элементов возбуждения возможно с помощью правила: {если $|Z| \leq \epsilon$

или $\left| \frac{\partial D}{\partial j} \leq \delta \right|$, то сигнал есть}, где ϵ и δ достаточно малы.

Перейдем к построению оптимальных процедур обнаружения. Далее под сигналом будем понимать элемент возбуждения (сигнал в широком смысле). Для каждого элемента обучающей выборки на интервале $[M - 3\sigma, M + 3\sigma]$ построим плотности распределения (рис.3), нормируя гистограммы на соответствующие интервалы дискретизации.

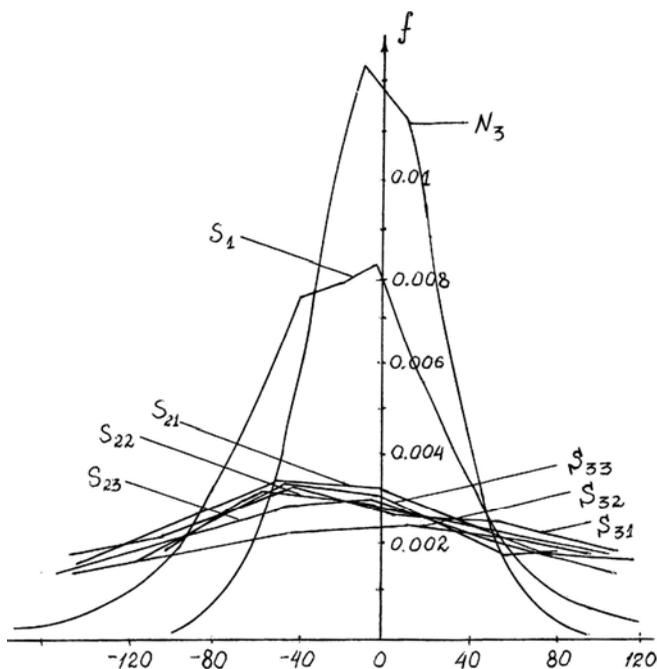


Рис. 3. Плотности распределения амплитуд шумового и сигнальных участков траектории судна

Пусть f_1 означает плотность случайной величины ξ_{N_3} , f_2 - плотность ξ_{S_1} , f_3 - плотность $\xi_{S_{21}}$ и т. д. Пусть гипотеза H_0 состоит в том, что реализация случайной величины ξ соответствует сигнальному элемен-

ту, гипотеза H_1 соответствует шуму. Поскольку сигнальному элементу соответствует семейство функций (f_2, f_3, \dots, f_S) , то гипотеза H_0 сложная. В виду того, что $D(S_1) \leq D(S_{ij})$ (при $I = 2, 3$ и $j = 1, 2, 3$), будем считать функцию f_2 наименее благоприятной для обнаружения и связывать H_0 пока только с f_2 . При сделанных предположениях, отношение правдоподобия запишется в виде:

$$\lambda_N(x_1, x_2, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N f_1(x_i) / \prod_{i=1}^N f_2(x_i), \quad (1)$$

где N означает количество испытаний случайной величины ξ . Критическая область $S_N(x_1, x_2, \dots, x_N)$, в которой отвергается H_0 , определится тогда неравенством [1,2]:

$$\lambda_N(x_1, x_2, \dots, x_N) \geq C = \text{const}, \quad (2)$$

где константа C выбирается таким образом, чтобы вероятность ошибки первого рода α , при заданной вероятности ошибки второго рода β , была минимальной.

$$\begin{aligned} \alpha &= \int_{S_N} f_2(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 \dots dx_N, \\ 1 - \beta &= \int_{S_N} f_1(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 \dots dx_N. \end{aligned} \quad (3)$$

Пусть теперь $\nu = \ln(f_1(\xi) / f_2(\xi))$, и пусть существует дисперсия

$$D_{a\nu} = \int_{-\infty}^{\infty} [\ln(f_1(x) / f_2(x))]^2 f_a(x) dx - (M_{a\nu})^2, \quad (4)$$

где

$$M_{a\nu} = \int_{-\infty}^{\infty} \ln(f_1(x) / f_2(x)) f_a(x) dx, \quad (5)$$

Причем: при $a = 0$, в качестве $f_a(x)$ берется $f_1(x)$, а при $a = 1$ берется $f_2(x)$,

$$N \approx (u_\alpha \sqrt{D_0\nu} + u_\beta \sqrt{D_1\nu})^2 / (M_1\nu - M_0\nu)^2, \quad (6)$$

$$2 \ln C / N \approx M_0\nu + M_1\nu + (u_\beta \sqrt{D_1\nu} - u_\alpha \sqrt{D_0\nu}) / \sqrt{N}, \quad (7)$$

Где u_p означает квантиль порядка p нормального распределения. Используя формулы (4–7), получим в нашем случае

$$M_0 = -0.34, \quad M_1 = 0.196, \quad D_0 = 1.428, \quad D_1 = 0.29.$$

Задав вероятности ошибок $\alpha = 0.05$ и $\beta = 0.5$, получим $N = 4$, а $C = 0.55$. Таким образом гипотеза H_0 отвергается в пользу H_1 , если

$$\prod_{i=1}^4 f_1(x_i) \geq 0.55 \prod_{i=1}^4 f_2(x_i). \quad (8)$$

Пусть M_0N и M_1N среднее число испытаний в последовательной процедуре для вынесения окончательного решения, когда истинной гипотезой являются H_0 и H_1 соответственно, тогда справедливо [2,3]

$$M_0N \approx [(1-\alpha)\ln(\beta/(1-\alpha)) + \alpha\ln(1-\beta)/\alpha] / M_0\nu,$$

$$M_1N \approx [\beta\ln(\beta/(1-\alpha)) + (1-\beta)\ln(1-\beta)/\alpha] / M_1\nu.$$

В нашем случае, при $\alpha = 0.05$ и $\beta = 0.5$ получим $M_0N \approx 2$, $M_1N \approx 4$; при $\alpha = 0.05$ и $\beta = 0.1$ получим $M_0N \approx 6$, $M_1N \approx 10$; при $\alpha = 0.05$ и $\beta = 0.05$ получим $M_0N \approx 8$, $M_1N \approx 15$ и; наконец, при $\alpha = 0.05$ и $\beta = 0.01$ получим $M_0N \approx 12$, $M_1N \approx 16$.

При $\beta = 0.05$ и $\alpha \rightarrow 0$ получим $M_1N \rightarrow \infty$, $M_0N \rightarrow \ln \beta / M_0\nu = 9$ в то время как при $\alpha = 0.05$ и $\beta \rightarrow 0$ получим $M_0N \rightarrow \infty$, $M_1N \rightarrow \ln(1/\alpha) = 16$.

Отметим роль функции $f_2(x)$ при выборе сложной гипотезы H_0 . Как видно из рис.3, на отрезке $[-80, 50]$ выполняется неравенство $f_2(x) \geq f_i(x)$, где $i = \overline{3, 8}$, а вне этого отрезка $f_2(x) \geq f_1(x)$ и, значит, гипотеза H_0 предпочтительнее H_1 . Так как $\int_S f_2(x) dx \geq \int_S f_i(x) dx$, где $S \subset [-80, 50]$

и $i = \overline{3,8}$, то все функции $f_i(x)$ при $i = \overline{3,8}$ удовлетворяют тому же уровню значимости, что и функция $f_2(x)$. Таким образом, если $R_N = \{x \in E^N, f_2(x_1) f_2(x_2) \dots f_2(x_N) \geq f_i(x_1) f_i(x_2) \dots f_i(x_N)\}$, где $i = \overline{3,8}$ и $S_T \subset R_N$, то оптимальная критическая область S_N , построенная для функции $f_2(x)$, будет критической областью (не обязательно оптимальной) и для $f_i(x)$ при $i = \overline{3,8}$ и при тех же значениях α и β . Добиться вложения $S_N \subset R_N$ требует больших затрат вычислительного характера, использование функции $\max f_i(x)$ вместо $f_2(x_N)$ затруднительно, т. к. последняя не является плотностью распределения. Приведем теперь метод, позволяющий свести задачу к рандомизированному выбору между простыми гипотезами.

Пусть H_0 - сложная гипотеза, состоящая из K элементов h_1, h_2, \dots, h_k , а гипотеза H_1 - простая. Пусть также заданы объем выборки N и ошибка второго рода β . Пользуясь классической решающей процедурой, найдем для каждой пары гипотез (h_i, H_1) оптимальную критическую область S_i , в которой уровень значимости α_i минимален. Пусть $P_i(x)$ - плотность распределения, соответствующая элементу h_i , а также

$$\alpha_{ij} = \int_{S_j} P_i(x_1)P_i(x_2)\dots P_i(x_N)dx_1dx_2\dots dx_N, \quad (9)$$

тогда, для получения оптимальной критической области, при выборе между гипотезами H_0 и H_1 предлагается взять ту S_{j_0} , на которой достигается

$$\min_{j=1,k} \max_{i=1,k} \alpha_{ij} = \alpha. \quad \wedge$$

Итак, мы получили антагонистическую игру Γ , в которой Природа выбирает одну из функций $P_i(x)$, а решающая система (игрок 2) – критическую область S_j . Седловой точкой в этой игре, вообще

говоря, не существует, т. е. $\max_{i=1,k} \min_{j=1,k} \alpha_{ij} \leq \min_{j=1,k} \max_{i=1,k} \alpha_{ij} = \alpha$. Если \wedge

выбор областей производить с вероятностями P_j^* , соответствующими координатам оптимальной стратегии игрока 2, то уровень значимости можно

\wedge
уменьшить с α до цены v игры Γ . В технических задачах, где реализация смешанной стратегии вызывает известные трудности, уменьшения уровня

\wedge
значимости с α до v_M ($v_M \geq v$) можно добиться применением "физической смеси" стратегий, которую представляют M автоматических решаю-

щих устройств. Каждое из таких устройств определяется своей критической областью. Оптимальное распределение M устройств по K областям минимизирует уровень значимости, для которого справедлива оценка [4-6]:

$$v_M - v \leq \max_{i=1,k} \sum_{j=1}^K (\max_{j=1,k} \alpha_{ij} - \alpha_{ij}) / M \quad (10).$$

Итак, нам удалось уменьшить уровень значимости с α до v_M при заданных β и N , оставаясь в рамках детерминированных процедур. Таким образом, введение рандомизированной процедуры выбора критической области или расширение возможностей решающей системы с помощью параметра M позволяет нам уровень значимости довести до цены игры. Од-

нако, возможны также ситуации, когда $\alpha = v$. В этом отношении интересен следующий пример.

Пусть в нашей задаче $N = 1$; $1 - \beta = 0.1$, а в качестве элементов h_i при $K = 3$ будут гипотезы, соответствующие функциям f_2, f_5, f_7 . Для каждого элемента h_i найдем оптимальные критические области S_j (рис.3). Ими являются интервалы [15,25], [-22,-14], [-24,-16] соответственно для $j = 1, 2, 3$. Вычисляя α_{ij} по формуле (9), получим матрицу:

$$\alpha = \begin{array}{c} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{array} \left\| \begin{array}{ccc} S_1 & S_2 & S_3 \\ 0.050 & 0.063 & 0.061 \\ 0.025 & 0.024 & 0.023 \\ 0.024 & 0.019 & 0.019 \end{array} \right\| \quad (11)$$

Из (11) следует, что $\max_{i=1,3} \min_{j=1,3} \alpha_{ij} = \min_{j=1,3} \max_{i=1,3} \alpha_{ij} = 0.05$. Это значит, что цена игры с матрицей α равна 0.05. Оптимальной стратегией Природы является h_1 , а решающей системы - S_1 . Введение оставшихся функций f_3, f_4, f_6, f_8 , (при данных N и β) оптимальных стратегий не меняет, что видно из рис. 3.

Рассмотрим вопрос о решении обратной задачи. Положение аномалии в любой момент времени однозначно определяется параметрами: $x_A, y_A, \Delta t_A, \psi_A, V_{Ц}$. Пусть параметры $x_A, y_A, \Delta t_A$ известны (задача специального поиска), тогда, измерив значения величин Δt_{A_S} и AA_S , как коор-

динат сигнала в узком смысле, найдем ψ_A и $V_{Ц}$, решая систему из трёх уравнений (12) относительно переменных ψ_A , $V_{Ц}$, γ .

$$\Delta t_{A_S} = (V_T \sin(\phi + \gamma + \psi_A) \Delta t_A) /$$

$$((\sqrt{V_{Ц}^2 - V_T^2 \sin^2 \phi} - V_T \cos \phi) \sin(\gamma + \psi_A) - (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2(\phi + \psi_A)} -$$

$$- V_T \cos(\phi + \psi_A)) \sin \gamma),$$

$$AA_S = \Delta t_{A_S} (\sqrt{V_C^2 - V_T^2 \sin^2(\phi + \psi_A)} - V_T \cos(\phi + \psi_A)), \quad (12)$$

$$\sin(\gamma + \psi_A) = V_T \sin(\phi + \gamma + \psi_A) \Delta t_A / (V_T \cos \phi - \sqrt{V_{Ц}^2 - V_T^2 \sin^2 \phi}).$$

При $\phi = 0, \pi$ курс аномалии известен, а значение $V_{Ц}$ определяется из первого уравнения (12), при этом $\gamma = 0$, $\psi_A = \pi$ или $\gamma = \pi$, $\psi_A = 0$. При $V_T = 0$ система (12) становится тождественной, а курс аномалии определяется координатами сигнала второго галса. Значение $V_{Ц}$ в этом случае остается неопределенным.

Литература

1. Башаринов А.Е., Флейшман Б.С. Методы статистического последовательного анализ и их приложения. М.: Сов. радио, 1962.- 352 с.
2. Вальд А. Последовательный анализ. М., Физматгиз, 1960.- 327 с.
3. Климов В. В., Крапивин В.Ф., Мкртчян Ф.А. Исследование пространственной структуры оптических неоднородностей верхнего слоя океана с борта судна.- Материалы XII Международного симпозиума «Проблемы экоинформатики» - М.РНТОРЭС им. А.С. Попова, 2016.- С.180 – 186.
4. Климов В.В. О практической реализации смешанных стратегий в матричных играх.- Материалы Международного симпозиума «Инженерная экология-2011» - М.РНТОРЭС им. А.С. Попова, 2011. - С. 83 – 90.
5. Климов В.В. О практической реализации смешанных стратегий в бесконечных играх.- Материалы Международного симпозиума «Инженерная экология-2011» - М.РНТОРЭС им. А.С. Попова, 2011. - С. 91 – 94.
6. Климов В.В. Решение S - игры с единственной оптимальной стратегией игрока.- Материалы Международного симпозиума «Инженерная экология-2011» - М.РНТОРЭС им. А.С. Попова, 2011 - С. 95 – 98.