H_α: индекс количественного определения научного лидерства индивидуума*

X. Е. ХИРШ (J. Е. HIRSH)

Отделение физики, Калифорнийский университет, г. Сан-Диего, США

arDeltaицо (субъект) lpha является наиболее влиятельным участником авторского коллектива. Определим lpha-автора статьи как автора с самым высоким h-индексом среди всех соавторов, а α -статью ученого — как статью, написанную под авторством ученого или в соавторстве, для которой он является автором α . Для большинства, но не для всех статей в массиве литературы, имеется только один lpha-автор. Будем определять h_{α} -индекс ученого как число статей в h-ядре ученого (т.е. набор статей, вносящих вклад в h-индекс ученого), где этот ученый является lpha-автором. Также определим h_{lpha} -индекс ученого как число lphaстатей этого ученого, имеющих $\geq h_{\alpha}^{'}$ ссылок. H_{α} и $h_{\alpha}^{'}$ содержат сходную информацию, хотя h_{α} концептуально более привлекателен, его трудно получить из существующих баз данных, поэтому проявляется и меньший практический интерес. Полагаем, что h_{lpha} и/или h_{lpha} - индексы или другие, обсуждаемые в статье варианты, выгодно дополняют h-индекс ученого при определении числа его научных достижений и исправляют присущий h-индексу недостаток, его неспособность различать авторов с разными видами соавторства. Высокий h-индекс вместе с высоким соотношением h_{α}/h представляет основу критерия определения научного лидерства.

введение

Н-индекс получил признание в качестве библиометрического показателя научного достижения индивидуума [1-4]. Отмечаются и анализируются его достоинства. В то же время определены и изучаются многие неточности и недостатки *b*-индекса [5-8], а множество других библиометрических показателей выдвигается в качестве его альтернатив [9-16]. Тем не менее, сегодня не найден никакой другой, независимый библиометрический индекс, который был бы предпочтительнее в использовании, чем *b*-индекс. Альтернативой замены *b*-индекса другим, лучшим индексом служит дополнение

b-индекса иным библиометрическим индексом, который, по крайней мере, рассматривает некоторые его неточности [17-21]. Дополнительно к *b*-индексу, первоначально предложенному как «индекс количественного определения научно-исследовательского результата индивидуума» [22], данная статья стремится определить индекс, количественно оценивающий научное лидерство индивидуума. Следует отметить, что вопрос изучался многими учеными, и предлагаемое решение приводится в более ранней работе [23].

Вероятно, самым большим недостатком *b*-индекса является неспособность распознавать авторов, задействованных в разных видах соавторства. Этот вопрос интенсивно анализировался в литературе [24]. Как можно сравнить ученого, обычно публикующегося с одним или двумя соавторами, с другим ученым, имеющим 10 и более соавторов в каждой статье? Большинство согласится, что для равноценных ученых *b*-индекс окажется

^{*} Περεβολ Hirsh J.E. H_α: An index to quantify an individual's scientific leadership. — https://arxiv.org/pdf/1810.01605.pdf

выше у ученого с большим числом соавторов, но насколько он будет выше? Более важно то, что разные авторы играют разные роли в соавторских работах. Например, рассмотрим двух ученых с одинаковыми *b*-индексами, один из которых, как правило, является лидером в соавторских работах, которые он в большинстве случаев публикует совместно с молодыми учеными, тогда как второй автор обычно является молодым соавтором в его соавторских публикациях. Большинство согласится, что первый автор является более востребованным ученым, но *b*-индексы не будут это отражать.

Оба эти аспекта изучались рядом влиятельных статей в литературе. Занимаясь вопросом числа соавторов, Шрайбер [26-28], Эгге [25] и Галлем [29] предлагают в качестве альтернативы *h*-индекса различные алгоритмы распределения доверия по долям в соавторских работах, что инверсивно соответствует числу соавторов, определенному новыми индексами h_m , дробным h (показателем степени участия соавторов) и gh, соответственно. С этой авторской позиции, один или несколько из этих индексов мог бы превосходить *h*-индекс в роли единственного показателя, если бы его можно было также легко подсчитать, как и *h-индекс*. Тем не менее, опыт автора в получении этих индексов показал, что оно (получение) более трудоемко, чем получение *h*-индекса. Безусловно, данные индексы обладают достоинствами как подходящие дополнения к *h*-индексу, чтобы распознавать авторов, публикующихся в одиночку или в небольших авторских коллективах среди тех, кто публикуется в более крупных коллективах.

Анализ вопроса разных ролей, выполняемых соавторами в авторском коллективе, изучался в работах [24, 30-34]. Эти авторы предлагают разные схемы распределения степени доверия в соавторской работе на основе ролей, осуществляемых разными соавторами. Например, больше доверия получают первые авторы, или больше доверия отдается последним авторам, или ведущие переписку авторы имеют больше доверия, или индивидуальные вклады рассматриваются на основе их описания самими авторами. Работа [34] обобщает эти разные схемы и предлагает «схему комбинированного взвешенного подсчета». С этой точки зрения, несмотря на то, что подобные инициативы могут представлять большую пользу для внедрения в определенной сфере или дисциплине, их нельзя применять широко, поскольку в многообразии дисциплин имеются по существу разные практики относительно порядка следования авторов, важности позиции автора в списке авторов и т.д.

Предлагаемый в этой статье h_{α} -индекс анализирует два аспекта вопроса относительно соавторства, поднятого в основном тексте упомянутой выше работы. Утверждаем, что он вносит вклад в решение этих вопросов более всесторонним и эффективным способом, чем любой из индексов, представленных ранее. Безусловно, он также имеет свойственные ему свои недостатки, которые будут обсуждаться.

В предыдущей работе для изучения этих вопросов предлагался \hbar -индекс (\hbar -бар индекс) [35]. \hbar -индекс подсчитывает только статьи, внесшие вклад в \hbar -индекс всех ее соавторов. Таким образом, он негативно отражается на авторах, публикующихся с большим числом соавторов и с более старшими соавторами. Этот индекс не получил широкого признания частично из-за трудности

своего получения. Также недостатком \hbar -индекса является то, что, когда статья получает достаточно ссылок, она вносит одинаковый вклад в \hbar -индекс всех ее соавторов, независимо от того, каков был относительный вклад каждого соавтора статьи. Гораздо важнее то, что во многих случаях \hbar -индекс мог недостаточно отличаться от \hbar -индекса автора, чтобы оправдать потребность в реальной, дополнительной работе по его получению.

С самого начала подчеркивалось, что *b*-индекс должен быть одним из многих элементов, используемых в оценке научного достижения индивидуума [22]. Поскольку он, вероятно, приобретает чрезмерную значимость в оценке ученых, мы полагаем, что важно дополнить его количественной оценкой относительной важности конкретного ученого в совместной работе, вносящей вклад в его *h*-индекс. Для ее реализации в статье предлагается h_{α} -индекс. Его название связано с тем фактом, что субъект (лицо) α является наиболее влиятельным участником авторского коллектива*. Целью h_{α} -индекса является измерение тех высокоцитируемых научных вкладов ученого, для которых этот ученый является наиболее значимым участником сотрудничества, приводящего к появлению совместной статьи, и именно его мы будем называть α -автором. Иными словами, h_{α} -индекс измеряет научное лидерство.

Выявление а-автора в сотрудничестве не является тривиальной задачей и даже не может быть четко сформулированным вопросом. Является ли таким автором ученый, получающий финансирование, самый старший ученый или ученый, выдвигающий основную идею, с которой начинается проект, или ученый, выполняющий наибольшую часть работы? Чаще всего эти роли могут осуществляться разными соавторами, в отдельных случаях некоторые соавторы играют в этих задачах одинаковые по важности роли. Однако мы полагаем, что во многих ситуациях можно выявить основного исполнителя в качестве субъекта α в сотрудничестве. Не имея лучшего критерия, определим α -автора статьи как соавтора с наибольшим h-индексом. Поскольку высокий h-индекс, как правило, служит показателем высокого научного достижения, утверждаем, что он представляется обоснованным критерием. Чтобы определить а-автора, воспользуемся скорее *h*-индексами сегодняшнего дня, а не *b*-индексами того времени, когда была опубликована статья, этих индексов нет в существующих базах данных. Допускаем, что *h*-индексы растут с одинаковой скоростью, в таком случае оба выбора приведут к одинаковым результатам. Безусловно, для статей с одним автором сам автор и будет α -автором.

Мы предлагаем два индекса, названных h_{α} -индекс и $h_{\dot{\alpha}}$ -индекс. Оба индекса содержат схожую информацию. Они предложены не в качестве замены, а скорее как дополнения к h-индексу. Как утверждалось в реферате, $h_{\dot{\alpha}}$ -индекс ученого определяется точно так же, как и h-индекс, разница состоит в том, что он относится только к α -статьям ученого, т. е. тем статьям, для которых ученый

^{*} Alpha (Wikipedia).

является α -автором. Возможно, что статья имеет двух или более α -авторов, но, как правило, это не будет подпадать под этот случай. Поэтому ученый с h-индексом h будет иметь h'_{α} -индекс h'_{α} , если этот ученый написал h'_{α} статей, имеющих $\geq h'_{\alpha}$ ссылок в каждой, и все соавторы каждой из этих статей имеют h-индексы, меньшие или равные h.

Определенный выше h_{α} -индекс трудно получить из существующих баз данных. По этой причине, определим соответствующий h_{a} - индекс ученого как число статей в h-ядре ученого, для которого этот ученый является α -автором. Это может подпадать под случай, когда $h_{\alpha} = h_{\alpha}^{'}$, вообще $h_{\alpha} \leq h_{\alpha}^{'}$. Причиной определения h_{α} служит то, что его легче вычислить на основе существующих баз данных. Нужно просто пробежать глазами список статей в h-ядре ученого и исключить из него те статьи, для которых любой соавтор имеет более высокий h-индекс, чем h-индекс рассматриваемого автора.

Из определения ясно, что $b_{\alpha} \le h_{\alpha}'$, и мы будем полагать, что соотношение $0 \le h_{\alpha}/h \le 1$ дает ценную информацию. Также отметим, что набор статей, делающих вклад в h_{α}' -индекс ученого, может быть подмножеством набора статей, вносящих вклад в h-индекс ученого, в таком случае $h_{\alpha}' = h_{\alpha}$; или он может иметь некоторое свое подмножество, принадлежащее h-ядру, и другое подмножество, не принадлежащее h-ядру, в таком случае $h_{\alpha}' > h_{\alpha}$; и даже может быть пример, когда h_{α}' -ядро и h-ядро являются непересекающимися множествами, тогда $h_{\alpha} = 0$, $h_{\alpha}' > 0$. Однако последний случай будет крайне редким, исключение составят лишь очень молодые ученые.

Индексы h_{α} и $h_{\alpha}^{'}$ безусловно невыгодны для начинающих ученых, например студентов последних курсов и молодых кандидатов наук. Такие очень молодые специалисты напишут все или почти все свои статьи вместе с научными руководителями, и, значит, такие статьи ничего не принесут в их h_{α}^{-} или $h_{\alpha}^{'}$ -индексы. На более поздних этапах развития их карьеры это начнет меняться, с этого момента сначала $h_{\alpha}^{'}$, а затем и h_{α} начнут предоставлять дополнительную, библиометрическую информацию к их h-индексу.

СИТУАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

За библиометрическими данными обратимся к Web of Science и по возможности к базе данных ResearchId (http://www.researcherid.com/), в частности. БД ResearchId является крайне полезным средством, поскольку обеспечивает устранение неточностей в именах. Табл. 1 приводит публикационные метрики и метрики ссылок для 13 физиков-теоретиков Отделения физики ведущего исследовательского университета (ВИУ) в США*,

здесь и далее именуемого ВИУ (записи от A до J и от L до N), трех наблюдателей-астрофизиков в ВИУ (K, O, P) и одного физика-теоретика Принстонского университета (AA). Эти данные представлены в порядке увеличения h-индекса и включают всех теоретиков Отделения физики в ВИУ с h в пределах $25 \le h \le 50$. Таблица отражает научный стаж ученого, приводя в списке общее количество лет, прошедших с публикации первой статьи («years»), что, как правило, приближается к дате присвоения ученого звания доктора наук (здесь обычно 1-3 года до его присвоения).

Первое, что надо отметить из данных табл. 1, — это отсутствие сильной положительной корреляции h-индекса с научным стажем или с years (получение звания доктора наук). Безусловно, это неудивительно, потому что разные ученые проводят исследование с разными темпами, а качество и влияние исследования кардинально отличаются.

Возвращаясь к h_a , отметим большую разницу в h_a у физиков с одинаковыми b-индексами, отражающую очень разные виды соавторства и степень научного лидерства. Обратим также внимание на то, что соотношение $r_a \equiv h_a / h$ в табл. 1 слабо коррелирует с «years». Иными словами, больший трудовой стаж совсем необязательно ведет к большей независимости и научному лидерству, в противоположность тому, что ожидалось. Это предполагает, что лидеры в научной сфере начинают завоевывать авторитет раньше других.

Соотношение m=h/years (years= количество лет прошедших после публикации первой статьи до сегодняшнего дня) определено в [22], где отмечалось, что большое m-значение указывает на «выдающихся ученых» независимо от научного стажа. Тем не менее, это утверждение можно смягчить, принимая во внимание h_a . Из табл. 1 понятно, что m-значения выше 1,4 иногда ассоциируются с большими значениями $r_a = h_a/h$ (F, M, N), а иногда с низкими значениями (I, K, O, P). В последнем случае, в частности, это происходит из-за того, что высокие m-значения могут скорее получаться из большого числа статей в крупных коллективах, чем из высокого индивидуального достижения, что, согласно указанной выше работе [22], совсем необязательно последует.

Одной из мотиваций первоначального введения h-индекса было то, что альтернатива рассмотрения общего числа ссылок могла легко привести к неверным результатам. В самом деле, беглый взгляд на колонку Citations («Ссылки») в табл. 1 позволит сделать вывод, что физик G является самым ценным ученым данного списка с 39 062 ссылками. Фактически это большое число получается из того, что физик G написал в соавторстве 9 обзорных статей («Review of Particle Physics»), каждая из которых имеет несколько тысяч ссылок и несколько сотен соавторов. Общее число ссылок физика G, за исключением этих обзоров, составляет 3882, т.е. общее число ссылок в 10 раз больше, чем ссылки на другие статьи. Наоборот, обзорные статьи со многими соавторами увеличивают *h*-индекс этого ученого только на 30%, реально снижая их значимость. Что касается h_{a} -индекса, то воздействие этих обзорных статей, которые в реальности не представляют научные достижения данного

^{*} См. список университетов, классифицированный как «R1: Университеты, имеющие право присваивать ученое звание доктора наук высшей научной категории» в Википедии, wikipedia.org/wiki/List of research universities in the United States. Согласно данному сетевому сайту, «эти университеты имеют очень высокие показатели, а именно уровень научной дея-

тельности и доля участников в научно-исследовательской деятельности на душу населения».

ученого, полностью устраняется, поскольку каждая из обзорных статей имеет несколько других авторов c (гораздо) более высоким h-индексом, чем у этого автора.

Вообще, табл. 1 показывает очень небольшую корреляцию между b- и b_a -индексами. Я полагаю, что b_a -индекс несет существенную информацию, чтобы учитывать ее в оценке и сравнении этих ученых.

Например, физики О и Р имеют самый высокий h-индекс (h=60) и самые высокие m-значения, но низкий h_a -индекс (1 и 14), по сравнению с физиками В, Е, F, H, J, M, N и AA, иногда это происходит в реальности. Было бы ошибочным полагаться только на h-индекс, чтобы сделать вывод, что физики О и Р представляются наиболее ценными (достойными) в списке. Причина, по которой *b*-индексы ученых О и Р являются столь высокими, кроется в большом числе статей, написанных в авторском коллективе от 10 до 40 человек, из которых отдельные авторы имеют *h*-индекс существенно выше, чем физики О и Р, подтверждающий, что О и Р не являются лидерами в этих сотрудничествах. Поскольку О и Р не являются а-авторами в этих статьях, статьи не вносят вклад в h_a -индексы ученых О и Р, тем самым указывая на h_a -индексы, которые соответственно в 60 раз и 4 раза меньше, чем их *h*-индексы. Наоборот, более высокий h_a -индекс и r_a _соотношение других физиков в сравниваемой группе демонстрирует, что они являются ведущими авторами (лидерами) в значительно большем числе их высокоцитируемых статей, и допускает мысль, что именно они являются более ценными авторами.

Эта ситуация аналогична ситуации физика К. С b=40, 27 годами, прошедшими после публикации первой статьи, m=1,48 и общим числом ссылок 6 815, можно прийти к выводу, что К является выдающимся ученым. Однако b_a -индекс физика К составляет всего 2, а соотношение r_a =0,05. Многие статьи физика К написаны с 20-40 соавторами, и большинство этих статей, как и статей с меньшим числом соавторов, включает соавторов с бо́льшими b-индексами, чем у К, что часто происходит в реальности. Эти данные предполагают, что К является научным лидером только в 2 из 40 статей в своем b-ядре.

Сравнивая теоретиков В и L из сферы взаимодействия частиц в высоких энергиях, можно обоснованно сделать вывод, что физик В с h-индексом, равным всего 27 и h_a = 19, является более ценным, чем физик L, с h=43 и h_a равным всего 12, вопреки тому, что предполагают их соответствующие h-индексы. Действительно, теоретик В имеет статус ведущего преподавателя Отделения, тогда как L – более низкий ранг просто профессора.

Таблииа1

Библиометрические данные для 16 физиков Отделения физики ВИУ в США (от A до P) и одного физика Принстонского университета (AA), приведенные в порядке увеличения *h*-индекса.

Данные для h_{α} -индекса, введенного в данной статье, и соотношения h_{α}/h выделены жирным шрифтом. «Pubs.» – число опубликованных статей, «Years» – общее число лет, прошедших после публикации первой статьи до сегодняшнего дня, m – соотношение h/years. Научными сферами этих физиков являются теория взаимодействия частиц в высоких энергиях (het), квантовая теория конденсированных сред (cmt), теория плазмы (pt), теоретическая биофизика (bpt) и наблюдательная астрофизика (оар). Отметим значительные вариации в h_{α} -индексе и соотношении h_{α}/h . Выделение курсивом объясняется в тексте.

Name	h	h_{α}	$r_{\alpha} = h_{\alpha} / h$	m	Pubs.	Citations	Years	Field
A	25	8	0,32	1,39	59	2944	18	het
В	27	19	0,70	0,52	83	3649	52	het
С	32	8	0,25	1,10	127	4040	29	het
D	34	5	0,15	0,97	93	5377	35	cmt
Е	34	22	0,65	0,97	133	3967	35	pt
F	36	16	0,44	1,89	104	4702	19	cmt
G	36	7	0,19	1,09	146	39 062	33	het
Н	37	18	0,49	1,32	80	6285	28	het
I	39	4	0,10	1,63	130	5823	24	cmt
J	39	16	0,41	1,39	119	6582	28	bpt
K	40	2	0,05	1,48	273	6815	27	oap
L	43	12	0,28	1,39	104	5631	31	het
M	47	30	0,64	1,62	186	9943	29	het
N	50	27	0,54	2,17	268	12 536	23	cmt
AA	55	51	0,93	1,31	116	23 509	42	cmt
O	60	1	0,02	5,45	160	14 190	11	oap
P	60	14	0,23	3,16	224	11 068	19	oap

Подобным образом, сравнивая теоретиков из области конденсированных сред, можно полагать, что физик F с h=36 и h_a =16 более успешен, чем физик I с h=39 и h_a равным всего 4. Физик I пишет много статей в больших авторских коллективах ученых с более высоким h и трудно поверить, что он является лидером в этом сотрудничестве. Его низкий h_a -индекс явно демонстрирует этот факт. Наоборот, физик F является научным лидером в существенной доле своих статей, написанных вместе со своими студентами и молодыми кандидатами наук.

Сравнивая теоретиков D и E и даже допуская такую возможность, что они работают в разных подобластях физики, мы увидим, что у них имеется одинаковое количество лет после публикации первой статьи (35) и одинаковый *h*-индекс (34), но у D немного больше общее число ссылок (5377), чем у Е (3967). Из этого можно сделать вывод, что D и E почти равны, D несколько более успешен. Однако их h_a -индексы дифференцируются в 4 раза (5 и 22), и E имеет более высокий h_a . Это свидетельствует о том, что *h*-индекс Е получается большей частью из независимой работы, в которой он является лидером, а индекс D складывается из совместной работы с более старшими учеными, в которой он маловероятно играет ведущую роль. Работа и D, и E проходит в небольших коллективах, включающих всего лишь нескольких соавторов.

В списке табл.1 указаны 12 физиков, занимающих должность преподавателя Отделения физики в ВИУ, и 4 физика, имеющих должность ведущего профессора*. Последними являются выделенные курсивом B, C, G и М. Можно ли сделать такой вывод на основе данных таблицы 1? Ответ однозначный - нет. Начнем с того, что ведущие профессора, безусловно, не те, кто обладает самыми высокими h-индексами. С учетом h_a данные табл. 1 могут допускать, что в случае, если C и G занимают самый высокий ранг, то Е и F, обладающие сравнимыми с С и G h-индексами, но значительно более высокими h_a -индексами, безусловно, и должны занимать самый высокий ранг, но это не так. Е также имеет больший научный стаж (35 лет), чем С и G (29 и 33). Аналогично кажется оправданным, что М является ведущим профессором с учетом его высоких h- и h_a -индексов, а L, О и Р таковыми не являются, несмотря на сравнимые h-индексы и более низкие h_a -индексы; удивительно, что ученый N с более высоким h-индексом, чем у M, и почти таким же высоким h_a -индексом, не является ведущим профессором. Сравнивая N с учеными С и G, кажется непонятным, почему N с гораздо более высоким b- и h_a -индексом, чем у C и G, занимает более низкую научную должность, чем С и G. С точки зрения автора данной статьи, подтверждаемой глубоким знанием научной характеристики указанных физиков, эти несоответствия не являются отражением недостатков библиометрических индексов h и h_a по измерению научных достижений, а скорее демонстрируют неудачу (отсутствие) процесса научного продвижения в этом ведущем исследовательском университете для должного поощрения высших научных достижений ученого более высокой научной должностью, и наоборот.

Физик АА в табл. 1 обладает высоким h-индексом, но качественно он не отличается от других приведенных в списке ученых; однако ученый имеет значительно высокий h_a , а также соотношение $r_a = h_a \ / h = 0,93$, самое высокое в группе за счет большой маржи. Мы нашли такие высокие r_α -значения только среди исключительно успешных ученых, завоевавших широкое признание. Физик АА является нобелевским лауреатом.

АНАЛИЗ БОЛЬШЕГО ЧИСЛА ПРИМЕРОВ

В табл. 2 приводятся библиометрические данные 10 активных физиков-теоретиков из области конденсированных сред, находящихся на середине своего карьерного роста*. Количество лет, прошедших после публикации их первых статей, варьируется от 11 до 26, большей частью группируясь вокруг 20 лет, а их b-индексы колеблются от 16 до 32. При выборе этих примеров никакое систематическое правило не применялось, сохранялись b и «уеагѕ» в установленных пределах, а выбор ученых, когда они сами или их соавторы были известны автору данной статьи, облегчал процесс поиска их b_a -индекса. Также подсчитывался $h_{\alpha}^{'}$ для этих ученых, на что требовалось значительно больше времени, чем на вычисление самого b_a .

Как и предполагалось, в табл. 2 отсутствует сильная корреляция между «количеством лет, прошедших после публикации первой статью», и h-индексом; иными словами, значения m=h/years находятся в широком диапазоне, колеблясь от 0,75 до 1,82. Ни один из этих ученых не работает в большом коллективе, их статьи, как правило, содержат одного или нескольких соавторов. Среднее число соавторов в статьях их h-ядра варьируется от 1,3 до 3,5, как показано в табл. 2, 2,7- общее среднее. Тем не менее, их h_{ab} а также r_{ab} -соотношения кардинально различаются.

Начнем с физика Т с h=20 и наименьшим $h_a=r_a=0$. Это самая молодая группа с наибольшим т=1,82 и с наибольшим общим числом ссылок. Впечатляющие метрики ссылок (за исключением h_a) получаются в результате сотрудничества с более молодыми высокоцитируемыми физиками, такими как D. Scalapino (b=97), S. C. Zhang (b=90), D. A. Huse (b=85), M. P. A. Fisher (h=73), S. Kivelson (h=62), F. Haldane (h=55), S. Kashru (h=50), S. Chakravarty (h=49). Трудно поверить, что Т является лидером в этих сотрудничествах. Даже посмотрев за рамки *b*-ядра, Т не имеет ни одной статьи под одним автором, а есть только ряд статей с несколькими ссылками, где Т является α-автором. Поэтому в сравнении библиометрических записей Т с записями других физиков было бы неправильным не учитывать h_{α} . При отсутствии h_a можно сделать вывод из этой библиометрической информации, что Т является самым успешным физиком в табл. 2. Наоборот, знание h_a =0, по крайней мере, указывает на то, что необходим более пристальный взгляд. Можно предположить – для физика Т причина h_a =0 кроется в том, что он очень молод и в пер-

18

^{*} Есть 6 других физиков-теоретиков этого Отделения в ранге ведущего профессора, все они имеют *h*-индексы выше 50.

^{*} Ученые интересовались, можно ли по личной просьбе получить от автора информацию о том, фигурируют ли они в списке табл. 2.

спективе его h_a и r_a вырастут. Это допускается тем фактом, что его $h_{\alpha}^{'}=6$ по большей части благодаря недавним статьям. Будущее покажет.

С аругой стороны, есть физик V с h-индексом, сравнимым с T, h=25, против h=20, с существенно меньшим m=1,25, но значительно высокими h_a =18 и r_a =0,72. Физик V имеет несколько статей с учеными с более высоким h, включая очень молодых ученых (N. Ashcroft (h=60), H. Kleinert (h=40), A. Sudbo (h=39)). Однако V имеет значительное число высокощитируемых статей с одним автором (6 статей из 25 в h-ядре) и много высокощитируемых статей с молодыми соавторами, что способствует очень высокому h_a и альфа-соотношению r_a . R_α ученого V также является наибольшим среди всех записей табл. 1, отличных от физика AA, несмотря на более молодой возраст V, чем 13 из 17 физиков данного списка. Эти данные допускают существенную независимость и научное лидерство у этого относительно молодого ученого.

Также из табл. 2 просматривается, что r_a слабо коррелирует с возрастом. Физик Q одного возраста с V имеет второе наименьшее r_a =0,06, а самый возрастной в списке ученый X имеет относительно небольшое r_a =0,21. Физиками с наибо́льшими r_a в этом списке являются S,V,Y и Z с r_a =0,47, 0,72, 0,55 и 0,63 соответственно и средним возрастом, а именно 18,20,17 и 20 лет. Тем не менее, это тот редкий случай, когда можно найти физиков с меньшими h, но большими r_a , как например, у физика S. По мере увеличения h-индексов растут и становятся более общими значения r_a .

Как и предполагалось, b_a и $h_{\alpha}^{'}$ отражают одинаковую информацию. Можно ли узнать что-то новое из $h_{\alpha}^{'}$? Да, можно. Вспомним, что $h_{\alpha}^{'}$ также подсчитывает α -статьи вне b-ядра. Например, сравним ученых Т и U, оба имеют близкие значения b и b_a . Но у Т b_a =0, $h_{\alpha}^{'}$ =6, а у U b_a =3, $h_{\alpha}^{'}$ =4. Это показывает, что Т имеет несколько, еще не входящих в b-ядро, α -статей, с соответствующим числом ссылок, которые, вероятно, войдут в b-ядро в ближайшем будущем и в этот момент увеличат b_{α} ученого Т. Наоборот, тот факт, что $h_{\alpha}^{'}-b_a$ =1, для ученого U указывает на то, что он (ученый U) не имеет много

статей с соответствующими ссылками, не находящимися в h-ядре. Это предполагает, что r_a физика T, вероятно, будет большим, чем у U в ближайшем будущем. Таким образом, при сравнении библиометрических данных T и U, включая h_a , а не h_{α} , можно допустить, что U является более успешным, но принятие во внимание h_{α} заставляет сделать противоположный вывод. Большая разница между h_a и h_{α} (табл. 2, авторы T и X) отражает то, что автор становится все более независимым и выполняет больше исследований.

В табл. 2 также приводится соотношение $m_\alpha = h_\alpha^{'}$ /years, которое предоставляет точно такую информацию, как и m=h/years, но только для статей, в которых автор является a-автором. Соотношения m и m'_a измеряют ученого независимо от его научного стажа. Мы утверждаем, что m'_a точнее измеряет ученого, чем m, поскольку оно меньше зависит от видов соавторства. Мы предполагаем, что для ученых, у которых имеется большая разница между m и m'_a , таких как Q, T, U, W, усилится беспокойство относительно того, насколько верно m-значение отражает ученого.

Мы полагаем, что библиометрическая информация в табл. 1 и 2 четко отражает важность учета предлагаемого h_a -индекса и r_a -соотношения, и по возможности также и h_{α} , и m_{α}' чтобы дополнить библиометрическую информацию, предоставляемую h и m. Ученые Q и U представляются заметно менее успешными, когда α-информация учитывается, а не отсутствует. Из значений т в табл. 2 можно сделать вывод, что ученые T, Y, Z, V являются более успешными в списке в порядке убывания. Наоборот, согласно r_a такими учеными являются V, Z, Y, S, а согласно m'_{a} это – Z, Y, V, X. Таким образом, ученые S, Т и Х не выделяются по всем этим критериям, тогда как физики V, Y и Z выделяются, что находит подтверждение. Ситуация весьма отличается в табл. 1, где некоторые ученые выделяются по критерию т, но не выделяются по r_a , и их выделение по m'_a не предполагается. Безусловно, подробное изучение всех публикационных записей этих авторов и другой информации поможет изменить эти выводы.

Таблица 2

Библиометрические данные сравнения количества лет, прошедших после первой публикации их статьи, и h-индексов 10 теоретиков из области конденсированных сред.

«Coauth.» - среднее число соавторов в статьях h-ядра каждого автора. $r_{\alpha} = h_{\alpha}/h$, $m_{\alpha}' = h_{\alpha}'/years$

	h	\boldsymbol{h}_{a}	\boldsymbol{r}_{a}	$h_{\alpha}^{'}$	m □ _a	m	Pubs.	Citations	Years	Coauth
Q	16	1	0,06	4	0,20	0,80	38	895	20	3,3
R	17	5	0,29	9	0,53	1	35	1032	17	2,2
S	17	8	0,47	10	0,56	0,94	51	1590	18	3,5
Т	20	0	0,00	6	0,55	1,82	54	3468	11	2,9
U	22	3	0,14	4	0,19	1,05	40	3531	21	2,7
V	25	18	0,72	21	1,05	1,25	75	2096	20	1,3
W	27	6	0,22	12	0,46	1,04	109	2349	26	2,5
X	28	7	0,25	16	0,70	1,22	90	2590	23	3,5
Y	31	17	0,55	21	1,24	1,82	95	2616	17	2,7
Z	32	20	0,63	26	1,30	1,60	114	3059	20	2,1

Заметим, что число соавторов у ученых в табл. 2 одинаковое. Это предполагает, что схемы расположения долей, представленные в работах [25,26,29], способны единообразно превратить все b-индексы в получение bm, dpoбного h и gb-индексов. Таким образом, эти индексы не будут отражать разные типы лидерства, представляемые b_a -индексом. В качестве примера, ученые W и Y имеют b-индексы 27 и 31, а число соавторов 2,5 и 2,7. Соотношения 27/2,5=10,8, 31/2,7=11,5 приблизительно похожи, однако их b_a равные 6 и 17 соответственно, весьма различаются. Аналогично, большие отличия между b_a и r_a ученых в табл. 1 не учитывают разное число соавторов. За исключением физиков G, K, O и P все остальные ученые в табл. 1 имеют небольшое число соавторов, схожее с данными табл. 2.

ТЕХНИЧЕСКИЕ ДЕТАЛИ

Давайте покажем примененную для получения h_a процедуру более детально для случая физика АА в табл. 1, где это особенно легко сделать, поскольку большая доля статей АА написана им самим или с небольшим числом соавторов. Это также позволит нам использовать возможности, которые следует реализовать в существующих библиометрических базах данных, чтобы упростить вычисление b_a . Воспользуемся Web of Science.

Физик AA — это F. D. М. Haldane, автор 116 статей, 35 из которых написаны одним автором, очень большое число по сравнению с обычным числом у теоретиков из области конденсированных сред. Более удивительно то, что 25 статей с одним автором находятся в его h-ядре, а 8 из 10 его самых высокоцитируемых статей являются статьями с одним автором. Уже одно это свидетельствует о его значительной независимости и научном лидерстве. В совместной работе он почти всегда является α -автором, что подтверждается его большим соотношением $r_a = h_a / b = 0.93$.

Чтобы найти его h_a -индекс, просмотрим список его публикаций в порядке убывания общего числа ссылок. Первой статьей, не принадлежащей одному автору, является статья 7, написанная в соавторстве с S. Raghu и имеющая 768 ссылок. Кликнув мышкой на названии статьи, затем на имени Raghu и следом на опции «Create Citation Report» («Создать отчет о ссылках») для Raghu, узнаем, что *h*-индекс Raghu равен 21, меньше, чем у Haldane (55), поэтому статья 7 вносит вклад в h_a -индекс Haldane. Скользя взглядом ниже по списку публикаций Haldane, отмечаем, что следующей совместной статьей является статья 9, написанная с Н. Li, также делающая вклад в h_a -индекс Haldane, так как h-индекс Li меньше 55. Следующей совместной статьей является статья 13, с I. Affleck, его *h*-индекс равен 73, больше чем 55 у Haldane, поэтому данная статья не вносит вклад в h_a-индекс Haldane. Продолжение процесса просмотра убеждает нас в наличии множества статей с соавторами, *b*-индекс которых ниже, чем у Haldane (например, Rezayi, Arovas, Auerbach, Bernevig, Bhatt) и они делают вклад в h_a Haldane, а статьи с соавторами P.W. Anderson (b=108), P. Littlewood (b=61) и L. Balents (b=61) имеют ≥55 ссылок (т.е. находятся в *h*-ядре Haldane) и не вносят вклад в h_a Haldane, так как эти соавторы имеют h выше, чем 55. Продолжим эту довольно однообразную процедуру до тех пор, пока не дойдем до статьи 56 в публикационном списке, имеющей менее 55 ссылок, на этом остановимся и вычислим общее число – 51 статья из 55

статей h-ядра Haldane, являющихся α -статьями для Haldane, следовательно, его h_a -индекс равен 51, а r_a -соотношение – 51/55=0,93.

Альтернативной процедурой будет клик на ссылку «Analyze Results» («Анализировать результаты») в списке литературы Haldane в БД, затем на «Authors» («Авторы») в левой колонке для получения списка всех соавторов Haldane, приведенных в порядке «Record Count» («Подсчет записи»). Далее необходимо проверить записи ссылок ко всем соавторам, чтобы вычислить их *h*-индексы. Однако поскольку из этой страницы мы не знаем, находятся или нет в h-ядре Haldane статьи, написанные в соавторстве – этим подтверждается неэффективность процедуры поиска h_a . Если бы Web of Science могла предоставить *h*-индекс соавторов на упомянутой странице и позволить расположить соавторов в порядке убывания *b*, то было бы очень просто найти соавторов с большим *b*-индексом, чем у Haldane; затем найти статьи, написанные в соавторстве с теми, кто находится в *h*-ядре Haldane, тем самым значительно упростился бы подсчет h_a

Чтобы получить $h_{\alpha}^{'}$ -индекс Haldane, продолжим спускаться вниз по списку его публикаций, ниже статьи 55. Следующие три являются α -статьями и имеют \geq 53 ссылок, значит $h_{\alpha}^{'}$ =53, а $m_{a}^{'}$ = 1,26, очень близко к m=1,31, что представляется весьма необычной ситуацией. Значит, дополнительная работа по вычислению $h_{\alpha}^{'}$, выходящая за рамки подсчета $h_{\alpha}^{'}$ была незначительной. Тем не менее, для случаев табл. 2 получение $h_{\alpha}^{'}$ представляется трудоемким, поскольку необходимо просмотреть ссылки многих статей, находящихся вне h-ядра ученого.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Данная статья частично мотивирована все более распространяющимся использованием *h*-индекса для ранжирования и сравнения ученых. Недостаток *h*индекса в распознавании ученых с различными видами соавторства уже существовал на момент создания *b*индекса, но мы считаем, что он мог бы быть впоследствии усилен самим *h*-индексом. У *h*-индекса нет «себестоимости» по отношению к *h*-индексу ученого, чтобы он (ученый) работал в больших коллективах, в которых есть высокоуспешные коллеги; напротив, существует потенциально большая выгода, получающаяся от более высокого *h*-индекса, по сравнению с ученым, преследующим свои собственные независимые идеи в меньших коллективах или статьях с одним автором. Таким образом, это дает стимул молодым ученым присоединяться к большим коллективам и/или совместной работе с престижными соавторами даже тогда, когда для этого нет острой потребности; мы полагаем, что это может привести к неоптимальному использованию возможностей ученых.

Вообще, мы наблюдали, что имеется много примеров ученых со сравнимыми *h*-индексами, но очень разным профилем, связанным с научным лидерством, который, по нашему мнению, считается очень важным аспектом того, что принято называть «научным успехом». Научные продвижения рождаются как из вкладов научных *лидеров*, так и научных *последователей*, но только первые являются незаменимыми. Считаем важным выявить и мотивировать таких ученых с помощью подходящих метрик ссылок. Сам по себе *b*-индекс все в боль-

шей степени не может выполнять эту функцию в век инфляции (обесценивания) b.

Чтобы изучить эти вопросы, мы стремились в этой статье ввести критерий измерения научной продуктивности ученого, который подсчитывает только те статьи, где он выступает ведущим автором. Кто является таким человеком для конкретной статьи, представляется нетривиальным вопросом, за исключением статей с одним автором. В некоторых научных подобластях это обычно последний автор в списке авторов. В других — первый автор. Однако в ряде статей авторы всегда приведены в алфавитном порядке, поэтому порядок авторов не несет никакой информации. Существует ли общий критерий установления такого автора? Предположим, что соавтор с самым высоким b-индексом является наиболее вероятным кандидатом и называем этого автора α -автором, а α -статью — статьей этого автора.

Можно утверждать, что было бы разумным использовать более инклюзивный (включающий) критерий для определения а-статьи автора, допускающий более одного α -автора не только, когда b-индексы идентичны. Например, если *h*-индекс автора находится в пределах 10% самого высокого *b*-индекса его соавтора, то можно утверждать, что вероятнее всего именно этот ученый и играет ведущую роль, и посчитать эту статью в качестве α -статьи, которая также является статьей этого автора. В частности, для молодых ученых, сотрудничающих с коллегами примерно одного уровня, без более молодых соавторов, это, как мы это считаем, стало бы обоснованной процедурой. Можно назвать такой индекс h_{ax} -индексом, где *xx* представляет долю разнообразия включения, т.е. h_{10} в приведенном выше примере и аналогично для $\vec{b}_{a\infty}$. Для примера Haldane $b_a = b_{a00} = 51$, h_{a10} =53, h_{a25} =54, h_{a50} =55=h.

Безусловно, будут иметь место ситуации, где предложенный нами критерий не отражает реальность. Например, часто это тот случай, когда экспериментаторы, которые производят выборки, имеют очень высокие *h*-индексы. В экспериментальной статье, где применяется подобная выборка, ученый, производящий выборку, будет α-автором, даже если он не вносит никакого другого вклада в научный проект, поэтому, естественно, он не будет «вести» (возглавлять) проект. Точно также и в чисто теоретической статье, где экспериментатор предоставляет данные, а, значит, является соавтором, теоретик с более низким *h*-индексом может, весьма вероятно, быть ведущим автором проекта, хотя не является таковым по нашему критерию. Эти ограничения недооценивают тот факт, что помимо библиометрических показателей важно учитывать несколько факторов в оценке ученых.

Мы определили h_{α} -индекс точно таким же способом, как определяется h-индекс, а именно — число α -статей, написанных ученым и имеющих $\geq h_{\alpha}$ ссылок. H_{α} — это более последовательный способ определения критерия, который мы ищем. К сожалению, h_{α} очень затратен по времени для получения из существующих баз данных. Нужно пролистать значительную часть статей автора и определить, вносит или не вносит она (статья) вклад в его h_{α} -индекс. Для молодых ученых со многими публикациями, ссылками и соавторами это представляет очень затратный по времени процесс. По

этой причине мы определили h_a -индекс, подсчитывающий только α -статьи автора в h-ядре автора, как подмножество статей в h_{α} -ядре. H-ядро, как правило, является, по крайней мере, долей в три раза меньшей, чем общее число статей ученого, таким образом реально сокращается время, необходимое для подсчета h_a -индекса в отличие от h_{α} -индекса. Индексы h_a и h_{α} выражают одну и ту же информацию.

Недостаток h_a относительно $h_{\alpha}^{'}$ состоит в том, что могут иметь место случаи, в которых h-индекс автора существенно выше из-за многоавторских сотрудничеств с учеными, имеющими даже более высокие h-индексы; тем не менее автор может иметь совсем небольшое число отличных от h-ядра статей, которые вносят вклад в справедливо высокий $h_{\alpha}^{'}$ -индекс. Примером этого был ученый T в табл. 2. В подобных случаях, которые мы не считаем частыми, h_a мог бы быть гораздо меньшим, чем $h_{\alpha}^{'}$ и отражать в некотором роде искаженную картину научного достижения и лидерства автора.

Действительно, ни h_{α} ни $h_{\alpha}^{'}$ не являются идеальными определениями. Представим, что физик О в табл. 1, с h=60 и $h_a=1$, написал статью в соавторстве с физиком В, у которого h=27 и $h_a=19$. Скорее вероятнее всего, что В будет лидером в данном сотрудничестве, ранее демонстрируя лидерство и/или независимость 19 раз в отличие от 1 раза у физика О. Тем не менее, согласно нашим определениям, ученый О будет а-автором с более высоким *b*-индексом и совместная статья вероятно внесет вклад в h_a O, но никогда в h_a B (аналогичное справедливо и для h_{α}). Чтобы избежать этого, вместо *определения а*статей как таких статей автора, в которых автор имеет наивысший h_{α} -индекс, а не h-индекс среди соавторов, определим ранее описанный h_a и лучший индекс $h^{''}_{\ a}$ как: yиeный имеет $h_a^{"}$ -индекс, если ученый написал $h_a^{"}$ α -статей $c \geq h_a^{"}$ ссылками каждая. Согласно этим определениям, написаннная в соавторстве физиками В и О статья будет α-статьей для В, а не для О; отсюда вероятно, что она потенциально будет способствовать h''_{a} –индексу ученого В и никогда не будет способствовать $h_a^{''}$ -индексу ученого О. Наконец, в соответствии с определением независимого h''_a , мы можем назвать статью α -статьей, имеющей в себе наивысший h''_{a} , а не наивысший индекс b_a. В любой ситуации зависимые, и даже наоборот независимые h''_a -индексы будут в получении очень затратны по времени и по этой причине не представляют сегодня практический интерес.

Не подлежит сомнению, что любой, отдельно взятый ученый при просмотре своего списка публикаций найдет примеры, в которых α -автор статьи неправильно определяется нашим критерием, u более того, где все другие соавторы статьи с этим согласятся. Полагаем, что для любого выбранного ученого будут находиться статьи, где он не является α -автором в соответствии с нашим критерием, а должен бы быть, и также другие статьи, для которых справедливо противоположное, поэтому эти ошибки сократятся, по крайней мере, нулевым порядком. Для полной публикационной записи ученого, по нашему мнению, будет маловероятно, что определенный здесь b_a весьма неправильно представляет всю ведущую роль ученого, по крайней мере, мы не нашли таких примеров.

Отмечалось, что критерий для α-автора статьи, как определено здесь, может меняться со временем, и утверждалось, что это может быть недостатком h_a -индекса*. Утверждаем, что это не так. Рассмотрим ситуацию, когда молодой ученый, студент или молодой кандидат наук, сотрудничает со своим научным руководителем, старшим научным сотрудником. Статья с самого начала будет α-статьей научного руководителя. Если позже *h*-индекс молодого ученого превысит *h*-индекс научного руководителя, тогда статья станет α-статьей молодого ученого и больше не будет α-статьей научного руководителя. Это можно легко отразить на том факте, что этот молодой ученый очень талантлив и вероятно должен играть ведущую роль в этой ранней статье, даже если это первоначально не отражает его статус α. Поэтому утверждается, что тот факт, что статус α-статьи может меняться со временем, является вероятнее всего достоинством, а не недостатком.

Несмотря на все эти недостатки, мы полагаем, что h_a -индекс, предложенный в этой статье, и его варианты, обеспечивают достаточное дополнение к *h*-индексу. Они могут дать четкое различие между учеными с одинаковыми *h*-индексами, но очень разными видами соавторства, в частности отличать ученых, публикующихся с небольшим числом соавторов, от тех, которые работают в крупных коллективах, а также проводить различие между лидерами и их последователями. Для двух ученых с одинаковыми h-индексами, но разными h_a - индексами, утверждаем, что весьма вероятно ученый с более высоким h_a - индексом является более успешным. Для двух ученых с обратным порядком h- и h_a - индексов, сравнение должно проводиться с осторожностью. При необходимости выбирать между h- и h_a -индексами, чтобы ранжировать ученых, автор этой статьи считает, что в отсутствии иной информации h_a можно придать бо́льший вес. Однако и h, и h_a несут важную информацию и должны использоваться вместе. При доступности h_{α} -индекс имеет дополнительную важную информацию, которая должна учитываться.

 H_a -индекс можно получить с помощью умеренной работы, используя существующие библиометрические базы данных; мы утверждаем, что в оценке и сравнении достижений ученых с применением библиометрии, *микогда* не следует проводить сравнение только с одним *b*-индексом, игнорируя использование h_a -индекса. Более того, в случаях, когда $r_a = h_a / h$ очень небольшое, как в некоторых рассмотренных примерах, важно учитывать дополнительную информацию, предоставляемую h_{α}' -индексом, даже если он требует дополнительной, реальной работы.

Поскольку рассмотрение h_a в оценке ученых получает признание, мы считаем, что он послужит дополнительным мотивом для молодых ученых браться за инновационную работу, развивающую их идеи, вместо того, чтобы совместно работать с коллегами постарше и следовать их утвердившимся идеям, которые не всегда могут быть правильными. Мы убеждены, что такой мотив

* Private communications (Частные коммуникации), 2018 г.

будет полезен для жизнеспособности и инновационного качества научного предприятия.

Подводя итоги, мы полагаем, что учет h_a -индекса ученого и r_a -соотношения помимо его h-индекса, и m-соотношения, а также по возможности h_α и m_ω должен привести к лучшим и более справедливым решениям относительно распределения финансовых ресурсов, карьерного продвижения ученых, решений о присуждении ученым наград и отбора в престижные научные организации. В той степени, в какой библиометрические базы данных, такие как Web of Science, Scopus и Google Scholar, вводят механизмы облегчения подсчета h_a и h_α -индексов и даже h_{acc} и h_{acc} -индексов, как это сделано для h-индекса, полагаем, что это окажет положительное влияние на улучшение науки.

Благодарность. Автор выражает признательность своему коллеге за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Van Raan A.F.J. Comparison of the Hirsch-index with standard bibliometric indicators and with peer judgment for 147 chemistry research groups. // Scientometrics. 2006. Vol. 67. P. 491-502.
- 2. Bornmann L., Daniel H.D. What do we know about the h index? // Jour. of the Am. Soc. for Information Science and Technology. 2007. Vol.58. P. 1381-1385.
- 3. Alonso S., Cabrerizo F.J., Herrera-Viedma E., Herrera F. h-Index: A review focused in its variants, computation and standardization for different scientific fields// Jour. of Informetrics 2009. Vol.3. P. 279-283.
- 4. Bornmann L. h-Index research in scientometrics: A summary// J. of Informetrics. 2014. Vol.8. P. 478-485.
- 5. Waltman L., Nees J. The inconsistency of the h-index // J. Am. Soc. Inf. Sci. Tech 2011. P. 406-415.
- 6. Gibb B.C. Lies, damned lies and h-indices // Nature Chemistry. 2012. Vol.4. P. 513-514.
- 7. Prathap G. The inconsistency of the h-index // J. Am. Soc. Inf. Sci. and Tech. 2012. Vol. 63. P. 1480-1481.
- 8. Schreiber M. A skeptical view on the Hirsch index and its predictive power // Phys. Scripta. 2018.— Vol.93, No 10201.
- 9. Bornmann L., Mutz R., Daniel H.D. Are there better indices for evaluation purposes than the h index? A comparison of nine different variants of the h index using data from biomedicine // Jour. of the Am. Soc. For Information Science and Technology. 2008. Vol. 59. P. 830-837.
- 10. Van Eck N.J., Waltman L. Generalizing the h-and g-indices // Jour. of Informetrics. 2008.— Vol. 2. P. 263-271.
- 11. Rousseau R., Ye F. A proposal for a dynamic h-type index // Jour. of the Am. Soc. for Information Science and Technology. 2008. Vol.59. P. 1853-1855.
- 12. Egghe L., Rousseau R. h-index weighted by citation impact// Information Processing and Management. 2008. Vol. 44.— P. 770-780.
- 13. Guns R., Rousseau R. Real and rational variants of the h-index and the g-index // J. of Informetrics. 2009. Vol. 3. P. 64-71.
- 14. Yaminfirooz M., Gholinia H. Multiple h-index: A new scientometric indicator // Electronic Library. 2015. Vol. 33. P. 547-556.

- 15. Perry M., Reny P. J. How to count citations if you must // AER. 2016. Vol. 106. P. 2722-2741.
- 16. *Mazurek J.* A modification to Hirsch index allowing comparisons across different scientific fields // Current Science. 2018. Vol. 114. P. 2238-2239.
- 17. Jin B., Liang L.M., Rousseau R., Egghe L. The R- and AR-indices: Complementing the h-index // Chinese Science Bulletin. 2007. Vol.52. P. 863-863.
- 18. Zhang C.-T. The e-Index. Complementing the h-Index for Excess citations // PLOS ONE. 2009. Vol. 4, e5429.
- 19. Bornmann L., Daniel H-D. The citation speed index: A useful bibliometric indicator to add to the h index// J. of Informetrics. 2010. Vol. 4. P. 444-446.
- 20. *Dorta-Gonzalez P., Dorta-Gonzalez M.I.* Central indexes to the citation distribution: A complement to the h-index // Scientometrics. 2011. Vol. 88. P. 729-745.
- 21. Lando T., Bertoli-Barsotti L. New tools for complementing the h-index: An empirical study // Mathematical Methods in Economics (MME 2014). 2014. P. 566-571.
- 22. *Hirsh J. E.* An index to quantify an individual's scientific research output //PNAS. 2005. Vol. 102. P. 16569-16572.
- 23. Hu X., Rosseau R., Chen J. In those fields where multiple authorship is the rule, the h-index should be supplemented by role-based h-indices// J. of Information Science. 2010. Vol. 36. P. 73-85.
- 24. Tscharntke T., et al. Author sequence and credit for contributions in multiauthored publications//PLOS Biology. 2007. Vol. 5, No. 1, e 18.
- 25. Egghe L. Mathematical theory of the h- and g-index in case of fractional counting of authorship// Journal of the American Society for Information Science and Technology. 2008. Vol. 59. P. 1608-1616.

- 26. Schreiber M. To share the fame in a fair way, hm modifies h for multi-authored manuscripts // New J. of Physics. 2008. Vol. 10. P. 40-201.
- 27. Schreiber M. A modification of the h-index: The hmindex accounts for multi-authored manuscripts// Journal of Informetrics. 2008. Vol. 2. P. 211-216.
- 28. Schreiber M. A case study of the modified Hirsch index hm accounting for multiple coauthors// Journal of the American Society for Information Science and Technology. 2009. Vol. 60. P. 1274-1282.
- 29. Galam S. Tailor based allocations for multiple authorship: A fractional gh-index// Scientometrics. 2011. Vol. 89. P. 365-379.
- 30. Lin X. Z., Fang H. Modifying h-index by allocating credit of multi-authored papers whose author names rank based on contribution// Jour. of Informetrics. 2012. Vol. 6. P. 557-565.
- 31. Ancheyta J. A correction of h-index to account for the relative importance of authors in manuscripts// Int.J. of Oil, Gas and Coal Tech. 2015. Vol. 10. P. 221-232.
- 32. Ausloos M. Assessing the true role of coauthors in the h-index measure of an author scientific impact // Physica A. 2015. Vol. 422. P. 136-142.
- 33. Crispo E. A new index to use in conjunction with the h-index to account for an author's relative contribution to publications with high impact // J. of the Assoc. for Information Sci. and Tech. 2015. Vol. 66. P. 2381-2383.
- 34. Vavrycuk V. Fair ranking of researchers and research teams// PLOS ONE. 2018. Vol. 13, No. 4, e0195509.
- 35. Hirsch J. E. An index to quantify an individual's scientific research output that takes into account the effect of multiple coauthorship// Scientometrics. 2010. Vol. 85. P. 741-754.