9. *Mkrtchyan F.A., Krapivin V.F.*. GIMS-Technology in Monitoring Marine Ecosystems.Proceedings of the International Symposium of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Science, Volume XXXVIII, Part 8, Kyoto, Japan, 9-12 August, 2010.- P.427-430.
10. *Mkrtchyan F.A.* The problem of statistical learning decision-making for the small sample size in geoinformation monitoring// American Journal of Mathematics and Statistics.- 2013.-V.3.-No.6.- P. 346-348.
11. *Mkrtchyan F. A.*. About of Statistical Decisions in Remote Monitoring. Procedings of the 14th International Symposium on Microwave and Optical Technology, Kuala-Lumpur, Malaysia, October 28-31, 2013.- P. 99-102.

БП 2 | 14-23 | Фото 17, 22 рис. 9

ОЦЕНКА СПЕКТРАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

К.ф.-м.н., доцент **Климов В.В.**, д.ф.-м.н., проф. **Мкртчян Ф.А.**
(Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Москва)

AN ASSESSMENT OF SPECTRAL PARAMETERS BY THE FINITE DIFFERENCE METHOD

Klimov V.V., Mkrtchyan F.A.

Рус. Рез. англ.

Алгоритм, последовательность, спектральные параметры, конечная разность

Algorithm, sequence, spectral parameters, finite difference

Предложен алгоритм для оценки спектральных параметров числовых рядов наблюдений, доставляемых системой мониторинга неравномерно во времени и фрагментарно по пространству. Алгоритм основан на анализе последовательности конечных разностей с использованием тригонометрических разложений и решения соответствующего матричного уравнения.

An algorithm is proposed for the assessment of spectral parameters of numerical sets of observations delivered by the monitoring system irregularly in the time and fragmentary on the space. Algorithm is based on the analysis of the sequence of finite differences with the use of trigonometric decomposition and solution of the respective matrix equation.

Задача оценки спектральных параметров возникает при обработке и анализе данных мониторинга подсистем окружающей среды [9]. Здесь излагается один из возможных алгоритмов решения этой задачи.

Пусть имеется ряд числовых наблюдений $y_1, y_2, \ldots y_m$ с интервалами аргумента (времени) равными g и со средним значением ординат, равным y_{cp}. Положим, что данный временной ряд можно аппроксимировать суммой синусоидальных компонент с неизвестными амплитудами r_i, периодами T_i и начальными фазами α_i. Число N синусоидальных компонент в практической ситуации часто бывает неизвестным. Тогда какую - либо ординату y_s можно представить в виде:

$$y_s = y_{cp} + \sum_{i=1}^{N} r_i \sin\left(\frac{2\pi}{T_i} sg + \alpha_i\right) \qquad (1)$$

Интервал аргумента g ограничивает сверху интервал возможных угловых частот синусоидальных компонент выражения (1), т.к. при выборе шага наблюдения g нельзя выявить периоды, меньше чем $2g$ или угловые частоты, больше чем π/g. Требуется по наблюдениям $y_1, y_2, \ldots y_m$ определить число синусоидальных компонент N, а также неизвестные амплитуды r_i, периоды T_i и начальные фазы α_i, где i=1,...,N. В дальнейшем будем полагать, что среднее значение y_{cp} нам неизвестно. Для случая неизвестного y_{cp} легко получить хорошую оценку y_{cp} * [1,4]:

жащее определению, равно $N = k_0 - 1$. Теперь задача состоит в определении параметров $\{r_i, T_i, \alpha_i\}$ $i=1,\ldots,N$ из системы уравнений

$$\sum_{i=1}^{N} A_i \lambda_i^k = B_k ; k = 0,1,2,\ldots,2N-1 \tag{20}$$

Можно определить параметры $\{A_i, \lambda_i\}, i = 1,\ldots,N$. В работе [3] показано, что параметры $\{A_i, \lambda_i\}, i = 1,\ldots,N$. являются корнями уравнения

$$P(\lambda) = \frac{1}{\det B(NxN)} \det \begin{Vmatrix} B_0 & B_1 & \ldots & B_N \\ B_1 & B_2 & \ldots & B_{N+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ B_{N-1} & B_N & \ldots & B_{2N-1} \\ 1 & \lambda & \ldots & \lambda^N \end{Vmatrix} = 0 \tag{21}$$

После того, как из решения уравнения (21) определены параметры $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N$, периоды $T_1, T_2, \ldots, T_N$ определяются из (6):

$$T_i = \frac{\pi g}{\arcsin(0,5\sqrt{\lambda_i}} ; i = 1,2,\ldots,N \tag{22}$$

Периоды T_i определяются однозначно в том случае, когда интервал аргумента меньше половины периода T_i, что должно выполняться в рассматриваемом случае в соответствии с постановкой задачи. Параметры $\{r_i, \alpha_i\}$, $i=1,\ldots,N$ можно определить методом наименьших квадратов. Следует отметить, что после определения числа N для оценки параметров $\{r_i, T_i, \alpha_i\}$ $i=1,\ldots,N$ можно использовать метод Брунса [7], который применим лишь в том случае, когда заранее известно число синусоидальных компонент и основан, как и предлагаемый метод, на использовании центральных конечных разностей четного порядка для определения параметров $\{r_i, T_i, \alpha_i\}$ $i=1,\ldots,N$.

Вследствие того, что область значений A_i в (6) содержит как положительные. так и отрицательные значения $A_i \in [-r_i, r_i], i = 1,\ldots,N$ вероятен случай, как следует из выражения (18), обращение в нуль при определенных значениях параметров $\{N_i, r_i, T_i, \alpha_i\}$ некоторых определителей из последовательности $\{\det B(k \times k), k=1,2,3,..\}$ и в случае $k<N$, т.е. возможно неоднозначное решение задачи определения числа синусоидальных составляющих при использовании рассмотренного метода. Чтобы устранить неоднозначность определения числа N можно повторить описанную процедуру для различных значений $y_{s1}, y_{s2}, \ldots, y_{sk}$ или использовать модифицированный вариант предлагаемого метода.

Литература

1. Андерсон Т.. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976.
2. Голд Б., Рейдер Ч.. Цифровая обработка сигналов. М.: Сов. Радио, 1973.
3. Кальницкий Л.А., Добротин Д.А., Жевержеев В.Ф.. Специальный курс высшей математики для ВУЗов. М.:Высшая школа, 1976.

4. Кендалл М.Дж., Стюарт А.. Многомерный статистический анализ и временные ряды. М.: Наука, 1976.
5. Кнопков П.С.. Оптимальные оценки параметров стохастических систем. Киев: Наукова думка, 1981.
6. Ланкастер П.. Теория матриц. М.: Наука, 1978.
7. Серебренников М.Г., Первозванский А.А.. Выявление скрытых периодичностей. М.:Наука, 1965.
8. Хеннан Э.. Многомерные временные ряды. М.: Мир, 1974.
9. Klimov V.V., Krapivin V.F., Mkrtchyan F.A. The results of studies based on optical identifier for the Pacific, lake Baikal and South Vietnam. Proceedings of the International Symposium “ Some Aspects of Contemporary Issues in Ecoinformatics”, 20th March 2015, Hochiminh City, Vietnam. Institute of Applied Mechanics and Informatics, Vietnam Academy of Science and Technology, Hochiminh City, 2015, pp. 12-19.