ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО НАУЧНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ

ВСЕРОССИЙСКИЙ ИНСТИТУТ НАУЧНОЙ И ТЕХНИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ВИНИТИ РАН)

# НАУЧНО • ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Серия 2. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ И СИСТЕМЫ

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК

Издается с 1961 г. № 8 Москва 2015

# ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 004.89 : 510.6

В.К. Финн

## Обнаружение эмпирических закономерностей в последовательностях баз фактов посредством ДСМ-рассуждений*

*Рассматривается ранее введенное определение эмпирических закономерностей (ЭЗК) посредством ДСМ-рассуждений. В этих определениях использовались функционалы степени противоречивости для расширяемых множеств порождаемых гипотез.*

*Новые определения ЭЗК (эмпирических законов и эмпирических тенденций) формулируются посредством предикатов сохранения типов истинностных значений (фактической истины, фактической лжи, фактического противоречия и неопределенности). Показано, что ранее введенные определения являются следствием новых определений.*

*Рассматривается множество возможных вариантов определения ЭЗК, формулируемые посредством различных стратегий ДСМ-рассуждений (правил индуктивного вывода), которые образуют дистрибутивные решетки. Предлагается использовать отображение множества ДСМ-стратегий на множество эмпирических закономерностей и обратное отображение множества ЭЗК во множество ДСМ-стратегий.*

* Работа выполнена при поддержке проекта РФФ № 14-07-00856а и Программы фундаментальных исследований Президиума РАН П15 «Информационные, управляющие и интеллектуальные технологии и системы»

*Определение ЭЗК применяется для усиления критерия демаркации К.Р.Поппера, характеризующего исследование, использующее эмпирические данные, как завершенное научное исследование.*

**Ключевые слова:** *ДСМ-рассуждение, эмпирические закономерности, правила индуктивного вывода, правила вывода по аналогии, абдукция, предикаты сохранения типов истинностных значений, дистрибутивные решетки, критерий демаркации*

## §1. КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ДСМ-МЕТОД АВТОМАТИЧЕСКОГО ПОРОЖДЕНИЯ ГИПОТЕЗ

Компьютерные интеллектуальные системы (интеллектуальные системы: сокращение – ИС) характеризуются своим строением, содержанием процедур и целями применений. ИС имеет три подсистемы – Решатель задач, базу фактов (БФ) и базу знаний (БЗ), комфортный (для пользователя) интерфейс. Таким образом: ИС = (БФ + БЗ) + Решатель задач + комфортный интерфейс.

БФ содержит представления отношений посредством элементарных высказываний используемого языка (таковым естественно выбрать язык логики предикатов 1-го порядка). БЗ содержит аксиомы структуры данных, дескриптивные утверждения (в том числе, аксиомы), характеризующие предметную область, а также задания процедур, применяемых к БФ и БЗ.

Существенным допущением относительно БФ и БЗ является их **открытость**, позволяющая осуществлять как обучение на примерах из БФ, так и порождение обобщений, расширяющих БЗ.

БФ и БЗ образуют **информационную среду ИС**, к которой применим Решатель задач, состоящий из трех модулей – Рассуждателя, Вычислителя и Синтезатора.

Рассуждатель реализует взаимодействие различных недедуктивных выводов и дедукции, образующих целенаправленное **рассуждение**, Вычислитель осуществляет обработку числовых данных, обеспечивая рассуждение соответствующими посылками, а Синтезатор формирует различные стратегии рассуждения и координирует взаимодействие Рассуждателя и Вычислителя.

Целями ИС является автоматизация, поддержка и усиление познавательной деятельности человека в реальное время решения соответствующих задач. Достижение этих целей осуществляется посредством формализации и алгоритмизации эвристик, имитирующих и усиливающих познавательные способности человека, которыми являются выделение существенных характеристик в данных, рассуждения и подбор посылок, релевантных подцелям решения задачи, порождение гипотез и их принятие посредством объяснения начальных данных, рефлексия, оценивающая достигнутые результаты, принятие решений на основе аргументов и контраргументов.

Реализация этих познавательных способностей создаст возможности имитировать процесс «анализ данных – предсказание – объяснение полученных результатов».

Этот процесс можно автоматизировать в ИС, если формализовать эвристики, являющиеся взаимодействием **индукции** (для анализа данных), аналогии (для предсказания изучаемых эффектов с использованием прошлого опыта) и абдукции [1] (для принятия гипотез посредством объяснения начальных данных).

ИС, реализующие эти познавательные способности основаны на следующих четырех принципах:

(1) принципе адекватности Решателя задач (в том числе Рассуждателя) предметной области,

(2) принципе формализуемости сходства изучаемых примеров,

(3) принципе представления знаний посредством **открытых** (расширяемых) теорий, пополняющих базы знаний (БЗ),

(4) принципе организации ИС как человеко-машинной (партнерской) системы.

Выполнение (1) – (4) в ИС с указанным выше строением обеспечивают knowledge discovery, которое пополняет БЗ.

В [1-3] был представлен ДСМ-метод автоматического порождения гипотез (ДСМ-метод АПГ), главной компонентой которого является ДСМ-рассуждения*. ДСМ-метод АПГ является методологическим, логическим и алгоритмическим средством создания интеллектуальных систем для различных предметных областей в науках о жизни и социальном поведении [5-8].

**Замечание 1-1.** Корректное применение компьютерных систем (вычислительных, комбинаторно-вычислительных, интеллектуальных [9]) возможно лишь при выполнении принципа адекватности Решателя задач используемой предметной области. Для этого следует выделить три типа предметных областей (говоря точнее, три типа моделей или систем отношений):

**W1**. Множества случайных событий («мир 1»),

**W2.** Множества объектов, обладающих некоторыми эффектами, такие, что наличие (отсутствие) этих эффектов **вынуждается** строением этих объектов («мир 2»)†;

**W3.** Множества объектов, обладающих некоторыми эффектами, таких, что наличие (отсутствие) этих эффектов вынуждается как строением этих объектов, так и влиянием случайных обстоятельств.

Анализ данных предметных областей типа **W1** естественно осуществлять методами теории вероятностей и математической статистики [10]. Для анализа данных предметных областей типа **W2** следует применять методы качественного (нестатистического) анализа данных. Для предметных областей типа **W3**

* ДСМ-метод АПГ формализует средствами современной логики известные пять индуктивных методов (канонов) Д.С. Милля [4].

† В науках о человеке «объектами» являются субъекты и их объединения.

применимы комбинации средств анализа данных для **W1** и **W2** [11].

В настоящей статье рассматриваются предметные области типа **W2**, а условия, вынуждающие наличие или отсутствие эффектов, интерпретируются как **причины,** которые представимы посредством отношения «причина – следствие». В силу этого ДСМ-метод АПГ является средством каузального (нестатистического) анализа данных, условиями применимости которого в предметных областях типа **W2** являются следующие их спецификации: (W2-1) сходство фактов, принадлежащих **W2** должно быть формализовано и представимо посредством нижней полурешетки[‡]; (W2-2) исходное множество данных – база фактов (БФ) должна содержать как позитивные факты, изучаемого явления ((+)-факты), так и негативные факты ((–)-факты); (W2-3) в базе фактов должно быть в неявном виде представлено отношение «причина – следствие» как для (+)-фактов, так и для (–)-фактов.

ДСМ-метод АПГ имеет семь компонент: условия применимости W2-1, W2-2, W2-3 (они могут быть формализованы); ДСМ-рассуждения, открытые квазиаксиоматические теории (КАТ), являющиеся средствами представления знаний; метатеоретическое исследование предметной области и ДСМ-рассуждений (в том числе, дедуктивная имитация ДСМ-рассуждений [14] и процедурная семантика [1]), средства распознавания эмпирических закономерностей [15], дистрибутивные решетки индуктивных процедур [3], интеллектуальные системы типа ДСМ (ИС-ДСМ). Рассмотрим подробнее две компоненты ДСМ-метода АПГ – ДСМ-рассуждения и распознавание эмпирических закономерностей (ЭЗК).

В [1, 2, 16, 19] рассмотрены язык представления знаний ДСМ-метода АПГ JSM-L для фактов, гипотез и правил правдоподобного вывода и соответствующая им процедурная семантика PrSem [1].

Традиционной структурой данных ДСМ-метода АПГ и ИС-ДСМ является пара булевых алгебр $B_1 = \langle 2^{U(1)}, \varnothing, U^{(1)}, -, \cap, \cup \rangle$ и $B_2 = \langle 2^{U(2)}, \varnothing, U^{(2)}, -, \cap, \cup \rangle$ для объектов (подобъектов) из $U^{(1)}$ и свойств из $U^{(2)}$, соответственно. Исходными же предикатами ДСМ-метода АПГ являются $X \Rightarrow_1 Y$ и $V \Rightarrow_2 W$ – «объект X обладает множеством свойств Y» и «V – причина W», соответственно[§].

Производными предикатами являются М-предикаты для формализации правил индуктивного вывода и П-предикаты для формализации выводов по аналогии [1-3].

Минимальным М-предикатом простого положительного сходства является предикат $M^{+}_{a,n}(V,W)$, определяемый посредством пяти компонент (инвариантов формализации индуктивных методов Д.С. Милля [4]). Таковыми являются экзистенциальное условие (ЭУ), условие сходства (СХ), эмпирическая зависимость (ЭЗ), условие исчерпываемости сходных примеров (УИ), параметр *k*, представляющий число сходных примеров (для задания их нижней границы). В соответствии с условием применимости ДСМ-метода АПГ (W2-2) определяется как предикат $M^{+}_{a,n}(V,W)$ для (+)-фактов и (+)-примеров (предсказаний относительно предиката $X \Rightarrow_1 Y$, расширяющих отношение, представимое этим предикатом), так и предикат $M^{-}_{a,n}(V,W)$ для (–)-фактов и (–)-примеров. Индекс «*a*» является именем индуктивного метода сходства Д.С. Милля (он использовал термин «agreement» вместо «similarity»).

JSM-L использует бесконечнозначную логику с истинностными значениями, представляющими степени правдоподобия порождаемых гипотез. Эти истинностные значения образуют пару $\langle \nu, n \rangle$, где $\nu$ – тип истинностного значения, а $n$ – число применений правил правдоподобного вывода (индукции и аналогии), выражающее степень правдоподобия фактов ($n = 0$) и гипотез ($n > 0$).

В ДСМ-методе АПГ имеются четыре типа правил правдоподобного вывода [1-3] для индукции и аналогии, порождающие гипотезы с типом истинностного значения «фактическая истина» (обозначаемым посредством «1»), с типом истинностного значения «фактически ложно» (обозначаемым посредством «-1»), с типом истинностного значения «фактически противоречиво» (обозначаемым посредством «0»). Четвертым типом истинностных значений является «неопределенность», обозначаемая посредством «τ». Истинностные значения с типами 1, -1, 0 представимы посредством пар $\overline{\nu} = \langle \nu, n \rangle$, где $\nu \in \{1, -1, 0\}$, а $n \in N$, $N$ – множество натуральных чисел. Посредством же $(\tau, n)$ обозначается множество **возможных** истинностных значений, выражающее неопределенность заданную посредственность рекуррентного соотношения $(\tau, n) = \{\langle 1, n+1 \rangle, \langle -1, n+1 \rangle, \langle 0, n+1 \rangle\} \cup (\tau, n+1)$.

Типы истинностных значений 1, -1, 0, τ соответствуют семантике четырехзначной логики аргументации [17, 18]: 1, если есть аргументы «за» и нет аргументов «против»; -1, если нет аргументов «за» и есть аргументы «против»; 0, если есть аргументы «за» и есть аргументы «против»; τ, если нет ни аргументов «за», ни аргументов «против».

Множество **фактических** истинностных значений $V_{in} = \{\langle \nu, n \rangle \mid (\nu \in \{1, -1, 0\}) \;\&\; (n \in N)\} \cup \{(\tau, n) | n \in N\}$ при $n>0$ является оценками порождаемых гипотез, а при $n=0$ – оценкой фактов из БФ.

Для представления фактов и гипотез, выразимых посредством $X \Rightarrow_1 Y$ и гипотез, выразимых посредством $V \Rightarrow_2 W$, где X, V – переменные, областью определения которых является $2^{U(1)}$, а Y, W – переменные, областью определения которых является $2^{U(2)}$, применяется *J*-оператор [20] $J_{\overline{\nu}}$ такой, что $\nu \in V_{in}$, а областью его значений является $\{t, f\}$, где $t$, $f$ – истинностные значения двузначной логики.

Формулы JSM-L $J_{\langle \nu,\ 0 \rangle}(X \Rightarrow_1 Y)$ и $J_{\langle \nu,\ n \rangle}(X \Rightarrow_1 Y)$, $J_{\langle \nu,\ n \rangle}(V \Rightarrow_2 W)$, где $n > 0$, используются для представления фактов и гипотез, соответственно, где $\nu \in \{1, -1, 0\}$. Аналогично $J_{(\tau,0)}$ $(X \Rightarrow_1 Y)$, $J_{(\tau,0)}$ $(V \Rightarrow_2 W)$ и

[‡] Алгебраическая операция сходства идемпотентна, коммутативна и ассоциативна, а соответствующее отношение есть отношение толерантности [12, 13].

[§] Имеются варианты ДСМ-метода АПГ с другими исходными предикатами для обобщенного ДСМ-метода и обратного ДСМ-метода [14; 17, Часть III, Гл. 3, с. 446-491).

$J_{(\tau, n)}(X \Rightarrow_1 Y)$, $J_{(\tau, n)}(V \Rightarrow_2 W)$, где $n>0$, используются для представления фактов и гипотез, соответственно. Факты и гипотезы будем называть (σ)-примерами, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Для определения М-предикатов и П-предикатов будем использовать оператор $J_{(\nu, n)}$, где $J_{(\nu, n)}$ есть $\bigvee_{i=0}^{n} J_{\langle \nu, i \rangle}$, а $\nu \in \{1, -1, 0\}$. $J_{(\nu, n)}$ применяется для представления итераций применения правил правдоподобного вывода.

Рассмотрим компоненты предиката $M^{+}_{a,n}(V,W)$**.

$(ЭУ)^{+}$ $J_{(1, n)}(X_1 \Rightarrow_1 Y_1) \& \ldots \& J_{(1, n)}(X_k \Rightarrow_1 Y_k)$,

(СХ) $(X_1 \cap \ldots \cap X_k = V) \& \neg(V = \varnothing)$,

$(ЭЗ)^{+}$ $\forall X \forall Y ((J_{(1, n)}(X \Rightarrow_1 Y) \& (V \subset X)) \rightarrow$

$\rightarrow ((W \subseteq Y) \& \neg(W = \varnothing) \& (\bigvee_{i=1}^{k} (X_i = X))))$,

где условие исчерпываемости сходных примеров есть (УИ) $(\bigvee_{i=1}^{k} (X_i = X))$,

(k) $k \geq 2$ есть возможная нижняя граница числа сходных (+)-примеров††.

Определим параметрический предикат $\tilde{M}^{+}_{a,n}(V,W,k)$, зависящий от параметра $k$:

$$\tilde{M}^{+}_{a,n}(V,W,k) \rightleftharpoons \exists X_1 \exists Y_1 \ldots \exists X_k \exists Y_k ((ЭУ)^{+} \& (СХ) \& (ЭЗ)^{+} \& (УИ) \& (k \geq 2),$$

где «$\rightleftharpoons$» - «равенство по определению».

Предикат позитивного сходства теперь определим следующим образом: $M^{+}_{a,n}(V,W) \rightleftharpoons \exists k \, \tilde{M}^{+}_{a,n}(V,W,k)$.

Определим также предикат негативного сходства $M^{-}_{a,n}(V,W)$ для (–)-примеров следующим образом: в $(ЭУ)^{+}$ $J_{(1, n)}(X_i \Rightarrow_1 Y_i)$ заменим на $J_{(-1, n)}(X_i \Rightarrow_1 Y_i)$, а в $(ЭЗ)^{+}$ $J_{(1, n)}(X \Rightarrow_1 Y)$ заменим на $J_{(-1, n)}(X \Rightarrow_1 Y)$ и получим $(ЭУ)^{-}$ и $(ЭЗ)^{-}$, соответственно. Определим $\tilde{M}^{-}_{a,n}(V,W,k) \rightleftharpoons \exists X_1 \exists Y_1 \ldots \exists X_k \exists Y_k ((ЭУ)^{-} \& (СХ) \& (ЭЗ)^{-} \& (УИ) \& (k \geq 2)$ и $M^{-}_{a,n}(V,W) \rightleftharpoons \exists k \, \tilde{M}^{-}_{a,n}(V,W,k)$.

**Замечание 2-1.** Предикат $M^{-}_{a,n}(V,W)$ определен в предположении, что (–)-причины вынуждают отсутствие изучаемого эффекта с той же «силой», что и (+)-причины. Возможен также и другой случай, когда (–)-причины «слабее» (+)-причин, являясь препятствием для появления эффекта. Тогда $(ЭЗ)^{-}$ сформулируем следующим образом:

$$(ЭЗ)^{-} \exists X \exists Y ((J_{(-1, n)}(X \Rightarrow_1 Y) \& \neg(W = \varnothing) \& (W \subseteq Y)) \rightarrow \rightarrow ((V \subset X) \& (\bigvee_{i=1}^{k} (X = X_i)))).$$

Условия применимости ДСМ-метода АПГ для некоторой предметной области типа W2 теперь могут быть **уточнены** следующим образом. (W2-1) средствами булевой алгебры $B_1$ представимо как (СХ) $(X_1 \cap \ldots \cap X_k = V) \& \neg(V = \varnothing)$. (W2-2) представимо посредством $(ЭУ)^{\sigma}$, где $\sigma \in \{+,-\}$, это означает, что выполнима $\exists V \exists W \, (M^{+}_{a,n}(V,W) \vee M^{-}_{a,n}(V,W))$. (W2-3) представимо аксиомами каузальной полноты $АКП^{\sigma}$, где $\sigma \in \{+, -\}$ [1, 16]:

$$(АКП)^{+} \forall X \forall Y \exists k \exists V_1 \exists W_1 \ldots \exists V_k \exists W_k \, (J_{\langle 1,0 \rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \rightarrow$$
$$\rightarrow \exists n_1 \ldots \exists n_k ((\mathop{\&}_{i=1}^{k} J_{\langle 1,n_i \rangle}(V_i \Rightarrow_2 W_i) \& (V_i \subset X) \&$$
$$\& \neg(V_i = \varnothing) \& \neg(W_i = \varnothing)) \& (\bigcup_{i=1}^{k} W_i = Y))).$$

Аналогично формулируется $АКП^{-}$ с заменой $J_{\langle 1, 0 \rangle}$ на $J_{\langle -1, 0 \rangle}$ и $J_{\langle 1, n_i \rangle}$ на $J_{\langle -1, n_i \rangle}$.

$АКП^{+}$ и $АКП^{-}$ являются условиями, выражающими **достаточное основание** правдоподобного вывода, которое реализуется посредством принятия гипотез применением абдукции или абдуктивной сходимости для последовательности вложенных баз фактов [1, Часть I].

Все пять индуктивных методов Д.С. Милля [4] были формализованы в [2] – методы сходства, различия, сходства-различия, остатков и сопутствующих изменений. Методы различия и сходства-различия получены посредством усиления метода сходства [1, 2]. Кроме того, эти индуктивные методы усиливаются посредством условий запрета на контрпримеры

$(b)^{+}$ $\forall X \forall Y (((V \subset X) \& (W \subseteq Y)) \rightarrow (J_{(1,n)}(X \Rightarrow_1 Y) \vee \vee J_{(\tau,n)}(X \Rightarrow_1 Y)))$,

$(b)^{-}$ $\forall X \forall Y (((V \subset X) \& (W \subseteq Y)) \rightarrow (J_{(-1, n)}(X \Rightarrow_1 Y) \vee \vee J_{(\tau, n)}(X \Rightarrow_1 Y)))$.

Предикаты сходства, различия, сходства-различия, сходства с запретом на контрпримеры (как позитивные, так и негативные) являются **базисными** – они используются для определения методов остатков и сопутствующих изменений [2].

В [3] рассмотрены решетки интенсионалов и экстенсионалов для базисных предикатов, где $M^{\sigma}_{a,n}(V, W)$, $M^{\sigma}_{ab,n}(V, W)$, $M^{\sigma}_{ad_0,n}(V, W)$, $M^{\sigma}_{ad_0 b,n}(V, W)$, где $\sigma \in \{+,-\}$, являются, соответственно, предикатами сходства, сходства с запретом на контрпримеры, различия, различия с запретом на контрпримеры.

Посредством $a^{\sigma}$, $(ab)^{\sigma}$, $(ad_0)^{\sigma}$, $(ad_2)^{\sigma}$, где $\sigma \in \{+,-\}$ обозначим имена базисных $M^{\sigma}$-предикатов. Положим, что $(ab)^{\sigma} = a^{\sigma} b^{\sigma}$, $(ad_0)^{\sigma} = a^{\sigma} d_0^{\sigma}$, $(ad_2)^{\sigma} = a^{\sigma} d_2^{\sigma}$. $I^{\sigma} = \{a^{\sigma}, (ab)^{\sigma}, (ad_0)^{\sigma}, (ad_2)^{\sigma}\}$ – множество базисных имен.

Решетки и подрешетки интенсионалов $M^{\sigma}$-предикатов будем представлять посредством элементов множества $I^{\sigma}$ и его замыкания посредством операций ° (Inf) и ∧ (Sup) [3].

Заметим, что интенсионалом $M^{\sigma}$-предиката является его определение, сформулированное в языке JSM-L [3].

На множестве $I^{+}$ определяется отношение частичного порядка $\geq$ следующим образом: $x_1 \geq x_2 \rightleftharpoons \rightleftharpoons \forall X \forall Y \, (M^{+}_{x_1,n}(V, W) \rightarrow M^{+}_{x_2,n}(V, W))$, где «→» –

** Параметр $n$ представляет число шагов правдоподобных выводов (индукции и аналогии).

†† Эта граница может быть увеличена в ходе экспериментального препроцессинга.

импликация двузначной логики, а $x_1, x_2 \in I^+$ [3]. Аналогично определяется $y_1 \geq y_2$ для $y_1, y_2 \in I^-$.

Предикаты $M^{\sigma}_{z_1,n}$(V, W) и $M^{\sigma}_{z_2,n}$(V, W), где $\sigma \in \{+,-\}$, а $z_1, z_2 \in I^{\sigma}$, называются логически зависимыми, если $(z_1 \geq z_2) \vee (z_2 \geq z_1)$. Предикаты $M^{\sigma}_{z_1,n}$(V, W) и $M^{\sigma}_{z_2,n}$(V, W) называются логически независимыми, если $\exists V \exists W(M^{\sigma}_{z_1,n}(V, W)\ \&\ \neg M^{\sigma}_{z_2,n}(V, W))\ \&$ $\&\exists V \exists W\ (M^{\sigma}_{z_2,n}(V, W)\ \&\ \neg M^{\sigma}_{z_1,n}(V, W))$. Посредством $M^{\sigma}_{z_1,n}(V, W) \parallel M^{\sigma}_{z_2,n}(v, W)$ обозначается логическая независимость $M^{\sigma}$–предикатов (используется также сокращение: $z_1 \parallel z_2$) [3].

$I^{\sigma}$ является множеством элементов, порождающих решетки интенсионалов $IntL^{\sigma}$ ($\sigma \in \{+, -\}$ посредством операций $\circ$ и $\wedge$, определяемых ниже (для определенности рассмотрим $M^+$-предикаты)

$$\mathrm{Inf}\,(x_1, x_2) = \begin{cases} x_2, \text{ если } x_1 \geq x_2 \\ v, \text{ если } x_1 \parallel x_2 \end{cases},$$

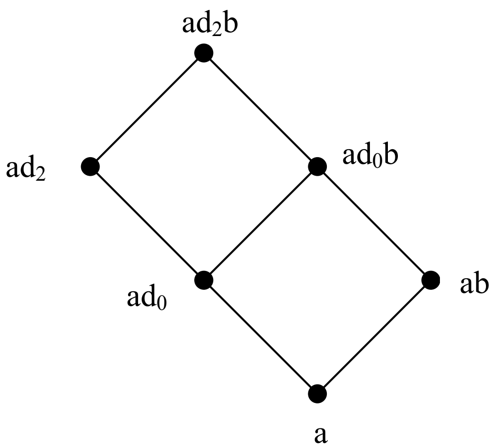
где для v выполняется условие $(x_1 \geq v\ \&\ x_2 \geq v)\ \&$ $\&\ \forall z(\neg(z = v)\ \&\ (x_1 \geq z\ \&\ x_2 \geq z)) \to v \geq z)$, Inf $(x_1, x_2)$ – наибольшая нижняя грань;

$$\mathrm{Sup}\,(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1, \text{ если } x_1 \geq x_2 \\ v, \text{ если } x_1 \parallel x_2 \end{cases},$$

где для v выполняется условие $(v \geq x\ \&\ v \geq x_2)\ \&$ $\&\ \forall z((z \geq x_1\ \&\ z \geq x_2) \to z \geq v)$, Sup $(x_1, x_2)$ – наименьшая верхняя грань.

Таким образом, $x_1 \circ x_2 \rightleftharpoons \mathrm{Inf}\,(x_1, x_2)$, $x_1 \wedge x_2 \rightleftharpoons \mathrm{Sup}\,(x_1, x_2)$.

Аналогично определяются $y_1 \circ y_2$ и $y_1 \wedge y_2$, для $M^-$-предикатов, образующих $IntL^-$. На рисунке представлены изоморфные решетки интенсионалов $M^{\sigma}$-предикатов [3][‡‡]:




Рисунок

Таким образом, $IntL^{\sigma} = \langle\{a^{\sigma}, (ab)^{\sigma}, (ad_0)^{\sigma}, (ad_0b)^{\sigma}, ad_2, (ad_2b)^{\sigma}\}, \circ, \wedge\rangle$.

В [3] также определяются экстенсионалы $M^{\sigma}$-предикатов и соответствующие им решетки $ExtL^{\sigma}$. Если $x \in I^+$ и $y \in I^-$, то $\mathrm{Ext}\,M^+_{x,n}(V, W) = \{\langle V, W\rangle |\ M^+_{x,n}(V, W)\}$ и $\mathrm{Ext}\,M^-_{y,n}(V, W) = \{\langle V, W\rangle | M^-_{y,n}(V, W)\}$. В $ExtL^{\sigma}$ отношением частичного порядка является $\subseteq$, а соответствующими операциями – $\cap$ и $\cup$.

Определим теперь ДСМ-рассуждение, характеризуемое выбором $M^+_{x,n}(V, W)$, $M^-_{y,n}(V, W)$ и применением к ним отрицания ($\neg$), где x принадлежит $IntL^+$, а y принадлежит $IntL^-$.

Правила правдоподобного вывода (п.п.в.-1), формализующие индуктивные процедуры ДСМ-рассуждений, соответствуют выбору элементов решеток $IntL^+$ и $IntL^-$ так, что имеются четыре возможные комбинации $M^+_{x,n}(V, W), \neg M^-_{y,n}(V, W)$; $\neg M^+_{x,n}(V, W), M^-_{y,n}(V, W)$; $M^+_{x,n}(V, W), M^-_{y,n}(V, W)$; $\neg M^+_{x,n}(V, W), \neg M^-_{y,n}(V, W)$. Этим комбинациям соответствуют гипотезы с типами истинностных значений 1 (фактическая истина), -1 (фактическая ложь), 0 (фактическое противоречие), τ (неопределенность)

$$(\mathrm{I})^+_{x,y}\ \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), M^+_{x,n}(V,W)\ \&\ \neg M^-_{y,n}(V,W)}{J_{\langle 1,n+1\rangle}(V \Rightarrow_2 W)},$$

$$(\mathrm{I})^-_{x,y}\ \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), \neg M^+_{x,n}(V,W)\ \&\ \neg M^-_{y,n}(V,W)}{J_{\langle -1,n+1\rangle}(V \Rightarrow_2 W)},$$

$$(\mathrm{I})^0_{x,y}\ \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), M^+_{x,n}(V,W)\ \&\ \neg M^-_{y,n}(V,W)}{J_{\langle 0,n+1\rangle}(V \Rightarrow_2 W)},$$

$$(\mathrm{I})^{\tau}_{x,y}\ \frac{J_{(\tau,n)}(V \Rightarrow_2 W), \neg M^+_{x,n}(V,W)\ \&\ \neg M^-_{y,n}(V,W)}{J_{\langle \tau,n+1\rangle}(V \Rightarrow_2 W)}.$$

Каждому из правил вывода $(\mathrm{I})^{\sigma}_{x,y}$ , где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, соответствует пара $\langle x, y\rangle$ такая, что она является элементом произведения решеток интенсионалов $Int(\lambda_1 L^+) \times Int(\lambda_2 L^-)$, где $\lambda_i$ есть $\neg$ или его отсутствие, ($Int(\neg L^{\sigma})$ есть решетка, порожденная $\neg M^+_{x,n}(V, W)$ или $\neg M^-_{y,n}(V, W)$ [3]). Таким образом, каждому из правил индуктивного вывода (п.п.в.-1) $(\mathrm{I})^{\sigma}_{x,y}$ соответствует произведение решеток интенсионалов: $IntL^+ \times Int(\neg L^-)$ для $(\mathrm{I})^+_{x,y}$, $Int(\neg L^+) \times Int(L^-)$ для $(\mathrm{I})^-_{x,y}$, $IntL^+ \times IntL^-$ для $(\mathrm{I})^0_{x,y}$, $Int(\neg L^+) \times Int(\neg L^-)$ для $(\mathrm{I})^{\tau}_{x,y}$.

ДСМ-рассуждение является **синтезом** (и взаимодействием) трех познавательных процедур – индукции, аналогии и абдукции. Выше было отмечено, что индукция используется для порождения гипотез о (±)-причинах в результате анализа данных в БФ посредством установления сходств (σ)-примеров ($\sigma \in \{+, -\}$). Аналогия используется для предсказания изучаемых эффектов в БФ посредством порожденных гипотез о (±)-причинах. И, наконец, ДСМ-

[‡‡] Ради простоты записи верхний индекс σ опущен (а вместо $a^{\sigma}$ и т.д.).

рассуждение завершается применением абдукции для принятия порожденных гипотез посредством объяснения начального состояния БФ [1].

Индукция и аналогия в ДСМ-методе АПГ формализуется посредством правил правдоподобного вывода 1-го и 2-го рода (п.п.в.-1 и п.п.в.-2), соответственно.

Сформулируем п.п.в.-2, предварительно определив предикаты $\Pi_n^{\sigma}(V, W)$ для формализации аналогии ($\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$).

Начальной процедурой ДСМ-метода АПГ является индукция, формализованная посредством п.п.в.-1 $(I)_{x,y}^{\sigma}$, где $\sigma \in \{+, -\}$, $x \in I^{+}$, $y \in \Gamma$. Порожденные посредством п.п.в.-1 гипотезы о ($\pm$)-причинах используются в правилах правдоподобного вывода 2-го рода (п.п.в.-2), которые являются выводами по аналогии. Эти п.п.в.-2 применяются для реализации предсказаний имеющихся фактов с оценкой, выражающей неопределенность. Высказывания, выражающие неопределенность представляются формулами $J_{(\tau, n)}(X \Rightarrow_1 Y)$, где переменные X и Y заменяются константами C и Q, а $n \geq 0$. $J_{(\tau, 0)}(C \Rightarrow_1 Q)$ и $J_{(\tau, n)}(C \Rightarrow_1 Q)$, где $n > 0$, выражают факт и гипотезу, соответственно.

Посылки п.п.в.-2, посредством которых осуществляются предсказания, используют предикаты $\Pi_n^{\sigma}(V, W)$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$. Предикаты $\Pi_n^{+}(V, W)$ и $\Pi_n^{-}(V, W)$ определяются посредством параметрических предикатов $\Pi_n^{\sigma}(V, W, k)$, где $k$ – параметр, выражающий число порожденных гипотез, представленных формулами $J_{(1, n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i)$ и $J_{(-1, n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i)$, которые являются подформулами $\tilde{\Pi}_n^{\sigma}(V, W, k)$, где $i = 1, \ldots, k$ [1, 2].

Предикат $\tilde{\Pi}_n^{+}(V, W, k)$ выражает условие такое, что объект V содержит позитивные причины ((+)-причины) $X_1, \ldots, X_k$ для множеств свойств $Y_1, \ldots, Y_k$, соответственно. Множество свойств W, представляющее изучаемый эффект, покрывается множествами $Y_1, \ldots, Y_k$. Следовательно, $W = Y_1 \cup \ldots \cup Y_k$, где $k$ – параметр. Это условие выразимо формулой (1)

$$((\mathop{\&}_{i=1}^{k} \exists X_i\, (J_{(1, n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i) \,\&\, (X_i \subset V))) \,\&$$
$$\&\, (\bigcup_{i=1}^{k} Y_i = W)).$$

Вторым условием, содержащимся в $\Pi_n^{+}(V, W)$, является условие такое, что V не содержит ни отрицательных причин Z, ни Z таких, что $J_{(0, n)}(Z \Rightarrow_2 U)$ для любого непустого подмножества U множества W. Это условие выразимо формулой (2) $\forall U(((U \subseteq W) \,\&\, \&\, \neg(U = \varnothing)) \rightarrow \neg \exists Z((J_{(-1, n)}(Z \Rightarrow_2 U) \vee J_{(0, n)}(Z \Rightarrow_2 U)) \,\&\, \&\, (Z \subset V)))$.

Определим теперь предикат, представляющий посылку вывода по **аналогии** для (+)-примеров из базы примеров (БП): $\Pi_n^{+}(V, W) \rightleftharpoons \exists k\, \tilde{\Pi}_n^{+}(V, W, k)$,

где

$$\tilde{\Pi}_n^{+}(V, W, k) \rightleftharpoons \exists Y_1 \ldots \exists Y_k(((\mathop{\&}_{i=1}^{k} \exists X_i(X_i \Rightarrow_2 Y_i) \,\&$$
$$\&\, (X_i \subset V))) \,\&\, (\bigcup_{i=1}^{k} Y_i = W)) \,\&\, \forall U\, (((U \subseteq W) \,\&$$
$$\&\, \neg(U = \varnothing)) \rightarrow \neg\exists Z((J_{(-1, n)}(Z \Rightarrow_2 U) \vee J_{(0, n)}(Z \Rightarrow_2 U)) \,\&$$
$$\&\, (Z \subset V))).$$

$\Pi_n^{-}(V, W)$ определяется аналогично посредством замены в (1) $J_{(1, n)}$ на $J_{(-1, n)}$ и $J_{(-1, n)}$ на $J_{(1, n)}$ в (2).

Предикаты $\Pi_n^{0}(V, W)$ и $\Pi_n^{\tau}(V, W)$ определяются следующим образом [1, 2]:

$\Pi_n^{0}(V, W) \rightleftharpoons \exists X_1 \exists Y_1 \exists X_2 \exists Y_2\, (J_{(1, n)}(X_1 \Rightarrow_2 Y_1) \,\&$
$\&\, J_{(-1, n)}(X_2 \Rightarrow_2 Y_2) \,\&\, \neg(Y_1 \cap Y_2 = \varnothing) \,\&\, (X_1 \subset V) \,\&$
$\&\, (X_2 \subset V) \,\&\, (Y_1 \subseteq W) \,\&\, (Y_2 \subseteq W)) \vee$
$\vee\, \exists X \exists Y(J_{(0, n)}(X \Rightarrow_2 Y) \,\&\, (X \subset V) \,\&\, (Y \subseteq W)),$

$\Pi_n^{\tau}(V, W) \rightleftharpoons \neg(\Pi_n^{+}(V, W) \vee \Pi_n^{-}(V, W) \vee$
$\vee\, \Pi_n^{0}(V, W)).$

Из определений $\Pi_n^{\sigma}(V, W)$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$ следуют утверждения (*) и (**):

(*) $\forall V \forall W\, (\Pi_n^{+}(V, W) \rightarrow \neg\, \Pi_n^{-}(V, W))$,

(**) $\forall V \forall W\, (\Pi_n^{\sigma}(V, W) \rightarrow \neg\, \Pi_n^{0}(V, W))$,

где $\sigma \in \{+, -\}$;

Из определения $\Pi_n^{\tau}(V, W)$ и утверждений (*) и (**) следует противоречивость $\Pi_n^{\sigma_1}(V, W)$ и $\Pi_n^{\sigma_2}(V, W)$ для $\sigma_1 \neq \sigma_2$ и $\sigma_1, \sigma_2 \in \{+, -, 0, \tau\}$.

Правила правдоподобного вывода для аналогии (п.п.в.-2) формулируются следующим образом:

$$(II)^{+}\ \frac{J_{\langle \tau,n \rangle}(V \Rightarrow_1 W),\, \Pi_n^{+}(V,W)}{J_{\langle 1,n+1 \rangle}(V \Rightarrow_1 W)}\ ,$$

$$(II)^{-}\ \frac{J_{\langle \tau,n \rangle}(V \Rightarrow_1 W),\, \Pi_n^{-}(V,W)}{J_{\langle -1,n+1 \rangle}(V \Rightarrow_1 W)}\,,$$

$$(II)^{0}\ \frac{J_{\langle \tau,n \rangle}(V \Rightarrow_1 W),\, \Pi_n^{0}(V,W)}{J_{\langle 0,n+1 \rangle}(V \Rightarrow_1 W)}\,,$$

$$(II)^{\tau}\ \frac{J_{\langle \tau,n \rangle}(V \Rightarrow_1 W),\, \Pi_n^{\tau}(V,W)}{J_{\langle 1,n+1 \rangle}(V \Rightarrow_1 W)}\,.$$

Формулы $J_{(1, n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i)$ используются для представления сходства (+)-примеров относительно определения $M_{x,n}^{+}(V, W)$ (аналогичное имеет место для $M_{y,n}^{-}(V, W)$). Поэтому следствие п.п.в.-2 $J_{\langle 1, n+1 \rangle}(V \Rightarrow_1 W)$ имеет сходство с (+)-примерами из БП, выразимое (+)-гипотезами, которые представимы посредством формул $J_{(1, n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i)$ (точнее, их реализациями $J_{(1, n)}(C_i \Rightarrow_2 Q_i)$, где $C_i$ и $Q_i$ константы).

Таким образом, следствие п.п.в.-2 $J_{\langle 1,n+1\rangle}(V \Rightarrow_1 W)$ **аналогично** (+)-примерам, которые породили гипотезы $J_{(1,n)}(X_i \Rightarrow_2 Y_i)$. Эти (+)-примеры представлены предикатом $X \Rightarrow_1 Y$. Следовательно, п.п.в.-2 есть вывод **по аналогии**. Подобным образом можно рассмотреть и определение $\Pi_n^-(V, W)$.

Предикат $\Pi_n^0(V, W)$ также представляет вывод по аналогии, так как в определении $\Pi_n^0(V, W)$ содержатся подформулы $J_{(1,\ n)}(X_1 \Rightarrow_2 Y_1)$, $J_{(-1,\ n)}(X_2 \Rightarrow_2 Y_2)$, $J_{(0,\ n)}(X \Rightarrow_2 Y)$.

Утверждение о том, что $\Pi_n^\sigma(V, W)$ есть средство формализации вывода по аналогии основано на теореме обратимости правил правдоподобного вывода в ДСМ-рассуждении [14, Гл. 5, с. 240-286]: $\forall V \forall W(J_{\langle 1,\, n+1\rangle}(V \Rightarrow_2 W) \leftrightarrow (J_{(\tau,\ n)}(V \Rightarrow_2 W)\ \&\ M_{x,n}^+(V, W)\ \&$ $\&\neg M_{y,n}^-(V, W))$, где «$\leftrightarrow$» – логическая связка эквиваленции; $\forall V \forall W(J_{\langle 1,\ n+1\rangle}(V \Rightarrow_1 W) \leftrightarrow (J_{(\tau,\ n)}(V \Rightarrow_1 W)\ \&$ $\&\ \Pi_n^+(V, W)))$ (аналогичны утверждения для $\sigma \in \{-, 0, \tau\}$).

Эти утверждения характеризуют **конструктивность** порождения истинностных значений (±)-гипотез. Условия (СХ), $(ЭЗ)^+$, $(ЭЗ)^-$ выражают амплиативность п.п.в.-1, а, следовательно, и амплиативность п.п.в.-2, так как (±)-гипотезы о причинах, выразимые посредством предиката $X \Rightarrow_2 Y$, являются подформулами $\Pi^\sigma$-предикатов, используемых в п.п.в.-2.

Заметим также, что п.п.в.-1 (индукция), содержащая в посылках предикат $X \Rightarrow_1 Y$, порождают следствия, выразимые предикатом $V \Rightarrow_2 W$, а п.п.в.-2 (аналогия), содержащая в посылках предикат $X \Rightarrow_2 Y$, порождает следствия, содержащие предикат $V \Rightarrow_1 W$. Такими аргументами для получения гипотез о (±)-причинах являются (±)-примеры, выразимые посредством предиката $X \Rightarrow_1 Y$, а аргументами для получения предсказаний (±)-примеров при условии неопределенности являются гипотезы о (±)-причинах, выразимые посредством предиката $V \Rightarrow_2 W$. Следовательно, ДСМ-рассуждения содержат структуру **аргументации**, соответствующую четырехзначной логике аргументации [17, Часть IV, Гл. 3. Стандартные и нестандартные логики аргументации, с. 312-338].

**Замечание 2-1.** Утверждения $\forall V \forall W((J_{(\nu,n)}(V \Rightarrow_1 W)\ \&$ $\&\, \Pi_n^\sigma(V, W)) \rightarrow J_{\langle \nu,\ n+1\rangle}(V \Rightarrow_1 W))$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, а

$$\nu = \begin{cases} 1, \text{ если } \sigma = + \\ -1, \text{ если } \sigma = - \\ 0, \text{ если } \sigma = 0 \\ \tau, \text{ если } \sigma = \tau \end{cases}$$

выражают принцип **индуктивного обобщения:** каждый (τ)-пример, содержащий (+)-причины эффекта, обладает этим эффектом и становится его (+)-примером; каждый (τ)-пример, содержащий (–)-причины эффекта, не обладает этим эффектом и становится его (–)-примером; каждый (τ)-пример $J_{(\tau,\ n)}(V \Rightarrow_1 W)$ такой, что выполняется $\Pi_n^0(V, W)$, становится его (0)-примером.

Таким образом, п.п.в.-2 осуществляют **индуктивное обобщение** посредством предиката $V \Rightarrow_2 W$, которое получает соответствующие оценки $\bar{\nu} = \langle \nu, n+1\rangle$ или $(\tau, n+1)$, уменьшая степень правдоподобия гипотез ($n$ заменяется на $n+1$).

Важно отметить обязательное взаимодействие п.п.в.-1 (с предикатом $V \Rightarrow_2 W$) и п.п.в.-2 (с предикатом $V \Rightarrow_1 W$), что означает неотделимость индукции от аналогии, которую сформулировал Д. Гершель [21].

Таким образом, гипотезы, выразимые посредством предиката $V \Rightarrow_2 W$ **вынуждают** предсказание с соответствующей оценкой $\bar{\nu} = \langle \nu, n+1\rangle$ или $(\tau, n+1)$, представленное предикатом $V \Rightarrow_1 W$. Из строения как М-предикатов, так и П-предикатов следует их **амплиативность**, являющаяся необходимым условием knowledge discovery.

Первым, ранее сформулированным принципом, необходимым для конструирования ИС, имитирующих и поддерживающих познавательную деятельность, является принцип адекватности Решателя задач (в том числе Рассуждателя) исследуемой предметной области.

Формальным представлением этого принципа являются аксиомы каузальной полноты $АКП^{(+)}$ и $АКП^{(-)}$ [1, Часть I, с. 19-20]:

$$АКП^{(+)}\ \forall X \forall Y \exists k\, \exists V_1 \ldots \exists V_k\, \exists W_1 \ldots \exists W_k (J_{\langle 1,\, n\rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \rightarrow$$
$$\rightarrow \exists n_1 \ldots \exists n_k((\mathop{\&}_{i=1}^{k} J_{\langle 1,\, n_i\rangle}(V_i \Rightarrow_2 W_i)\ \&\ (V_i \subset X)\ \&$$
$$\&\neg(V_i = \varnothing)\ \&\ \neg(W_i = \varnothing)\ \&\ (\cup W_i = Y))).$$

Аналогично формулируется $АКП^{(-)}$.

Имеются частные формулировки $АКП^{(\sigma)}$, $\sigma \in \{+, -\}$:

$АКП_*^+\quad \forall X \forall Y \exists V(J_{\langle 1,\ n\rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \rightarrow \exists n(J_{\langle 1,\ n\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)\ \&$ $\&\ (V \subset X)\ \&\ \neg(V = \varnothing)))$

$АКП_*^-\quad \forall X \forall Y \exists V(J_{\langle -1,\ 0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \rightarrow \exists n(J_{\langle -1,\ n\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)\ \&$ $\&\ (V \subset X)\ \&\ \neg(V = \varnothing)))$.

$АКП_*^+$ выражает следующее утверждение: для каждого позитивного факта, представимого формулой $J_{\langle 1,\ n\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)$, существует гипотеза ДСМ-рассуждения, порожденная на шаге n применения правил правдоподобного вывода, такая, что она представима формулой $J_{\langle 1,n\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)$, где $(V \subset X)$ и $\neg(V = \varnothing)$. Аналогичное утверждение имеет место и для $АКП_*^-$, а также $АКП^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

$АКП^{(\sigma)}$ и $АКП_*^\sigma$ являются условиями, выражающими **достаточное основание** правдоподобного вывода посредством п.п.в.-1 (индукции) и п.п.в.-2 (аналогии).

Имеет место следующее **Утверждение 1-1.**

$\forall n \forall X \forall Y\ (J_{\langle 1,\ n\rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \rightarrow \exists m \exists V((0 \le n < m)\ \&$
$\&\ J_{\langle 1,\ m\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)\ \&\ (V \subset X)))$,
если имеет место $АКП_*^+$;

$\forall n \forall X \forall Y\ (J_{\langle -1,\ n\rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \rightarrow \exists m \exists V\ ((0 \le n < m)\ \&$
$\&\ J_{\langle -1,\ m\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)\ \&\ (V \subset X)))$,
если имеет место $АКП_*^-$, .

Это утверждение можно обобщить для $АКП^{(\sigma)}$, $\sigma \in \{+,-\}$. Оно следует из обратимости п.п.в.-2 (аналогии) [14, Гл. 5. О дедуктивной имитации некоторых вариантов ДСМ-метода автоматического порождения гипотез, с. 240-286].

Определим базу фактов ИС-ДСМ:

$$БФ_0 = БФ_0^+ \cup БФ_0^- \cup БФ_0^\tau,$$

где

$$БФ_0^+ = \{\langle X, Y\rangle \mid J_{\langle 1, 0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)\},$$

$$БФ_0^- = \{\langle X, Y\rangle \mid J_{\langle -1, 0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)\},$$

$$БФ_0^\tau = \{\langle X, Y\rangle \mid J_{\langle \tau, 0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)\}.$$

$БФ_0^\sigma$ будем называть (σ)-фрагментами $БФ_0$, где $\sigma = \{+, -, \tau\}$. Соответственно, $\Omega_0$ и $\Omega_0^\sigma$ будем называть **описаниями** $БФ_0$ и $БФ_0^\sigma$, элементами которых являются формулы вида $J_{\langle v,0\rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$ и $J_{(\tau, 0)}(C \Rightarrow_1 Q)$, где C, Q – константы, $a \in \{+, -\}$.

Посредством $\bar{\Omega}_{2i}^\sigma$ и $\bar{\Delta}_{2i-1}$ обозначим множества формул вида $J_{(v,\ 2i)}(C \Rightarrow_1 Q)$ и $J_{(v,\ 2i-1)}(C' \Rightarrow_2 Q)$, где $v \in \{1, -1, 0, \tau\}$, а $i = 0, 1, \dots, n$, соответственно, а $(\tau, i) = \{\langle 1, i+1\rangle, \langle -1, i+1\rangle, \langle 0, i+1\rangle\} \cup (\tau, i+1)$ [1, Часть I, с. 20].

Посредством $\Delta_i^\sigma$ и $\Omega_i^\sigma$ обозначим множество гипотез, порожденных на $i$-ом шаге ($i > 0$), где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$. Тогда $\bar{\Delta}_n^\sigma = \bigcup_{i=1}^{n} \Delta_i^\sigma$, $\bar{\Omega}_n^\sigma = \bigcup_{i=1}^{n} \Omega_i^\sigma$.

Такт стабилизации $n$ определяется посредством $\bar{\Delta}_n^\sigma = \bar{\Delta}_{n+1}^\sigma$, $\bar{\Omega}_n^\sigma = \bar{\Omega}_{n+1}^\sigma$

Определим также базу (σ)-примеров для $i > 0$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$,

$$БП_i^\sigma = \{\langle V, W\rangle \mid J_{\langle v,\ i\rangle}(V \Rightarrow_1 W)\},$$

$$БП_i^\tau = \{\langle V, W\rangle \mid J_{(\tau,\ i)}((V \Rightarrow_1 W))\},$$

где $\sigma = \begin{cases} 1, \text{если } \sigma = + \\ -1, \text{если } \sigma = - \\ 0, \text{если } \sigma = 0 \\ \tau, \text{если } \sigma = \tau \end{cases}$

Если $n$ – номер такта стабилизации, то $\overline{БП}_n^\sigma = \bigcup_{i=1}^{n} БП_i^\sigma = \{\langle V, W\rangle \mid J_{\langle v,\ n\rangle}(V \Rightarrow_1 W)\}$. Общей базой примеров является $БП_n = БФ_0 \cup \overline{БП}_n^+ \cup . \overline{БП}_n^- \cup \cup \overline{БП}_n^0 \cup \overline{БП}_n^\tau$.

Очевидно, что $\overline{БП}_n^\sigma$ взаимно-однозначно соответствует множество гипотез $\bar{\Omega}_n^\sigma$, таких, что они представимы посредством $J_{\langle v,\ i\rangle}(V \Rightarrow_2 W)$ и $J_{(\tau,\ i)}(V \Rightarrow_2 W)$.

Аналогично определяются фрагменты базы знаний (БЗ) ИС-ДСМ:

$$БЗ_i^\sigma = \{\langle V, W\rangle \mid J_{\langle v,\ i\rangle}(V \Rightarrow_2 W)\},$$

$$БЗ_i^\tau = \{\langle V, W\rangle \mid J_{(\tau,\ i)}(V \Rightarrow_2 W)\},$$

$$\overline{БЗ}_n^\sigma = \bigcup_{i=1}^{n} БЗ_i^\sigma = \{\langle V, W\rangle \mid J_{(v,\ n)}(V \Rightarrow_2 W)\},$$

$$БЗ_n = БЗ_0 \cup \overline{БЗ}_n^+ \cup \overline{БЗ}_n^- \cup \overline{БЗ}_n^0,$$

где $БЗ_0 = \{\langle V, W\rangle \mid J_{(\tau,\ 0)}(V \Rightarrow_2 W)\}$.

Очевидно, что $БЗ_n^\sigma$ взаимно-однозначно соответствует множество гипотез $\bar{\Delta}_n^\sigma$.

Важной особенностью ДСМ-рассуждения является наличие Этапа II, образованного последовательностью этапов $I_p$: (*) Этап $I_1$, …, Этап $I_s$. Эта последовательность управляется абдукцией, определяемой ниже [1, Часть I, с. 19-25].

Приведем схему абдуктивного вывода [22], уточняющую идею абдукции Ч.С.Пирса [23]:

(1) $БФ_0$ – множество фактов,
(2) H – множество гипотез,
(3) H объясняют $БФ_0$

---

Следовательно, все h, $h \in H$, правдоподобны.

Последовательность Этапов $I_p$ (*) ($p = 1, \dots, s$) порождается последовательностью баз фактов (**) $БФ_{0,0}, БФ_{0,1}, \dots, БФ_{0,s}$, такой, что $БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \subset \dots \subset \subset БФ_{0,s}$. К каждой $БФ_{0,p}$ и $БФ_0$, где $p = 0, 1, \dots, s$, применимы п.п.в.-1 и п.п.в.-2 до такта стабилизации $n_p$. Результатом этих применений правил ДСМ-рассуждения (индукции и аналогии) будут $БП_p$, где

$БП_p = \bigcup_{i=1}^{n_p} \{\langle V, W\rangle \mid J_{\langle v,\ i\rangle}(V \Rightarrow_1 W)\}$ и $БЗ_p$, которым соответствуют $\Omega(p)$ и $\Delta(p)$ – множества гипотез для $V \Rightarrow_1 W$ и $V \Rightarrow_2 W$, соответственно§§.

Расширение $БФ_{0,i}$ до $БФ_{0,i+1}$ осуществляется добавлением только (+)-фактов и (–)-фактов: $J_{\langle 1,\ 0\rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$ и $J_{\langle -1, 0\rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$.

В [1, Часть I] были сформулированы два вида абдукции (a) и (b). Случай (a) реализуется тогда, когда истинны $АКП^{(+)}$ и $АКП^{(-)}$ относительно $БФ_{0,0}$ или $БФ_{0,p}$***. Случай же (b) реализуется тогда, когда достигается порог объясняемости $БФ_{0,0}$, определяемый ниже.

Введем метапредикаты $E_*^+(\Delta, \Omega)$ и $E_*^-(\Delta, \Omega)$ – гипотезы о (±)-причинах объясняют множество (±)-фактов Ω: $E_*^+(\bar{\Delta}_{2i-1}^+, \Omega_0^+)$ истинно, если и только если истинно $АКП_*^{(+)}$; $E_*^-(\bar{\Delta}_{2i-1}^-, \Omega_0^-)$ истинно, если и только если истинно $АКП_*^{(-)}$ [1, Часть I, с. 22].

Обозначим также $\Omega_0^\sigma$ посредством $\Omega_{0,0}^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$ и определим $E_*^\sigma(\Delta, \Omega)$ для Этапов $I_p$, где $p = 1, \dots, s$; а $\bar{\Delta}_{2n_p-1}^\sigma(p)$, $\Omega_0^\sigma(p)$ – соответствующие множества гипотез и исходных фактов Этапа $I_p$.

В [1, Часть I] определены схемы абдуктивного принятия гипотез (a) и (b), где (a) – случай истинности $АКП^{(\sigma)}$ относительно $\Omega_0^\sigma$, а (b) – случай неистинности.

§§ Заметим, что Ω (p) и Δ(p) являются функциями, зависящими от p – номера Этапа $I_p$.
*** Для $БФ_{0,p}$ $p = s$ – $БФ_{0,s}$ последняя база фактов в (**).

Рассмотрим случай (a) для Этапов $I_p$, p = 0, 1, …, $s$ ДСМ-рассуждения:

(1) $\Omega_0^+(p) \cup \Omega_0^-(p)$ – множество фактов,

(2) $\bar{\Delta}^+_{2n_p-1}(p) \cup \bar{\Delta}^-_{2n_p-1}(p)$, $\bar{\Omega}^+_{2n_p}(p) \cup \bar{\Omega}^-_{2n_p}(p)$ – множество гипотез,

где $\bar{\Delta}^+_{2n_p-1}(p) = \bar{\Delta}^-_{2n_p-1}(p)$, $\bar{\Omega}^+_{2n_p}(p) = \bar{\Omega}^-_{2n_p+2}(p)$;

(3) $E_*^+(\bar{\Delta}^+_{2n_p-1}(p), \Omega_0^+(p))$, $E_*^-(\bar{\Delta}^-_{2n_p-1}(p), \Omega_0^-(p))$

---

$Ad_2(\bar{\Delta}^+_{2n_p-1}(p) \cup \bar{\Delta}^-_{2n_p-1}(p))$, $Ad_1(\bar{\Omega}^+_{2n_p}(p) \cup \bar{\Omega}^-_{2n_p}(p))$,

где $Ad_1$ и $Ad_2$ – метапредикаты **принятия** порожденных гипотез[†††]. Гипотеза h **принимается,** если и только если h $\in$ $\bar{\Delta}^+_{2n_p-1} \cup \bar{\Delta}^-_{2n_p-1}$ и $Ad_2(\bar{\Delta}^+_{2n_p-1} \cup \bar{\Delta}^-_{2n_p-1})$ истинно или h $\in$ и $\bar{\Omega}^+_{2n_p} \cup \bar{\Omega}^-_{2n_p}$ и $Ad_1(\bar{\Omega}^+_{2n_p} \cup \bar{\Omega}^-_{2n_p})$ – истинно.

Рассмотрим фрагменты баз фактов $\widetilde{БФ}^+_{0,p}$ и $\widetilde{БФ}^-_{0,p}$, где $\widetilde{БФ}^+_{0,p} \subset БФ^+_{0,p}$ и $\widetilde{БФ}^-_{0,p} \subset БФ^-_{0,p}$ такие, что они состоят из (±)-фактов, имеющих объяснения, определяемые следующим образом:

$$\widetilde{БФ}^+_{0,p} = \{\langle x, y\rangle | \exists n_p \exists V\, (J_{\langle 1,0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&$$
$$\&\ (J_{\langle 1,\, 2n_p-1\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)\ \&\ (V \subset X))\}.$$

Аналогично определяется $\widetilde{БФ}^-_{0,p}$.

Очевидно, что $БФ^\sigma_{0,p}$ и $\widetilde{БФ}^\sigma_{0,p}$ образуют отношения $P^\sigma_{0,p}$ и $\tilde{P}^\sigma_{0,p}$, соответственно, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Имеет место **Утверждение 2-1.** АКП$^{(\sigma)}$ истинны относительно $БФ_{0,\,p}$ если и только если $\widetilde{БФ}^\sigma_{0,p} = БФ^\sigma_{0,p}$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Обозначим посредством | | – число элементов соответствующих множеств, тогда схему абдуктивного принятия гипотез переформулируем следующим образом:

(1) $\Omega_0^+(p) \cup \Omega_0^-(p)$ – множество фактов,

(2) $\bar{\Delta}^+_{2n_p-1}(p) \cup \bar{\Delta}^-_{2n_p-1}(p)$, $\bar{\Omega}^+_{2n_p}(p) \cup \bar{\Omega}^-_{2n_p}(p)$ – множество гипотез,

где $\bar{\Delta}^+_{2n_p-1}(p) = \bar{\Delta}^-_{2n_p+1}(p)$, $\bar{\Omega}^+_{2n_p}(p) = \bar{\Omega}^-_{2n_p+2}(p)$;

(3) $|\hat{P}^+_{0,p}| = |\Omega_0^+(p)|$, $|\hat{P}^-_{0,p}| = |\Omega_0^-(p)|$

---

$Ad_1(\Delta^+_{2n_p-1}(p) \cup \Delta^-_{2n_p-1}(p))$, $Ad_2(\Omega^+_{2n_p}(p) \cup \Omega^-_{2n_p}(p))$

В [1, Часть I, с. 22-24] показано, что гипотезы, которые принимаются посредством предикатов $Ad_1$ и $Ad_2$, дедуктивно следуют из процедурных аксиом, представляющих п.п.в.-1 и п.п.в.-2 и АКП$^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -\}$. Такова особенность принятия гипотез, порожденных ДСМ-рассуждением для случая (a), когда истинны АКП$^{(\sigma)}$.

Рассмотрим случай (b), когда АКП$^{(\sigma)}$ ложны, но имеют место утверждения $Ex^+$ и $Ex^-$ такие, что:

$(Ex^+)_p$ $\exists X \exists Y \exists V \exists n_p$ $(J_{\langle 1,\ 0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ J_{\langle 1,\ \nu\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)\ \&$ $\&\ (V \subset X))$,

$(Ex^-)_p$ $\exists X \exists Y \exists V \exists n_p$ $(J_{\langle -1,\ 0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ J_{\langle -1,\ \nu\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)\ \&$ $\&\ (V \subset X))$, где p = 0, 1, …, s.

Заметим, что Этап II ДСМ-рассуждений содержит **последовательность** баз фактов $БФ_{0,0}$, $БФ_{0,1}$, …, $БФ_{0,s}$, такую, что

(1) $БФ^\sigma_{0,0} \subset БФ^\sigma_{0,1} \subset \ldots \subset БФ^\sigma_{0,s}$,

(2) $\rho_0^\sigma = \dfrac{\left|\widetilde{БФ}^\sigma_{0,p}\right|}{\left|БФ^\sigma_{0,p}\right|}$, $\sigma \in \{+, -\}$, а $\widetilde{БФ}^\sigma_{0,p}$ являются бинарными отношениями $\hat{P}^\sigma_{0,p}$,

где $\hat{P}^+_{0,p} = \{\langle x,y\rangle | \exists n_p \exists V (J_{\langle 1,0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ (J_{\langle 1,\, 2n_p-1\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)\ \&$ $\&\ (V \subset X))\}$ и $\hat{P}^-_{0,p} = \{\langle x, y\rangle | \exists n_p \exists V\, (J_{\langle -1,0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&$ $\&\, J_{\langle -1,\, 2n_p-1\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)\ \&\ (V \subset X))\}$, а $n_p$ – номер такта стабилизации ДСМ-рассуждения на Этапе $I_p$.

Если выполняется условие (3) $\rho_0^\sigma \le \rho_1^\sigma \le \ldots \le \rho_s^\sigma$, $\rho^\sigma \le \rho_s^\sigma < 1$, где $\rho^\sigma$ – порог и $\rho^\sigma \ge 0{,}8$, $\sigma \in \{+, -\}$, то будем говорить, что имеет место **абдуктивная сходимость ДСМ-рассуждения** к заданным порогам $\rho^+$ и $\rho^-$ [16, Часть I, Гл. 2, с. 57].

В силу утверждений $(Ex^+)$ и $(Ex^-)$ в случае (b) выполняется условие

$$\text{(b)}\ |\hat{P}^+_{0,p}| < |\Omega_0^+(p)|,\ |\hat{P}^-_{0,p}| < |\Omega_0^-(p)|.$$

Пусть существует Этап $I_s$ расширения начальной $БФ_{0,0}$ такой, что достигаются пороги $\rho^\sigma$ и $\rho^\sigma_{0,s} = \dfrac{\left|\hat{P}^\sigma_{0,s}\right|}{\left|\Omega_0^s(s)\right|} \ge \rho^\sigma$ ($\sigma \in \{+, -\}$). Тогда принимаются те и только те порожденные ДСМ-рассуждением гипотезы о (±)-причинах, которые «объясняют» $\widetilde{БФ}^\sigma_{0,s}$. Это означает следующее: $\widetilde{БФ}^\sigma_{0,s}$ взаимно-однозначно соответствуют множеству своих описаний $\tilde{\Omega}^\sigma_{0,s}$. Эти описания являются высказываниями вида $J_{\langle \nu,0\rangle}(C \Rightarrow_1 Q)$ и характеризуются высказываниями о (±)-причинах, выразимых посредством $J_{\langle \nu,\, 2n_s-1\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)$, где $\nu = \begin{cases} 1, \text{если } \sigma = + \\ -1, \text{если } \sigma = - \end{cases}$, а $n_s$ – номер такта стабилизации ДСМ-рассуждения, а $\widetilde{БФ}^\sigma_{0,s}$ = $= \{\langle x,\ y\rangle |\ \exists n_s \exists V (J_{\langle \nu,0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ (J_{\langle 1,\, 2n_s-1\rangle}(V \Rightarrow_2 Y)\ \&$ $\&\ (V \subset X)\}$.

Таким образом, принимаются те и только те гипотезы о (±)-причинах, которые «объясняют» $\widetilde{БФ}^\sigma_{0,s}$, $\widetilde{БФ}^\sigma_{0,s} \subset \widetilde{БФ}^\sigma_{0,s}$, а $\widetilde{БФ}^\sigma_{0,s}$ образуют множества $\tilde{\Delta}^\sigma_{2n_p-1}(s)$ такие, что $\tilde{\Delta}^\sigma_{2n_s-1}(s) \subset \Delta^\sigma_{2n_s-1}$. Это означает, что истинен метапридикат **принятия** гипотез о

[†††] Эта характеризация абдукции согласуется с идеей Ч.С. Пирса [24] о том, что абдукция есть средство **принятия** порожденных гипотез, а не средство их формирования.

(±)-причинах $\widetilde{Ad}_2$ для $\tilde{\Delta}^{+}_{2n_s-1}(s) \cup \tilde{\Delta}^{-}_{2n_s-1}(s)$: $\widetilde{Ad}_2(\tilde{\Delta}^{+}_{2n_s-1}(s) \cup \tilde{\Delta}^{-}_{2n_s-1}(s))$ – истинно.

Введенные выше определения, использующие $АКП^{\sigma}_{*}$ обобщаются для $АКП^{\sigma}$:

$$\forall X \forall Y\ \exists k \exists V_i \ldots \exists V_k \exists W_1 \ldots \exists W_k (J_{\langle 1,0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \to$$
$$\to \exists n_1 \ldots \exists n_k ((\mathop{\&}_{i=1}^{k} J_{\langle 1,n_i\rangle}(V_i \Rightarrow_2 W_i) \ \&\ (V_i \subset X)\ \&$$
$$\&\ (\bigcup_{i=1}^{k} W_i = Y)))$$ (аналогично формулируется $АКП^{(-)}$).

Рассмотрим теперь множество (±)-гипотез (предсказаний), полученных посредством п.п.в.-2 (аналогий), которыми являются $\tilde{\Omega}^{+}_{2n_s} \cup \tilde{\Omega}^{-}_{2n_s}$ такие, что и взаимнооднозначно соответствуют

$$\tilde{P}^{\sigma}_{2n_s} = \{\langle x, y\rangle \mid \exists k \exists V_i \ldots \exists V_k \exists W_1 \ldots \exists W_k (J_{\langle v, 2n_s\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&$$
$$\&\ \mathop{\&}_{i=1}^{k} (J_{\langle y, 2n_s-1\rangle}(V_i \Rightarrow_2 W_i)\ \&\ (V_i \subset X)\ \&$$
$$\&\ (\bigcup_{i=1}^{k} W_i = Y)))\ \&\ \forall U(((U \subseteq Y)\ \&\ \neg(U = \varnothing)) \to$$
$$\to \neg \exists Z((J_{(\mu, 2n_s-1)}(Z \Rightarrow_2 U) \vee J_{(0, 2n_s-1)})(Z \Rightarrow_2 U)\ \&$$
$$\&\ (Z \subset X)))\},$$

где

$$v = \begin{cases} 1, \text{если } \sigma = + \\ -1, \text{если } \sigma = - \end{cases},$$

а $\mu = \begin{cases} 1, \text{если } \sigma = + \\ -1, \text{если } \sigma = - \end{cases}$.

Очевидно, что $\tilde{P}^{\sigma}_{2n_s} = \{\langle x, y\rangle \mid J_{(v, 2n_s)}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ \Pi^{\sigma}_{n_s}(x, y)\}$, где

$$v = \begin{cases} 1, \text{если } \sigma = + \\ -1, \text{если } \sigma = - \end{cases},$$

а $n_s$ – такт стабилизации ДСМ-рассуждения, являющийся последним тактом.

$\tilde{P}^{\sigma}_{2n_s}$ взаимно-однозначно соответствует описаниям из $\tilde{\Omega}^{\sigma}_{n_s}$, где $\sigma \in \{+, -\}$, а эти описания, выразимые посредством $X \Rightarrow_1 Y$, принимаются на достаточном основании в силу определения $\Pi^{\sigma}_{n_s}(x, y)$. Так как они «объяснены» гипотезами, представляющими (±)-причины.

Таким образом, имеет место $\widetilde{Ad}_1(\tilde{\Omega}^{+}_{2n_s} \cup \tilde{\Omega}^{-}_{2n_s})$: метапредикат $\widetilde{Ad}_1$ истинен относительно множества порожденных гипотез $\tilde{\Omega}^{+}_{2n_s} \cup \tilde{\Omega}^{-}_{2n_s}$. В случае (a) принятие порожденных гипотез основано на истинности $АКП^{(\sigma)}$ и определении $\Pi^{\sigma}_{n}(x, y)$.

Рассмотрим теперь случай (b) принятия гипотез, порожденных ДСМ-рассуждением: $|\hat{P}^{+}_{0,s}| < |\Omega^{+}_{0,s}|$, $|\hat{P}^{-}_{0,s}| < |\Omega^{-}_{0,s}|$, где

$$\hat{P}^{+}_{0,s} = \{\langle x, y\rangle \mid \exists k \exists V_1 \ldots \exists V_k \exists W_1 \ldots \exists W_k (J_{\langle 1,0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y)\ \&$$
$$\&\ (\mathop{\&}_{i=1}^{k} J_{(1, 2n_s-1)}(V_i \Rightarrow_2 W_i)\ \&\ (V_i \subset X)\ \&\ (\bigcup_{i=1}^{k} W_i = Y))).$$

Аналогично определяется $\hat{P}^{-}_{0,s}$.

$\hat{P}^{\sigma}_{0,s}$ представляют множество объясненных фактов из $БФ_{0,s}$ посредством гипотез о (±)-причинах. Неравенство (<) между объясненными и необъясненными фактами соответствует экзистенциальным условиям $(Ex^{+})_p$ и $(Ex^{-})_p$, где p = 0, 1, …, *s*. Эти условия обобщаются для объяснения (σ)-фактов k (σ)-причинами (σ є {+, –}).

В случае (b) имеют место условия такие, что $|\hat{P}^{+}_{0,s}| < |\Omega^{+}_{0,s}|$, $|\hat{P}^{-}_{0,s}| < |\Omega^{-}_{0,s}|$, $\rho^{\sigma} \le \rho^{\sigma}_{0,s} \le 1$, где $\sigma \in \{+, -\}$ и существует Этап $I_k$ ДСМ-рассуждения такой, что достижимы пороги $\rho^{\sigma}$ абдуктивной сходимости.

Сформулируем теперь схему абдуктивного принятия гипотез для случая (b):

(1)' $\Omega^{+}_{0,s} \cup \Omega^{-}_{0,s}$ – множество фактов,

(2)' $\bar{\Delta}^{+}_{2n_s-1} \cup \bar{\Delta}^{-}_{2n_s-1} \cup \bar{\Delta}^{0}_{2n_s-1}$, $\bar{\Omega}^{+}_{2n_s} \cup \bar{\Omega}^{-}_{2n_s}$ – множество гипотез, где $\bar{\Delta}^{+}_{2n_s-1} = \bar{\Delta}^{+}_{2n_s+1}$, $\bar{\Omega}^{+}_{2n_s} = \bar{\Omega}^{+}_{2n_s+2}$;

(3)' $|\hat{P}^{+}_{0,s}| < |\Omega^{+}_{0,s}|$, $|\hat{P}^{-}_{0,s}| < |\Omega^{-}_{0,s}|$;

(4)' существует последовательность расширений $БФ_{0,p}$: $БФ^{\sigma}_{0,0} \subset БФ^{\sigma}_{0,1} \subset \ldots \subset БФ^{\sigma}_{0,s}$, где $\sigma \in \{+, -\}$, и соответствующая последовательность Этапов $I_p$, p = 0, 1, …, *s* ДСМ-рассуждений такие, что $\rho^{\sigma}_{0,0} \le \rho^{\sigma}_{0,1} \le \ldots \le \rho^{\sigma}_{0,s}$ и $\rho^{\sigma} \le \rho^{\sigma}_{0,s} \le 1$, где $\sigma \in \{+, -\}$, а $\rho^{\sigma}$ – пороги абдуктивной сходимости ДСМ-рассуждений.

---

$\widetilde{Ad}_2(\tilde{\Delta}^{+}_{2n_s-1} \cup \tilde{\Delta}^{-}_{2n_s-1})$, $\widetilde{Ad}_1(\tilde{\Omega}^{+}_{2n_s} \cup \tilde{\Omega}^{-}_{2n_s})$

Условия (1) – (3) и (1)' – (4)' являются определениями предикатов $Ad_2$, $Ad_1$ и $\widetilde{Ad}_2$, $\widetilde{Ad}_1$ для случаев (a) и (b), соответственно. Конструктивная же реализация этих условий образует принятие порожденных гипотез, которое и является абдукцией, завершающей ДСМ-рассуждение на Этапе $I_s$.

**Замечание 3-1.** В случае (b) абдуктивного принятия гипотез, множеству $\tilde{\Omega}^{+}_{2n_s} \cup \tilde{\Omega}^{-}_{2n_s}$ принадлежат те и только те гипотезы, которые порождены посредством гипотез из множества $\tilde{\Delta}^{+}_{2n_p-1} \cup \tilde{\Delta}^{-}_{2n_p-1}$ таких, что истинно $\widetilde{Ad}_2(\tilde{\Delta}^{+}_{2n_p-1} \cup \tilde{\Delta}^{-}_{2n_p-1})$.

**Замечание 4-1.** Абдуктивное принятие гипотез в случае (b) можно ослабить, отказавшись от условия монотонности $\rho^{\sigma}_{0,0} \le \rho^{\sigma}_{0,1} \le \ldots \le \rho^{\sigma}_{0,s}$, но сохранив $\rho^{\sigma} \le \rho^{\sigma}_{0,s} \le 1$. Однако условие монотонного возрастания $\rho^{\sigma}_{0,p}$ необходимо при обнаружении эмпирических закономерностей [15], рассматриваемых ниже в §2.

В случае (b) ДСМ-рассуждение состоит из последовательности Этапов $I_p$, p = 0, 1…, *s* таких, что они применимы к $БФ_{0,p}$, которым соответствуют состояния $\langle \Delta_{2n_p-1}, \Omega_{2n_p} \rangle$ [1, Часть I] такие, что достижимы пороги $\rho^\sigma$. Последовательность Этапов $I_p$, p = 1, …, *s*, образует Этап II ДСМ-рассуждения с принятием гипотез на **достаточном основании** посредством предикатов $\widetilde{Ad}_2$ и $\widetilde{Ad}_1$. Это означает, что на каждом Этапе $I_p$ применяются $\rho_p^\sigma$: Этап $I_0$, $\rho_0^\sigma$; Этап $I_1$, $\rho_1^\sigma$; …, Этап $I_s$, $\rho_s^\sigma$, где σ ∈ {+, –}.

Таким образом, в случае (a) и в случае (b) ДСМ-рассуждение имеет конструктивно определенное окончание как в случае истинности $АКП^{(\sigma)}$, так и в случае абдуктивной сходимости $\rho_p^\sigma$.

**Замечание 5-1.**

Ч.С. Пирс впервые в истории логики сформулировал необходимость изучения взаимодействия различных познавательных процедур, включающих амплиативные выводы, для knowledge discovery [25]. Эта новаторская идея представлена в его классификации логических выводов [26]:

$$\text{Выводы}\begin{cases}\text{экспликативные (аналитические или дедуктивные)}\\ \text{амплиативные(синтетические)}\begin{cases}\text{абдуктивные}\\ \text{индуктивные}\end{cases}\end{cases}$$

В [27] Я. Хинтикка высказал утверждение о том, что абдукция сводима к дедукции, т. е., является аналитическим выводом. Однако уточнение идеи Ч.С. Пирса об абдукции, рассмотренное в данной статье (см. также [1, Часть I, с. 18]), формализует абдукцию в двух случаях (a) и (b), являющихся **аналитическими** и **синтетическими** выводами, соответственно. Эта формализация абдукции изменяет приведенную выше классификацию выводов [26].

Формализации абдукции как в случае (a), так и в случае (b) будут использованы при характеризациях эмпирических закономерностей (ЭЗК) в §3.

## §2. ОБНАРУЖЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ БАЗ ФАКТОВ

В [15] были сформулированы явные определения семейства эмпирических закономерностей (ЭЗК) и их оснований (см. также [1, Часть II, с. 8-10]). Там же были определены семейства эмпирических законов и тенденций, а также сами эмпирические законы и тенденции. В настоящем разделе статьи будут воспроизведены эти определения, а также предложены их усиления.

Неформальный смысл введенных понятий ЭЗК состоит в том, что они являются **регулярностями**, сохраняющимися в последовательностях вложенных баз фактов. Таких, что эти регулярности представимы посредством существенных параметров.

Введенные в [15] и рассматриваемые в этом разделе статьи понятия ЭЗК являются нестатистическим представлением эмпирических закономерностей, содержащих **качественные** параметры.

Сформулируем особенности предложенной формализации ЭЗК.

1. Формализуются ЭЗК такие, что они отображают зависимости, которые имеют объекты «мира» W2 предметной области с объектами, обладающими эффектами такими, что они вынуждаются строением этих объектов (это **вынуждение** можно интерпретировать как детерминацию – наличие (±)-причин).

Заметим, что W2 характеризуется или $АКП^\sigma$ (идеальным его состоянием) или условиями ($Ex^\sigma$), где σ∈{+, –}, наиболее распространенными.

2. Исходные предикаты $M^+_{x,n}$ (V, W) и $M^-_{y,n}$ (V, W) обеспечивают как то, что индуктивные выводы (п.п.в.-1) и выводы (по аналогии (п.п.в.-2) являются амплиативными порождающими knowledge discovery, так и реализацию принципа **сходства:** сходство фактов влечет наличие (отсутствие) изучаемого эффекта и его **повторяемость.** Это является основанием **распознавания ЭЗК** как **регулярности, реализуемой в последовательности вложенных баз фактов.**

В определениях М-предикатов имеются подформулы, представляющие наличие эмпирических зависимостей (ЭЗ) и сходства фактов (СХ), соответственно.

3. В формализации ЭЗК используются как синтаксические средства установления противоречивости множеств порождаемых гипотез при расширении баз фактов, так и семантические средства распознавания сохранения истинностных значений порождаемых гипотез.

4. Формализуемые ЭЗК определяются относительно решетки правил правдоподобного вывода (индукции) [3].

5. Вводимые определения ЭЗК и их оснований используют числовые функции $\rho^\sigma$ и $\xi^\sigma$ (определяемая ниже); σ∈{+, –}, *j* = 1, 2, такие, что они представляют корректное измерение, отображающее системы отношений в числовые множества [28].

6. Для формализации ЭЗК требуется рассматривать последовательность баз фактов $БФ_{0,0}$, $БФ_{0,1}$, …, $БФ_{0,s}$ такую, что

(1) $БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \ldots \subset БФ_{0,s}$,

(2) $\rho^\sigma \le \rho^\sigma(s) \le 1$, где σ∈{+, –}, а $\rho^\sigma$ – выбранный порог для абдуктивной сходимости ДСМ-рассуждений (естественно в качестве $\rho^\sigma$ выбрать 0,8 – обычно используемый порог при распознавании образов);

(3) расширение $БФ_{0,0}$ осуществляется для $БФ^+_{0,p}$ и $БФ^-_{0,p}$, где *p* = 1, …, *s*; таким образом:

$$БФ^\sigma_{0,p} \subset БФ^\sigma_{0,p+1}, \text{ где } \sigma\in\{+, -\}.$$

В соответствии с (1) – (3) рассмотрим последовательность Этапов $I_p$ ДСМ-рассуждений Этап $I_0$, Этап $I_1$, …, Этап $I_s$, образующую Этап II. Реализация каждого Этапа $I_p$, применяемого к $БФ_{0,p}$, где *p* = 0, 1, …, *s,* сопровождается вычислением $\rho^+(p)$ и $\rho^-(p)$ и проверкой выполнимости неравенств $\rho^\sigma \le \rho^\sigma(p) \le 1$, где σ∈{+, –}.

Этап II ДСМ-рассуждения завершается, если $\rho^+(p) \ge \rho^+$ и $\rho^-(p) \ge \rho^-$. Тогда Этап $I_p$ является заключительным и *p* = *s*, где *s* – номер Этапа $I_s$, завершающего ДСМ-рассуждение.

Таким образом, ДСМ-рассуждение представимо посредством последовательности Этап $I_0$, $\rho^+(0)$, $\rho^-(0)$; Этап $I_1$, $\rho^+(1)$, $\rho^-(1)$; … ; Этап $I_s$, $\rho^+(s)$, $\rho^-(s)$ для соответствующих включений $БФ_{0,p}$: $БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \subset \ldots \subset БФ_{0,s}$.

Обозначим посредством $\Delta^{\sigma}(p)$ и $\Delta^{\sigma}(q)$ множества гипотез ($\sigma \in \{+, -\}$), представляющие предикат $V \Rightarrow_2 W$ такие, что они порождены на Этапе $I_p$ и Этапе $I_q$, соответственно.

Напомним, что $\Delta^{\sigma}(p)$ и $\Delta^{\sigma}(q)$ являются функциями, зависящими от $p$ и $q$. Множество номеров Этапов $I_p$ $N_s = \{1, \ldots, s\}$ есть область определения функций $\Delta^{\sigma}(p)$, а областью их значений является множество всех гипотез, представляющих предикат $V \Rightarrow_2 W$ таких, что они порождены на Этапе $I_p$ для $БФ_p$.

Определим выражения $\Delta^{+}(p) \cap (\Delta^{-}(q) \cup \Delta^{0}(q))$, $\Delta^{-}(p) \cap (\Delta^{+}(p) \cup \Delta^{0}(q))$, $\Delta^{0}(p) \cap (\Delta^{+}(q) \cup \Delta^{-}(q))$ следующим образом [1, Часть II, с. 8].

Операцию $\cup$ определим стандартно. Если $J_{\langle 1,m \rangle}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Delta^{+}(p)$ и $J_{\langle v,l \rangle}(C \Rightarrow_2 Q) \in \Delta^{-}(q) \cup \Delta^{0}(q)$, то $C \Rightarrow_2 Q \in \Delta^{+}(p) \cap (\Delta^{-}(q) \cup \Delta^{0}(q))$.

$J_{\langle v,l \rangle}(C \Rightarrow_2 Q)$ и $J_{\langle 1,m \rangle}(C \Rightarrow_2 Q)$ являются **контрарными** парами ($v \neq 1$), а $C \Rightarrow_2 Q$ – «тело» этих гипотез. Аналогично определяются $\cap$ для $\Delta^{-}(p) \cap (\Delta^{+}(q) \cup \Delta^{0}(q))|$ и $\Delta^{0}(p) \cap (\Delta^{+}(q) \cup \Delta^{-}(q))$.

Посредством $|\Delta^{\sigma_1}(p) \cap (\Delta^{\sigma_2}(q) \cup \Delta^{\sigma_3}(q))|$, $|\Delta^{\sigma_i}(p)|$, $|\Delta^{\sigma_j}(q)|$ обозначим числа элементов соответствующих множеств, где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \in \{+, -, 0\}$, $i, j = 1, 2, 3$, а $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – различны.

Определим теперь **функционалы** $f^{\sigma}(p, q)$ для п.п.в.-1 (индукции), выражающие **степень противоречивости** множества гипотез о причинах, представленные посредством предиката $V \Rightarrow_2 W$, для Этапа $I_p$ и Этапа $I_q$ [15]:

$$f(p,q) = \frac{\left|\Delta^{+}(p) \cap \left(\Delta^{-}(q) \cup \Delta^{0}(q)\right)\right|}{\left|\Delta^{+}(p)\right|},$$

$$f(p,q) = \frac{\left|\Delta^{-}(p) \cap \left(\Delta^{+}(p) \cup \Delta^{0}(q)\right)\right|}{\left|\Delta^{-}\right|},$$

$$f(p,q) = \frac{\left|\Delta^{0}(p) \cap \left(\Delta^{+}(p) \cup \Delta^{-}(q)\right)\right|}{\left|\Delta^{0}\right|}.$$

Для $x = f^{\sigma}(p, q)$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$, имеет место неравенство $0 \leq x \leq 1$. $f^{\sigma}(p, q) = 0$ выражает **непротиворечивость** множеств $\Delta^{\sigma}(p)$ и $\Delta^{\sigma_1}(q) \cup \Delta^{\sigma_2}(q)$, где $\sigma \neq \sigma_i$, а $i = 1, 2$.

Определим предикаты $R^{\sigma}(p, q)$ и $\bar{R}(p, q)$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$:

$$R^{\sigma}(p, q) \rightleftharpoons f^{\sigma}(p, q) = 0,$$

$$\bar{R}(p, q) \rightleftharpoons R^{+}(p, q) \,\&\, R^{-}(p, q) \,\&\, R^{0}(p, q).$$

Имеет место **Утверждение 1-2** [29]**.** Предикат $\bar{R}(p, q)$ является рефлексивным и симметричным: $\forall p\ \bar{R}(p, p)$ и $\forall p \forall q (\bar{R}(p, q) \supset \bar{R}(q, p))$.

Функциями также являются множества $\Omega^{\sigma}(p)$ и $\Omega^{\sigma}(q)$, представляющие предикат $X \Rightarrow_1 Y$, выражающий как предсказания, полученные применением п.п.в.-2 (аналогии), так и исходные (±)-факты из $БФ^{\sigma}_{0,p}$ ($\sigma \in \{+, -\}$).

Определим также **функционалы** $F^{\sigma}(p, q)$, соответствующие п.п.в.-2 (аналогии) и выражающие **степень противоречивости** множеств гипотез, представимых посредством предиката $X \Rightarrow_1 Y$ для Этапа $I_p$ и Этап $I_q$ (операции $\cup$ и $\cap$ определяются аналогично рассмотренным выше для $\Delta^{\sigma}(p)$):

$$F^{+}(p,q) = \frac{\left|\Omega^{+}(p) \cap \left(\Omega^{-}(q) \cup \Omega^{0}(q)\right)\right|}{\left|\Omega^{+}(p)\right|},$$

$$F^{-}(p,q) = \frac{\left|\Omega^{-}(p) \cap \left(\Omega^{+}(p) \cup \Omega^{0}(q)\right)\right|}{\left|\Omega^{-}(p)\right|},$$

$$F^{0}(p,q) = \frac{\left|\Omega^{0}(p) \cap \left(\Omega^{+}(p) \cup \Omega^{-}(q)\right)\right|}{\left|\Omega^{0}(p)\right|}.$$

Очевидно, что $0 \leq F^{\sigma}(p, q) \leq 1$.

Определим предикаты $K^{\sigma}(p, q)$ и $\bar{K}(p, q)$, соответствующие $F^{\sigma}(p, q)$:

$$K^{\sigma}(p, q) \rightleftharpoons F^{\sigma}(p, q) = 0, \text{ где } \sigma \in \{+, -, 0\},$$

$$\bar{K}(p, q) \rightleftharpoons K^{+}(p, q) \,\&\, K^{-}(p, q) \,\&\, K^{0}(p, q).$$

Имеет место **Утверждение 2-2.** Предикат $\bar{K}(p, q)$ является рефлексивным и симметричным [29]: $\forall p\ \bar{K}(p, p)$, $\forall p \forall q (\bar{K}(p, q) \supset \bar{K}(q, p))$.

Множество A с заданным на нем бинарным отношением T таким, что оно является рефлексивным и симметричным, называют **пространством толерантности** (сходства) [12, 13].

Так как $\bar{R}(p, q)$ и $\bar{K}(p, q)$ соответствуют бинарные отношения $\tilde{R}$ и $\tilde{K}$, то они образуют, соответственно, пространства толерантности $\mathbf{R} = \langle A, \tilde{R} \rangle$ и $\mathbf{K} = \langle A, \tilde{K} \rangle$, где $A = N_s$ – множество номеров Этапов $I_p$, а p соответствуют множества $\Delta^{\sigma}(p)$ и $\Omega^{\sigma}(p)$ ($\sigma \in \{+, -, 0\}$).

Если для ДСМ-рассуждения, применимого к начальной $БФ_{0,0}$, соответствующий процесс на Этапе II порождает пространства толерантности **R** и **K** для $БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \subset \ldots \subset БФ_{0,s}$, то ДСМ-рассуждение называется **тотально корректным** [29].

Наличие тотально корректного ДСМ-рассуждения относительно последовательности $БФ_p$, $p = 0, 1, \ldots, s$, такой, что $БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \subset \ldots \subset БФ_{0,s}$, означает, что обнаружен **эмпирический закон**, являющийся разновидностью эмпирических закономерностей (ЭЗК), определяемых ниже [15].

Сформулируем **явные** определения предикатов $L^{\sigma}(z, u, p, q)$ и $\tilde{L}^{\sigma}(V, W, p, q)$, характеризующих **семейства эмпирических закономерностей (ЭЗК) и основания ЭЗК этого семейства**, соответственно.

Df.1-2.

$$\forall Z \forall U \forall p \forall q\, (L^{+}(Z, U, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n \exists s\, (((J_{(\tau,\, 2n-1)}(Z \Rightarrow_1 U) \,\&\, \Pi^{+}_{n}(Z, U)) \rightarrow$$
$$\rightarrow J_{\langle 1,\, 2n \rangle}(Z \Rightarrow_1 U)) \,\&\, (0 \leq F^{+}(p, q) \leq 0,2) \,\&$$
$$\&\, (\rho^{+} \leq \rho^{+}(s) \leq 1))),$$

где $\Pi^{+}_{n}(Z, U)$ – предикат, представляющий аналогию в п.п.в.-2, а n – номер такта стабилизации ДСМ-рассуждения относительно заключительной $БФ_{0,s}$.

Df.2-2.

$$\forall V \forall W \forall p \forall q\ (\tilde{L}^{+}(V, W, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n\ \exists s\ (((J_{(\tau,\,2n\text{-}2)}(V \Rightarrow_2 W)\ \&\ M^{+}_{x,n}(V, W)\ \&$$
$$\&\ \neg\ M^{-}_{y,n}(V, W)) \rightarrow J_{\langle 1,\,2n\text{-}1\rangle}(V \Rightarrow_2 W))\ \&$$
$$\&\ (0 \le f^{+}(p, q) \le 0,2)\ \&\ (\rho^{+} \le \rho^{+}(s) \le 1)),$$

где $M^{+}_{x,n}$ (V, W) и $\neg\ M^{-}_{y,n}$(V, W) – предикаты, представляющие посылки в п.п.в.-1 (индукцию) для стратегии ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$, которая является элементом произведения решеток интенсионалов М-предикатов $IntL^{+} \times Int(\neg L^{-})$ [3].

Аналогично определяются предикаты $L^{\sigma}$(Z, U, p, q) и $\tilde{L}^{\sigma}$(V, W, p, q), где $\sigma \in \{-, 0\}$. В определениях этих предикатов используются, соответственно, $\Pi^{-}_{n}$(Z, U), и $\Pi^{0}_{n}$(Z, U); $\neg M^{+}_{x,n}$(V, W) & $M^{-}_{y,n}$(V, W) и $M^{+}_{x,n}$(V, W) & $M^{-}_{y,n}$(V, W).

Важным видом ЭЗК являются **эмпирические законы,** семейство которых определяется ниже посредством предикатов $L^{\sigma}_{1}$(Z, U, p, q), где $\sigma \in \{+, -\}$.

Df.3-2.

$$\forall Z \forall p \forall q\ (L^{+}_{1}(Z, Q, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n \exists s\ (((J_{(\tau,\,2n\text{-}1)}(Z \Rightarrow_1 Q)\ \&\ \Pi^{+}_{n}(Z, Q)) \rightarrow$$
$$\rightarrow J_{\langle 1,\,2n\rangle}(Z \Rightarrow_1 Q))\ \&\ \overline{K}(p,q)\ \&\ (\rho^{+} \le \rho^{+}(s) \le 1))),$$

где Q – константа, представляющая эффект в последовательности расширяемых баз фактов таких, что добавляются (±) – факты.

Аналогично формулируется явное определение для $L^{-}_{1}$(Z, Q, p, q).

Определим также **основания позитивных эмпирических законов** посредством предиката $L^{+}_{2}$(V, W, p, q).

Df.4-2.

$$\forall V \forall p \forall q\ (L^{+}_{2}(V, Q, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n \exists s\ (((J_{(\tau,\,2n\text{-}2)}(V \Rightarrow_2 Q)\ \&\ M^{+}_{x,n}(V, Q)\ \&$$
$$\&\ \neg M^{-}_{y,n}(V, Q)) \rightarrow J_{\langle 1,\,2n\text{-}1\rangle}(V \Rightarrow_2 Q))\ \&$$
$$\&\ \overline{R}(p, q)\ \&\ (\rho^{+} \le \rho^{+}(s) \le 1))).$$

Аналогично формулируется явное определение для $L^{-}_{2}$ (V, Q, p, q).

**Позитивный эмпирический закон** из семейства, определяемого посредством Df.3-2, представим утверждением (1-2) $\forall Z \forall p \forall q\ L^{-}_{2}$(Z, Q, p, q).

Основание эмпирического закона из семейства, определяемого посредством Df.3-2, представимо утверждением (2-2) $\forall V \forall p \forall q\ L^{+}_{2}$ (V, Q, p, q).

**Реализациями** позитивных эмпирических законов и их оснований будем называть, соответственно утверждение (3-2) $\forall p \forall q\ L^{+}_{1}$(C, Q, p, q) и Утверждение (4-2) $\forall p \forall q\ L^{+}_{2}$(C', Q, p, q), где C и C' – константы, представляющие носителя для эффекта Q и его причину, соответственно.

Аналогично определяются негативные эмпирические законы, их основания и их реализации: $\forall p \forall q\ L^{-}_{1}$(C, Q, p, q), $\forall p \forall q\ L^{-}_{2}$(C', Q, p, q).

Очевидно, что для реализации эмпирических законов и их оснований имеют место утверждения

(5-2)

$$\forall p \forall q\ (L^{+}_{1}(C, Q, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n \exists s\ (((J_{(\tau,\,2n\text{-}1)}(C \Rightarrow_1 Q)\ \&\ \Pi^{+}_{n}((C, Q)) \rightarrow$$
$$\rightarrow J_{\langle 1,\,2n\rangle}(C \Rightarrow_1 Q))\ \&\ \overline{K}(p, q)\ \&$$
$$\&\ (\rho^{+} \le \rho^{+}(s) \le 1))),$$

(6-2)

$$\forall p \forall q\ (L^{+}_{2}(C', Q, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n \exists s(((J_{(\tau,\,2n\text{-}2)}(C' \Rightarrow_2 Q)\ \&\ M^{+}_{x,n}(C', Q)\ \&$$
$$\&\ \neg M^{-}_{y,n}(C', Q)) \rightarrow J_{\langle 1,\,2n\text{-}1\rangle}(C \Rightarrow_2 Q))\ \&$$
$$\&\ \overline{R}(p, q)\ \&\ (\rho^{+} \le \rho^{+}(s) \le 1))).$$

Заменив в приведенных выше определениях подформулу $(\rho^{+} \le \rho^{+}(s) \le 1)$ на $\rho^{+}(s) = 1$ и на $(\rho^{+} \le \rho^{+}(s) < 1)$, получим определения для сильного эмпирического закона и его основания и для слабого эмпирического закона и его основания, соответственно. Обозначим посредством $L^{\sigma}_{1s}$(Z, U, p, q) и $L^{\sigma}_{1w}$(Z, U, p, q) предикаты, выражающие сильный и слабый эмпирические законы, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Аналогично введем обозначения для предикатов, выражающих сильные и слабые основания эмпирических законов:

(7-2)

$$\exists Z \forall p \forall q\ L^{\sigma}_{1s}(Z, Q, p, q),$$

(8-2)

$$\exists Z \forall p \forall q\ L^{\sigma}_{1w}(Z, Q, p, q), \text{ где } \sigma \in \{+, -\}.$$

Заменим теперь в определениях Df. 1-2 и Df. 2-2, характеризующих семейства ЭЗК и их оснований подформулы $(0 \le F^{+}(p, q) \le 0{,}2)$ на $(0 < F^{+}(p, q) \le 0{,}2)$ и $(0 \le f^{+}(p, q) \le 0{,}2)$ на $(0 < f^{+}(p, q) \le 0{,}2)$. В результате этих замен получим явные определения предикатов $L^{+}_{3}$ (Z, U, p, q) и $L^{+}_{4}$(V, W, p, q), характеризующих семейства ЭЗК и их оснований таких, что степени противоречивости множеств гипотез, порождаемых посредством п.п.в.-2 (индукции) и п.п.в.-1 (аналогии) для последовательностей расширяемых баз фактов, не равны 0, но достаточно малы. Тогда будем говорить, что предикаты $L^{+}_{3}$(Z, U, p, q) и $L^{+}_{4}$(V, W, p, q) характеризуют **позитивные тенденции и их основания,** соответственно.

Df. 5-2.

$$\forall Z \forall U \forall p \forall q\ (L^{+}_{3}(Z, U, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n \exists s\ (((J_{(\tau,\,2n\text{-}1)}(Z \Rightarrow_1 U)\ \&\ \Pi^{+}_{n}(Z, U)) \rightarrow$$
$$\rightarrow J_{\langle 1,\,2n\rangle}(Z \Rightarrow_1 U))\ \&\ (0 < F^{+}(p, q) \le 0{,}2)\ \&$$
$$\&\ (\rho^{+} \le \rho^{+}(s) \le 1))),$$

Df. 6-2.

$$\forall V \forall W \forall p \forall q\ (L^{+}_{4}(\ (V, W, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n \exists s\ (((J_{(\tau,\,2n\text{-}2)}(V \Rightarrow_1 W)\ \&\ M^{+}_{x,n}(V, W)\ \&$$
$$\&\ \neg M^{-}_{y,n}(V, W)) \rightarrow J_{\langle 1,\,2n\text{-}1\rangle}(V \Rightarrow_2 W))\ \&$$
$$\&\ (0 < f^{+}(p, q) \le 0{,}2)\ \&\ (\rho^{+} \le \rho^{+}(s) \le 1))).$$

Аналогично формулируются явные определения, характеризующие негативные эмпирические тенденции (ЭТ) и их основания посредством предикатов $L_3^-$ (Z, U, p, q) и $L_4^-$ (V, W, p, q), соответственно.

Сформулируем явные определения семейств позитивных тенденций и их оснований:

Df. 7-2.

$$\forall Z\forall p\forall q\,(L_3^+(Z, Q, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n\exists s\,(((J_{(\tau,\,2n\text{-}1)}(Z\Rightarrow_1 Q)\ \&\ \Pi_n^+(Z, Q)) \to$$
$$\to J_{\langle 1,\,2n\rangle}(Z\Rightarrow_1 Q))\ \&\ (0 < F^+(p, q) \le 0{,}2)\ \&$$
$$\&\ (\rho^+ \le \rho^+(s) \le 1))),$$

Df. 8-2.

$$\forall V\forall p\forall q\,(L_4^+(V, Q, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n\exists s(((J_{(2n\text{-}2)}(V\Rightarrow_2 Q)\ \&\ M_{x,n}^+(V, Q)\ \&$$
$$\&\ \neg M_{y,n}^-(V, Q)) \to J_{\langle 1,\,2n\text{-}1\rangle}(V\Rightarrow_2 Q))\ \&$$
$$\&\ (0 < f^+(p, q) \le 0{,}2)\ \&\ (\rho^+ \le \rho^+(s) \le 1))),$$

где Q – эффект, имеющий соответствующие основания ((+)-причины).

Аналогично формулируются явные определения семейств отрицательных тенденций и их оснований.

ЭТ и их основания представимы утверждениями:

(9-2)

$$\forall Z\forall p\forall q\ L_3^\sigma(Z, Q, p, q),$$

(10-2)

$$\forall V\forall p\forall q\ L_4^\sigma(V, Q, p, q), \text{ где } \sigma\in \{+, -\}.$$

Сильные и слабые ЭТ представимы посредством следующих утверждений [15]:

(11-2)

$$\exists Z\forall p\forall q\ L_{3s}^\sigma(Z, Q, p, q),$$

(12-2)

$$\exists Z\forall p\forall q\ L_{3w}^\sigma(Z, Q, p, q),$$

(13-2)

$$\exists V\forall p\forall q\ L_{4s}^\sigma(V, Q, p, q),$$

(14-2)

$$\exists V\forall p\forall q\ L_{4w}^\sigma(V, Q, p, q), \text{ где } \sigma\in \{+, -\}.$$

Сильные и слабые реализации тенденций и их оснований представимы утверждениями: $\forall p\forall q\ L_{3s}^\sigma$ (C, Q, p, q), $\forall p\forall q\ L_{3w}^\sigma$ (C, Q, p, q), $\forall p\forall q\, L_{4s}^\sigma$ (C', Q, p, q), $\forall p\forall q\, L_{4w}^\sigma$ (C', Q, p, q), где $\sigma \in \{+, -\}$.

Для эмпирических тенденций (ЭТ) и их оснований могут иметь место условия **антитонности** для функционалов $F^\sigma$ и $f^\sigma$ ($\sigma \in \{+, -\}$)

(15-2)

$$\forall m\forall p\forall q\,(((m < p)\ \&\ (p < q)) \supset ((F^\sigma(m, q) < F^\sigma(m, p))\ \&$$
$$\&\ (F^\sigma(m, p) \le 0{,}2))),$$

(16-2)

$$\forall m\forall p\forall q\,((m < p)\ \&\ (p < q)) \supset ((f^\sigma(m, q) < f^\sigma(m, p))\ \&$$
$$\&\ (f^\sigma(m, p) \le 0{,}2))) \text{ ([2], Часть II, с. 10).}$$

Утверждения (15-3) и (16-3) выражают устойчивую регулярность ЭТ, а эмпирические законы выражают **максимальную регулярность**.

Интуитивная идея эмпирических закономерностей в последовательностях баз фактов как регулярности, выраженной посредством существенных параметров в [15], была уточнена и формализована в определениях Df.1-2 и Df.2-2 и других определениях § 2.

Регулярность рассматриваемых эффектов в базах фактов представима посредством малой степени противоречивости для ЭТ и непротиворечивости для всех расширений БФ для эмпирических законов (в последнем случае имеет место тотальная корректность, выразимая посредством предикатов $\overline{K}$ (p, q) и $\overline{R}$ (p, q).

Существенность используемых параметров для представления ЭЗК выразима посредством условия для абдуктивной сходимости $\rho^\sigma \le \rho^\sigma(s) \le 1$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Заметим, что $\forall p\forall q\ L_3^\sigma$ (C, Q, p, q) и $\forall p\forall q\ L_4^\sigma$(C', Q, p, q) являются информативнее $J_{\langle 1,\,2n_s\rangle}(C\Rightarrow_1 Q)$ и $J_{\langle 1,\,2n_s-1\rangle}(C'\Rightarrow_2 Q)$, соответственно, где $2n_s$ и $2n_{s\text{-}1}$ числа шагов правил правдоподобного вывода для заключительной $БФ_{0,s}$ (аналогичное имеет место для $L_3^-$ (Z, U, p, q) и $L_4^-$ (V, U, p, q)).

Очевидно, что реализации эмпирических законов $\forall p\forall q\ L_1^\sigma$ (C, Q, p, q) и их оснований $\forall p\forall q\ L_2^\sigma$(C', Q, p, q), где $\sigma\in \{+, -\}$ выражают наиболее информативные и устойчивые регулярности, извлеченные из последовательностей вложенных баз фактов.

Заметим также, что введенные определения ЭЗК – эмпирических законов и эмпирических тенденций (ЭТ), предполагают истинность $АКП^{(\sigma)}$ и $Ex^\sigma$, где $\sigma \in \{+, -\}$, соответственно. Это означает адекватность ДСМ-рассуждений «Миру-2», в котором имеются (±)-причины, вынуждающие наличие или отсутствие соответствующих эффектов. Однако формализация ЭЗК (в том числе эмпирических законов и тенденций), предложенная в [15], может быть усилена посредством условия сохранения типов истинностных значений 1, -1, 0 для порождаемых гипотез в последовательностях вложенных баз фактов ($БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \ldots \subset БФ_{0,s}$). Это усиление определений ЭЗК рассматривается в следующем §3.

## §3. УСИЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ЭМПИРИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ

Аналогично §2 будем рассматривать последовательности вложенных баз фактов $БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \subset \ldots \subset БФ_{0,s}$, где $БФ_{0,s}$ есть последнее расширение начальной базы фактов $БФ_{0,s}$ такое, что выполняется условие $\rho^\sigma \le \rho^\sigma(s) \le 1$ для заданных порогов $\rho^\sigma$, где $\sigma\in\{+, -\}$. Напомним, что при этом расширении добавляются лишь (±)-факты, а потому имеют место последовательности, $\Omega_{0,0}^\sigma$, $\Omega_{0,1}^\sigma$, …, $\Omega_{0,s}^\sigma$ такие, что $\Omega_{0,0}^\sigma \subset \Omega_{0,1}^\sigma \subset \ldots \subset \Omega_{0,s}^\sigma$, где $\sigma \in\{+, -\}$[1].

Определим предикаты сохранения типов истинностных значений порождаемых гипотез $C_j^+$ (V, W), где $\sigma\in\{+, -, 0, \tau\}$, а $j$ = 1, 2:

[1] Возможно расширение БФ посредством добавления только (+)-фактов или только (–)-фактов. Тогда $\Omega_{0,0}^\sigma \subseteq \Omega_{0,1}^\sigma \subseteq \ldots \subseteq \Omega_{0,s}^\sigma$.

Df. 1-3.

$$C_2^+(V, W) \rightleftharpoons \forall p(((\exists n\,(J_{\langle 1,n\rangle}(V \Rightarrow_2 W) \in \Delta^+(p)) \to$$
$$\to \exists m\,(J_{\langle 1,m\rangle}(V \Rightarrow_2 W) \in \Delta^+(p+1))) \,\&$$
$$\&\, \exists q \exists l\,(J_{\langle 1,l\rangle}(V \Rightarrow_2 W) \in \Delta^+(p)));$$
$$C_1^+(V, W) \rightleftharpoons \forall p(((\exists n\,(J_{\langle 1,n\rangle}(V \Rightarrow_1 W) \in \Omega^+(p)) \to$$
$$\to \exists m(J_{\langle 1,m\rangle}(V \Rightarrow_1 W) \in \Omega^+(p+1))) \,\&$$
$$\&\, \exists q \exists l\,(J_{\langle 1,l\rangle}(V \Rightarrow_1 W) \in \Omega^+(p))).$$

Аналогично определяются $C_2^\sigma(V, W)$ и $C_1^\sigma(V, W)$ для $\sigma \in \{0, -, \tau\}$.

Очевидно следующее **Утверждение 1-3.**

$$\forall V \forall W\,(C_1^\sigma(V,W) \to (\forall p \forall q (F^\sigma(p, q) = 0)),$$
$$\forall V \forall W\,(C_2^\sigma(V,W) \to (\forall p \forall q (f^\sigma(p, q) = 0)),\ \text{где}$$
$$\sigma \in \{+, -, 0\}.$$

Очевидно следующее **Утверждение 2-3.**

$$\forall V \forall W((C_1^+(V,W) \vee C_1^-(V,W) \vee C_1^0(V,W)) \to$$
$$\to \neg C_1^\tau(V,W)).$$

Это утверждение следует из определений $C_1^\sigma(V,W)$, $\Pi_n^\sigma(V,W)$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$.

Из Утверждения 2-3 следует условие невозможности извлечь ЭЗК из последовательности $БФ_{0,0}, \ldots, БФ_{0,s}$, посредством ДСМ-рассуждений, так как $\forall V \forall W(C_1^\tau(V,W) \to (\neg C_1^+(V,W) \,\&\, \neg C_1^-(V,W) \,\&\, \neg C_1^0(V,W)))$ – истинно.

Сформулируем теперь усиление определения семейства позитивных эмпирических законов Df. 3-2 посредством предиката $\overline{L}_1^+(Z, U, p, q)$ и константы Q, представляющей соответствующий эффект.

Df. 2-3.

$$\forall Z \forall p \forall q\,(\overline{L}_1^+(Z, Q, p, q) \leftrightarrow \exists n \exists s\,(((J_{(\tau,\,2n-1)}(Z \Rightarrow_1 Q) \,\&$$
$$\&\, \Pi_n^+(Z, Q)) \to J_{\langle 1,\,2n\rangle}(Z \Rightarrow_1 Q)) \,\&\, (F^-(p, q) = 0 \,\&$$
$$\&\, F^0(p, q) = 0) \,\&\, C_1^+(Z, Q) \,\&\, (\rho^+ \le \rho^+(s) \le 1))).$$

Аналогично формулируется определение Df. 3-3 семейства негативных эмпирических законов посредством предиката $\overline{L}_1^-(Z, U, p, q)$ и Q – константы, представляющей эффект, вынуждаемый (–)-причинами Z.

Усиление характеризации позитивного и негативного эмпирических законов представим утверждениями (1-3) и (2-3):

(1-3)

$$\forall Z \forall p \forall q\ \overline{L}_1^+(Z, Q, p, q),$$

(2-3)

$$\forall Z \forall p \forall q\ \overline{L}_1^-(Z, Q, p, q).$$

Реализации же усиления характеризации эмпирических законов представимы утверждениями (3-3) и (4-3):

(3-3)

$$\forall p \forall q\ \overline{L}_1^+(C, Q, p, q),$$

(4-3)

$$\forall p \forall q\ \overline{L}_1^-(C, Q, p, q),$$

где C – константа, являющаяся носителем эффекта Q.

Определим также усиление оснований позитивных и негативных эмпирических законов посредством предикатов $\overline{L}_2^+(V, W, p, q)$ и $\overline{L}_2^-(V, W, p, q)$.

Df. 4-3.

$$\forall V \forall p \forall q\,(\overline{L}_2^+(V, Q, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n \exists s\,(((J_{(\tau,\,2n-2)}(V \Rightarrow_2 Q) \,\&\, M_{x,n}^+(V, Q) \,\&$$
$$\&\, \neg M_{y,n}^-(V, Q)) \to J_{\langle 1,\,2n-1\rangle}(V \Rightarrow_2 Q)) \,\&\, (f^-(p, q) = 0 \,\&$$
$$\&\, f^0(p, q) = 0) \,\&\, C_2^+(V, Q) \,\&\, (\rho^+ \le \rho^+(s) \le 1))),$$

Df. 5-3.

$$\forall V \forall p \forall q\,(\overline{L}_2^-(V, Q, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n \exists s\,(((J_{(\tau,\,2n-2)}(V \Rightarrow_2 Q) \,\&\, \neg M_{x,n}^+(V, Q) \,\&$$
$$\&\, M_{y,n}^-(V, Q)) \to J_{\langle -1,\,2n-1\rangle}(V \Rightarrow_2 Q)) \,\&\, (f^+(p, q) = 0 \,\&$$
$$\&\, f^0(p, q) = 0) \,\&\, C_2^-(V, Q) \,\&\, (\rho^- \le \rho^-(s) \le 1))).$$

Реализации усиления характеризации оснований эмпирических законов представимы утверждениями (5-3) и (6-3):

(5-3)

$$\forall p \forall q\ \overline{L}_2^+(C', Q, p, q),$$

(6-3)

$$\forall p \forall q\ \overline{L}_2^-(C', Q, p, q).$$

В силу Утверждения 1-3 из определений Df. 2-3 и Df. 3-3 предикатов $\overline{L}_2^+(Z, U, p, q)$ и $\overline{L}_2^-(Z, U, p, q)$ следует истинность $\forall p \forall q\ \overline{K}(p, q)$, т. е., одно из условий тотальной корректности ДСМ-рассуждений [2, Часть II, с. 23].

Аналогично в силу Утверждения 1-3 из определения Df. 4-3 предикатов $\overline{L}_2^+(V, W, p, q)$ и $\overline{L}_2^-(V, W, p, q)$ следует истинность $\forall p \forall q\ \overline{R}(p, q)$ второго условия тотальной корректности ДСМ-рассуждения.

Определения Df. 2-3, Df. 3-3 и Df. 4-3 могут быть ослаблены, если отказаться от тотальной корректности, сохранив лишь непротиворечивость множеств порождаемых гипотез с соответствующими типами истинностных значений ($\nu \in \{+, -\}$).

Таким образом, сформулируем следующие ослабления приведенных выше определений.

Df. 2-3a.

$$\forall Z \forall p \forall q\,(\overline{L}_{1a}^+(Z, Q, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n \exists s\,(((J_{(\tau,\,2n-1)}(Z \Rightarrow_1 Q) \,\&\, \Pi_n^+(Z, Q)) \to$$
$$\to J_{\langle 1,\,2n\rangle}(Z \Rightarrow_1 Q)) \,\&\, C_1^+(Z, Q) \,\&\, (\rho+ \le \rho+(s) \le 1))),$$

Df. 3-3a.

$$\forall Z \forall p \forall q\,(\overline{L}_{1a}^-(Z, Q, p, q) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow \exists n \exists s\,(((J_{(\tau,\,2n-1)}(Z \Rightarrow_1 Q) \,\&\, \Pi_n^-(Z, Q)) \to$$
$$\to J_{\langle -1,\,2n\rangle}(Z \Rightarrow_1 Q)) \,\&\, C_1^-(Z, Q) \,\&\, (\rho^- \le \rho^-(s) \le 1))).$$

Аналогично формулируются определения Df. 4a-3 и Df. 5a-3 для $\overline{L}_2^+(V, W, p, q)$ и $\overline{L}_2^-(V, W, p, q)$ – соответственно.

Одной из компонент ДСМ-метода АПГ являются квазиаксиоматические теории (КАТ) $\mathrm{T} = \langle \Sigma, \Sigma', R \rangle$, где $\Sigma$ – множество аксиом, лишь частично характеризующих предметную область, $\Sigma'$ – открытое множество фактов и гипотез, а R – множество правил как правдоподобного вывода (п.п.в.-1 и п.п.в.-2), так и достоверного (дедуктивного) вывода [1, Часть II, с. 7]. КАТ $\mathrm{T}$ являются средством представления знаний в интеллектуальных системах, реализующих ДСМ-рассуждения.

$\sum$ содержит аксиомы структуры данных $\mathrm{T}_a$ (алгебраическая часть)[1], процедурные аксиомы $\mathrm{T}_{pr}$, представляющие правила правдоподобного вывода п.п.в.-1 (для индукции) и п.п.в.-2 (для аналогии). $\sum$ также может содержать дескриптивные аксиомы, соответствующие предметной области, АКП$^{\sigma}$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Фрагмент КАТ, состоящий из $\mathrm{T}_a \cup \mathrm{T}_{pr}$ [2], является **непротиворечивой** теорией ([14, Гл. 5. О дедуктивной имитации некоторых вариантов ДСМ-метода автоматического порождения гипотез, с. 240-286]. Добавление АКП$^{(+)}$ и АКП$^{(-)}$ может сделать $\mathrm{T}_a \cup \mathrm{T}_{pr} \cup$ $\cup$ {АКП$^{(+)}$, АКП$^{(-)}$} **противоречивой теорией.**

Так как Этап II ДСМ-рассуждения состоит из Этапов $\mathrm{I_p}$, где p = 0, 1, …, *s*, которые соответствуют последовательности вложенных баз фактов $БФ_{0,0}$, …, $БФ_{0,s}$, то этим этапам ДСМ-рассуждения соответствуют КАТ $\mathrm{T}^{(0)}_{x,y}$, $\mathrm{T}^{(1)}_{x,y}$, …, … $\mathrm{T}^{(s)}_{x,y}$, где пара ⟨x, y⟩ обозначает стратегию ДСМ-рассуждения $Str_{x,y}$. Эти стратегии образуют решетки интенсионалов и экстенсионалов п.п.в.-1 [3].

В §1 были рассмотрены два возможных случая принятия порождаемых гипотез (a) и (b). В случае (a) истинны аксиомы каузальной полноты АКП$^{(\sigma)}$, в случае же (b) имеют место условия $Ex^{\sigma}$ ($\sigma \in \{+, -\}$) такие, что они выражают существование фактов в базе фактов $БФ_{0,p}$, которые имеют абдуктивное объяснение в силу абдуктивной сходимости к заданным порогам $\rho^+$ и $\rho^-$.

Таким образом, на Этапе II ДСМ-рассуждения гипотезы принимаются на **достаточном основании** посредством предикатов $Ad_1$ и $Ad_2$ (в случае (a)) и посредством предикатов $\widetilde{Ad}_1$ и $\widetilde{Ad}_2$ (в случае (b)).

Имеются две цели обязательного рассмотрения последовательности баз фактов $БФ_{0,0}$, …, $БФ_{0,s}$ – реализация абдуктивной сходимости для случая (b) принятия гипотез и обнаружение ЭЗК для knowledge discovery, формирование базы знаний ИС-ДСМ и расширения КАТ, которая есть средство поддержки экспериментальных исследований.

Сформулированные выше цели ДСМ-метода АПГ реализуются в ДСМ-рассуждении на Этапе II, состоящем из последовательности Этапов $\mathrm{I_p}$ и применений $\rho^{\sigma}$ (p): Этап $\mathrm{I_0}$, $\rho^{\sigma}$ (0); Этап $\mathrm{I_1}$, $\rho^{\sigma}$ (1); …, Этап $\mathrm{I_s}$, $\rho^{\sigma}$ (s) где $\sigma \in \{+, -\}$, а $\rho^{\sigma} \le \rho^{\sigma}(s) \le 1$ является условием окончания ДСМ-рассуждения.

Каждый Этап $\mathrm{I_p}$ образован итерацией п.п.в.-1 (индукции) и п.п.в.-2 (аналогии) до стабилизации на шаге $n_p$, когда множество порождаемых гипотез не может быть расширено. Таким образом, преобразование $\Omega_{0,p}$ осуществляется применением последовательности п.п.в. (п.п.в.-1 + п.п.в.-2)$_1$ → … → (п.п.в.-1 + + п.п.в.-2)…, где $n_p$ – номер шага стабилизации преобразования $\Omega_{0,p}$, соответствующего $БФ_{0,p}$, – начальной базе фактов Этапа $\mathrm{I_p}$ ДСМ-рассуждения.

Сформулированная последовательность применения правил правдоподобного вывода (п.п.в.) является оператором 0, применяемым к $\Omega_{0,p}$: $0(\Omega_{0,p})$, где $0(\Omega_{0,p}) = \Omega_{n_p,p}$, а $\Omega_{n_p,p}$ – результат применения последней п.п.в.-2 (аналогии), порождающей предсказание, а $n_p$ – число шагов Этапа $\mathrm{I_p}$.

Оператор 0 определен для каждой стратегии ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$, которая задана посредством п.п.в.-1 (индукции), состоящей из четырех правил $(I)^+$, $(I)^-$, $(I)^0$ и $(I)^{\tau}$. Эти правила формулируются посредством М-предикатов $M^+_{x,n}$(V, W), $M^-_{y,n}$(V, W) и их отрицаний каждому правилу $(I)^{\sigma}_{x,y}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, соответствует дистрибутивная решетка [3]. Таким образом, имеется множество операторов $0_{x,y}$, соответствующих дистрибутивным решеткам правил $(I)^{\sigma}_{x,y}$ ($\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$).

Следовательно, имеем следующие определения операторов 0 и $\overline{0}$: 0: $\{\Omega_{0,0}, \ldots, \Omega_{0,s}\} \to \{\Omega_{n_0}(0), \ldots, \Omega_{n_s}(s)\}$, $\overline{0}_{x,y}$: $\{\Omega_{0,0}, \ldots, \Omega_{0,s}\} \to \{\Omega_{n_0}(0) \cup \Omega_{0,0}, \ldots, \Omega_{n_s}(s) \cup \Omega_{0,s}\}$.

<u>**Замечание 1-3.**</u> «Следами» применения оператора 0 являются результаты применений п.п.в.-1 и п.п.в.-2 на соответствующих шагах и тактах ДСМ-рассуждения.

Рассмотрим теперь расширение оператора 0 – оператор $\overline{0}$, определяемый следующим образом:

Df. 6-3.

$$\overline{0}(\Omega_{0,p}) = 0(\Omega_{0,p}) \cup \Omega_{0,p}.$$

Расширим язык представления знаний ДСМ-метода АПГ JSM-L, добавив термы $\Delta^{\sigma}$ (p), $\Omega^{\sigma}$ (p), где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$. Рассмотрим последовательность баз фактов (*) $БФ_{0,0}$, …, $БФ_{0,s}$, такую, что:

(1) $БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \subset \ldots \subset БФ_{0,s}$,

(2) $\rho^{\sigma} \le \rho^{\sigma}(s) \le 1$.

Этап II ДСМ-рассуждения, соответствующий последовательности (*), представим следующим образом:

(**) $\overline{0}(\Omega_{0,0})$, $\rho^{\sigma}(0)$; $\overline{0}(\Omega_{0,1})$, $\rho^{\sigma}(1)$; …; $\overline{0}(\Omega_{0,s})$, $\rho^{\sigma}(s)$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Рассмотрим КАТ такую, что к $\mathrm{T}_a \cup \mathrm{T}_{pr}$ добавлены аксиомы

(9-3)
$$\forall V \forall W\ C^+_2\ (V,W),$$

(10-3)
$$\forall V \forall W\ C^-_2\ (V,W),$$

(11-3)
$$\forall V \forall W\ C^0_2\ (V, W),$$

(12-3)
$$\forall Z \forall U\ C^+_1\ (Z, U),$$

(13-3)
$$\forall Z \forall U\ C^-_1\ (Z, U),$$

---

1 В данной статье $\tau_a$ есть две булевы алгебры $\mathfrak{B}_1$ и $\mathfrak{B}_2$

2 Аксиомы из $\tau_a \cup \tau_{pr}$ представлены в§4.

(14-3)

$$\forall Z\forall U\ C_1^0(Z, U).$$

Имеет место **Утверждение 3-3**: оператор $\overline{0}$ является **операцией замыкания,** заданной на множестве $\{\Omega_{0,0}, \ldots, \Omega_{0,s}\}$,если истинно (9-3) – (14-3), так как имеет место:

C1. $\Omega_{0,p} \subseteq \overline{0}(\Omega_{0,p})$ (экстенсивность);

C2. $\overline{0}(\overline{0}(\Omega_{0,p})) = \overline{0}(\Omega_{0,p})$ (идемпотентность);

C3. Если $\Omega_{0,p} \subseteq \Omega_{0,q}$, то $\overline{0}(\Omega_{0,p}) \subseteq \overline{0}(\Omega_{0,q})$ (изотонность) [30].

C1 следует непосредственно из Df. 6-3. C2 следует из определения оператора 0, образованного последовательным применением п.п.в.-1 и п.п.в.-2 до стабилизации множеств порождаемых гипотез. C3 следует из Df. 6-3 и аксиом (9-3) – (14-3).

Очевидны следующие Утверждения:

**Утверждение 4-3.**

$\forall V\forall W\ C_2^{\sigma}(V, W) \to \forall p\forall q(f^{\sigma}(p, q) = 0)$,

$\forall V\forall W\ C_1^{\sigma}(V, W) \to \forall p\forall q(F^{\sigma}(p, q) = 0)$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$.

**Утверждение 5-3.**

$\forall V\forall W\ (C_2^{+}(V, W)\ \&\ C_2^{-}(V, W)\&\ C_2^{0}(V, W)) \to$
$\to \forall p\forall q\ \overline{R}(p, q)$,

$\forall Z\forall U\ (C_1^{+}(Z, U)\ \&\ C_1^{-}(Z, U)\ \&\ C_1^{0}(Z, U)) \to$
$\to \forall p\forall q\ \overline{K}(p, q)$.

**Утверждение 4-3** следует из условия сохранения истинностных значений при расширении баз фактов $БФ_{0,p}$, что означает невозможность контрарных пар среди порождаемых гипотез. Заметим также, что каждое порождаемое множество гипотез непротиворечиво [14, Гл. 5. О дедуктивной имитации некоторых вариантов ДСМ-метода автоматического порождения гипотез, с. 240-286].

**Утверждение 5-3** следует непосредственно из **Утверждения 4-3**.

Таким образом, **Утверждение 3-3** и **Утверждение 5-3** характеризуют эмпирические законы и их основания, определяемые в Df. 2-3, Df. 3-3, Df. 4-3 и Df. 5-3, посредством пространств толерантности [12, 13] и посредством ДСМ-оператора $\overline{0}$, являющегося операцией замыкания [30].

Из Утверждения 4-3 следует, что из усиленных определений семейств эмпирических законов и их оснований Df. 2-3, Df. 3-3 и Df. 4-3, Df. 5-3 следуют определения Df. 3-2 и Df. 4-2 и их аналоги для $L_1^{-}(Z, U, p, q)$ и $L_2^{-}(V, W, p, q)$.

Говоря неформально, из условий сохранения типов истинностных значений (1, -1, 0) следует непротиворечивость множеств порождаемых гипотез для последовательности вложенных баз фактов. Поэтому из усиленных определений семейства эмпирических законов и их оснований следуют Df. 3-2 и Df. 4-2.

Заметим, что из непротиворечивости множеств порождаемых гипотез посредством ДСМ-рассуждений не следуют условия сохранения типов истинностных значений гипотез, так как типы истинностных значений τ и ν, где ν = 1, -1, 0 не образуют контрарных пар для соответствующих гипотез.

Аксиомы (9-3) и (14-3) применимы **ко всем** (σ)-гипотезам, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$, что представляет некоторое множество эмпирических законов. Однако естественно предположить, что чаще реализуются экзистенциальные условия сохранения типов истинностных значений порождаемых гипотез (15-3) – (20-3):

(15-3)

$$\exists V\exists W\ C_2^{+}(V, W),$$

(16-3)

$$\exists V\exists W\ C_2^{-}(V, W),$$

(17-3)

$$\exists V\exists W\ C_2^{0}(V, W),$$

(18-3)

$$\exists Z\exists U\ C_1^{+}(Z, U),$$

(19-3)

$$\exists Z\exists U\ C_1^{-}(Z, U),$$

(20-3)

$$\exists Z\exists U\ C_1^{0}(Z, U).$$

Рассмотрим отношения $C_1^{\sigma} = \{\langle Z, U\rangle \mid C_1^{\sigma}(Z, U)\}$ и $C_2^{\sigma} = \{\langle V, W\rangle \mid C_2^{\sigma}(V, W)\}$, где $\sigma \in \{+, -, 0\}$.

На Этапе $I_p$ ДСМ-рассуждения $0(\Omega_{0,p}) = \Omega_{n,p}$ и оператор 0 порождает промежуточный результат $\Delta_{n,p}$ (результат применения п.п.в.-1). Отношениям $C_1^{\sigma}$ и $C_2^{\sigma}$ в случае истинности (15-3) – (20-3) соответствуют множества элементарных высказываний $\tilde{\Omega}_{n_p,p}^{\sigma}$ и $\tilde{\Delta}_{n_p-1,p}^{\sigma}$ такие, что $\tilde{\Omega}_{n_p,p}^{\sigma} \subseteq \Omega_{n_p,p}^{\sigma}$ и $\tilde{\Delta}_{n_p-1,p}^{\sigma} \subseteq \Delta_{n_p-1,p}^{\sigma}$, $\tilde{\Omega}_{n_p,p}^{\sigma} \subseteq \tilde{\Omega}_p$, $\tilde{\Delta}_{n_p-1,p}^{\sigma} \subseteq \tilde{\Delta}_{n_p-1}^{\sigma}$

$\tilde{\Omega}_{n_p,p}^{\sigma}$ и $\tilde{\Delta}_{n_p-1,p}^{\sigma}$ порождены применением ДСМ-оператора $\overline{0}$ к $\tilde{\Omega}_{0,p}$, где $\tilde{\Omega}_{0,p} \subseteq \Omega_{0,p}$.

Аналогично Утверждению 3-3 на множестве $\{\tilde{\Omega}_{0,0}, \ldots, \tilde{\Omega}_{0,s}\}$ оператор $\overline{0}$ является операцией замыкания. Заметим, что $\Omega_{0,p} = \Omega_0(p)$, $\tilde{\Omega}_{0,p} = \tilde{\Omega}_0(p)$ – множества гипотез (предсказаний посредством п.п.в.-2, порожденных на Этапе $I_p$ при условии истинности (15-3) – (20-3)).

**Замечание 2-3.** Определения Df. 2-3, Df. 3-3, Df. 4-3 и Df. 5-3, являющиеся усилениями определений семейств эмпирических законов и их оснований, формулируются не только в предположении истинности (9-3), (10-3), (12-3), (13-3), но и при условии истинности (15-3), (16-3), (18-3), (19-3).

Если истинно (15-3) $\exists V\exists W\ C_1^{+}(V, W)$ и истинны $\forall q\forall p\ (f^{-}(q, p) = 0)$ и $\forall q\forall p\ (f^{0}(q, p) = 0)$, то истинно $\forall q\forall p\ (f^{+}(q, p) = 0)$. Предположим, что существует $J_{\langle 1,n_0\rangle}(C'\Rightarrow_2 Q)$ на Этапе $I_p$ и существует $J_{\langle -1,n_0\rangle}(C'\Rightarrow_2 Q)$ на Этапе $I_q$, где $p \neq q$. Таким образом, $J_{\langle 1,n_0\rangle}(C'\Rightarrow_2 Q) \in$ $\in \Delta^{+}(p)$ и $J_{\langle -1,n_0\rangle}(C'\Rightarrow_2 Q) \in \Delta^{-}(p)$, а, следовательно, $C'\Rightarrow_2 Q \in \Delta^{-}(q) \cap (\Delta^{+}(p) \cup \Delta^{0}(p))$ и $\Delta^{-}(p) \cap (\Delta^{+}(p) \cup$ $\cup\ \Delta^{0}(p)) \neq \varnothing$, а потому

$$f^{-}(q,p)=\frac{\left|\Delta^{-}(p)\cap\left(\Delta^{+}(p)\cup\Delta^{0}(p)\right)\right|}{\left|\Delta^{-}(q)\right|}>0,$$

что противоречит высказыванию ∀q∀p ($f^{-}$(q, p) = 0). Следовательно, не существует гипотезы $J_{\langle -1,n_0\rangle}$ (C′⇒$_2$Q) на этапе $I_q$ ДСМ-рассуждения. Аналогичен случай, когда существует $J_{\langle 0,n_0\rangle}$ (C′⇒$_2$Q).

Аналогично рассуждение для истинности (16-3) ∃V∃W $C_2^{-}$(V, W): если ∀q∀p ($f^{+}$(q, p) = 0) и ∀q∀p($f^{0}$ (q, p) = 0), то ∀q∀p($f^{-}$(q, p) = 0).

Также устанавливается, что если (18-3) ∃Z∃U $C_1^{+}$ (Z, U) истинно и ∀q∀p($F^{-}$(q, p) = 0) и ∀q∀p($F^{0}$(q, p) = 0) истинны, то истинно ∀q∀p($F^{+}$ (q, p) = 0).

Соответствующее утверждение имеет место в случае истинности (19-3) ∃Z∃U $C_1^{-}$ (Z, U) и ∀q∀p ($F^{+}$(q, p) = 0) и ∀q∀p ($F^{0}$ (q, p) = 0).

**Замечание 3-3.** Предикаты $\overline{L}_2^{\sigma}$(V, W, p, q) и $\overline{L}_1^{\sigma}$(Z, U, p, q) (σ ∈ {+, –}) могут быть ослаблены посредством трех возможных изменений: для σ = + удалением

(1) $f^{-}$(p, q) = 0 ($F^{-}$ (p, q) = 0),
(2) $f^{0}$(p, q) = 0 ($F^{0}$ (p, q) = 0),
(3) $f^{-}$(p, q) = 0, $f^{0}$ (p, q) = 0 ($F^{-}$(p, q) = 0, $F^{0}$(p, q) = 0).

Аналогично определим ослабление этих предикатов для σ = –. Полученные предикаты будем обозначать посредством $\overline{L}_{2,j}^{\sigma}$ (V, W, p, q) и $\overline{L}_{1,j}^{\sigma}$(Z, U, p, q), где σ ∈ {+, –}, а $j$ = 1, 2, 3.

Естественно, что для этих предикатов определяются их реализации.

Рассмотрим теперь усиления предикатов $L_3^{\sigma}$(Z, U, p, q) и $L_4^{\sigma}$(V, W, p, q), вводимые посредством Df. 5-2 и Df. 6-2, соответственно, которые характеризуют семейство эмпирических тенденций и их основании. Говоря неформально, заменим условие степени противоречивости множества порождаемых гипотез на более сильное условие – степень сохранения типов истинностных значений в последовательностях расширяемых баз фактов.

Определим предикаты $\hat{C}_2^{\sigma}$(V, W) и $\hat{C}_1^{\sigma}$(Z, U), $\overline{C}_2^{\sigma}$(V, W) и $\overline{C}_1^{\sigma}$(Z, U), где σ ∈ {+, –, 0, τ}.

$\hat{C}_2^{+}$(V, W) ⇌ ∃p∃q(¬(p = q) & ∃n($J_{\langle 1,n\rangle}$(V⇒$_2$W) ∈ ∈ $\Delta^{+}$(p)) & ∃m($J_{\langle 1,m\rangle}$(V⇒$_2$W) ∈ $\Delta^{+}$(q))),

$\hat{C}_1^{+}$(Z, U) ⇌ ∃p∃q (¬(p = q) & ∃n($J_{\langle 1,n\rangle}$(Z⇒$_1$U) ∈ $\Omega^{+}$(p)) & ∃m ($J_{\langle 1,m\rangle}$(Z⇒$_1$U) ∈ $\Delta^{+}$(q))).

Аналогично определяются $\hat{C}_2^{\sigma}$(V, W) и $\hat{C}_1^{\sigma}$(Z, U), где σ ∈ {–, 0, τ}.

$\overline{C}_2^{+}$ (V, W) ⇌∃p∃n ($J_{\langle 1,n\rangle}$(V⇒$_2$W) ∈ $\Delta^{+}$(p)),

$\overline{C}_1^{+}$ (Z, U) ⇌ ∃p∃n ($J_{\langle 1,n\rangle}$(Z⇒$_1$U) ∈ $\Omega^{+}$(p)).

Аналогично определяются $\overline{C}_2^{\sigma}$(V, W) и $\overline{C}_1^{\sigma}$(Z, U), где σ ∈ {–, 0, τ}.

Рассмотрим возможные конъюнкции предикатов $\overline{C}_2^{\sigma}$(V, W) и их отрицаний, где σ ∈ {–, 0, τ}, которые соответствуют предикату $\hat{C}_2^{+}$(V, W):

$$\lambda_1\overline{C}_2^{-}(V, W)\ \&\ \lambda_2\overline{C}_2^{0}(V, W)\ \&\ \lambda_3\overline{C}_2^{\tau}(V, W),$$

где $\lambda_j$ есть ¬ или его отсутствие ($j$ = 1, 2, 3). Имеются восемь возможных таких конъюнкций, которые представлены в Табл. 1. 1 и 0 – булевские истинностные значения такие, что они выражают выполнимость $\lambda_j\overline{C}_2^{\sigma}(V,W)$.

Определим $\overline{\overline{C}}{}_{2,j}^{+}$(V, W) ⇌ $\lambda_1\overline{C}_2^{-}$(V, W) & $\lambda_2\overline{C}_2^{0}$(V, W) & & $\lambda_3\overline{C}_2^{\tau}$(V, W), где $j$ = 1, 2, …, 8, для каждого из случаев распределения ¬.

Определим также (+)-описание $Des_{2,i}^{+}$ множества порожденных гипотез о причинах, соответствующих последовательности расширяемых баз фактов $БФ_{0,0}$, …, $БФ_{0,s}$.

Df. 7-3.

$$Des_{2,i}^{+} \rightleftharpoons \exists V\exists W(\hat{C}_2^{+}(V, W)\ \&\ \overline{\overline{C}}{}_{2,j}^{+}(V, W)),$$

где $i$ = 1, 2, …, 8.

Аналогично определим $Des_{2,i}^{\sigma}$ ⇌ ∃V∃W ($\hat{C}_2^{\sigma}$(V, W) & & $\overline{\overline{C}}{}_{2,j}^{\sigma}$(V, W)), где $i$ = 1, 2, …, 8, а σ ∈ {–, 0, τ}.

Рассмотрим также возможные конъюнкции предикатов $\overline{C}_1^{\sigma}$(Z, U) и их отрицаний, где σ ∈ {–, 0, τ}, которые соответствуют предикату $\hat{C}_1^{+}$(Z, U): $\lambda_1\overline{C}_1^{-}$ (Z, U) & $\lambda_2\overline{C}_1^{0}$(Z, U) & $\lambda_3\overline{C}_1^{\tau}$ (V, W), где $\lambda_j$ есть ¬ или его отсутствие ($j$ = 1, 2, 3). Они представлены в Табл. 2.

$$\overline{\overline{C}}{}_{1,j}^{+}(Z, U) \rightleftharpoons \lambda_1\overline{C}_1^{-}(Z, U)\ \&\ \lambda_2\overline{C}_1^{0}(Z, U)\ \&\ \&\ \lambda_3\overline{C}_1^{\tau}(Z, U),$$

где $i$ = 1, 2, …, 8.

Df. 8-3

$$Des_{1,i}^{+} \rightleftharpoons \exists V\exists W(\hat{C}_1^{+}(Z, U)\ \&\ \overline{\overline{C}}{}_{1,j}^{+}(Z, U)),$$

где $i$ = 1, 2, …, 8.

Аналогично определим

$\overline{\overline{C}}{}_{1,j}^{\sigma}$(Z, U) и $Des_{1,i}^{\sigma}$ ⇌ ∃V∃W($\hat{C}_1^{\sigma}$(Z, U) & $\overline{\overline{C}}{}_{1,j}^{\sigma}$(Z, U)), где $i$ = 1, 2, …, 8, а σ ∈ {–, 0, τ}.

Так как по определению предиката $\Pi_n^{\tau}$ (Z, U) имеет место эквивалентность ∀Z∀U ($\Pi_n^{\tau}$(Z, U) ↔ ↔ ¬($\Pi_n^{+}$(Z, U) ∨ $\Pi_n^{-}$(Z, U) ∨ $\Pi_n^{0}$(Z, U)), то ∀Z∀U (¬$\Pi_n^{\tau}$(Z, U) ↔ ($\Pi_n^{+}$(Z, U) ∨ $\Pi_n^{-}$(Z, U) ∨ $\Pi_n^{0}$(Z, U))). Поэтому невозможны описания $Des_{1,i}^{+}$ такие, что ∃Z∃U $\overline{C}_n^{\tau}$(Z, U) истинно, т. е., $i$ = 1, 3, 5, 7. Следовательно, возможны лишь $Des_{1,i}^{+}$ такие, что $i$ = 2, 4, 6, 8.

Аналогичное имеет место для $Des_{1,i}^{\sigma}$, где σ ∈ {–, 0}.

*Таблица 1*

| $\overline{\overline{C}}{}^{+}_{2,j}$ (V, W) | $\overline{C}{}^{-}_{2}$ (V, W) | $\overline{C}{}^{0}_{2}$ (V, W) | $\overline{C}{}^{\tau}_{2}$ (V, W) | $\lambda_1\overline{C}{}^{-}_{2}$ (V, W) & $\lambda_2\overline{C}{}^{0}_{2}$ (V, W) & $\lambda_3\overline{C}{}^{\tau}_{2}$ (V, W) |
|---|---|---|---|---|
| (1) | 1 | 1 | 1 | $\overline{C}{}^{-}_{2}$ (V, W) & $\overline{C}{}^{0}_{2}$ (V, W) & $\overline{C}{}^{\tau}_{2}$ (V, W) |
| (2) | 1 | 1 | 0 | $\overline{C}{}^{-}_{2}$ (V, W) & $\overline{C}{}^{0}_{2}$ (V, W) & $\neg\overline{C}{}^{\tau}_{2}$ (V, W) |
| (3) | 1 | 0 | 1 | $\overline{C}{}^{-}_{2}$ (V, W) & $\neg\overline{C}{}^{0}_{2}$ (V, W) & $\overline{C}{}^{\tau}_{2}$ (V, W) |
| (4) | 1 | 0 | 0 | $\overline{C}{}^{-}_{2}$ (V, W) & $\neg\overline{C}{}^{0}_{2}$ (V, W) & $\neg\overline{C}{}^{\tau}_{2}$ (V, W) |
| (5) | 0 | 1 | 1 | $\neg\overline{C}{}^{-}_{2}$ (V, W) & $\overline{C}{}^{0}_{2}$ (V, W) & $\overline{C}{}^{\tau}_{2}$ (V, W) |
| (6) | 0 | 1 | 0 | $\neg\overline{C}{}^{-}_{2}$ (V, W) & $\overline{C}{}^{0}_{2}$ (V, W) & $\neg\overline{C}{}^{\tau}_{2}$ (V, W) |
| (7) | 0 | 0 | 1 | $\neg\overline{C}{}^{-}_{2}$ (V, W) & $\neg\overline{C}{}^{0}_{2}$ (V, W) & $\overline{C}{}^{\tau}_{2}$ (V, W) |
| (8) | 0 | 0 | 0 | $\neg\overline{C}{}^{-}_{2}$ (V, W) & $\neg\overline{C}{}^{0}_{2}$ (V, W) & $\neg\overline{C}{}^{\tau}_{2}$ (V, W) |

*Таблица 2*

| | $\overline{C}{}^{-}_{1}$ (Z, U) | $\overline{C}{}^{0}_{1}$ (Z, U) | $\overline{C}{}^{\tau}_{1}$ (Z, U) | $\lambda_1\overline{C}{}^{-}_{1}$ (Z, U) & $\lambda_2\overline{C}{}^{0}_{1}$ (Z, U) & $\lambda_3\overline{C}{}^{\tau}_{1}$ (Z, U) |
|---|---|---|---|---|
| (1) | 1 | 1 | 1 | $\overline{C}{}^{-}_{1}$ (Z, U) & $\overline{C}{}^{0}_{1}$ (Z, U) & $\overline{C}{}^{\tau}_{1}$ (Z, U) |
| (2) | 1 | 1 | 0 | $\overline{C}{}^{-}_{1}$ (Z, U) & $\overline{C}{}^{0}_{1}$ (Z, U) & $\neg\overline{C}{}^{\tau}_{1}$ (Z, U) |
| (3) | 1 | 0 | 1 | $\overline{C}{}^{-}_{1}$ (Z, U) & $\neg\overline{C}{}^{0}_{1}$ (Z, U) & $\overline{C}{}^{\tau}_{1}$ (Z, U) |
| (4) | 1 | 0 | 0 | $\overline{C}{}^{-}_{1}$ (Z, U) & $\neg\overline{C}{}^{0}_{1}$ (Z, U) & $\neg\overline{C}{}^{\tau}_{1}$ (Z, U) |
| (5) | 0 | 1 | 1 | $\neg\overline{C}{}^{-}_{1}$ (Z, U) & $\overline{C}{}^{0}_{1}$ (Z, U) & $\overline{C}{}^{\tau}_{1}$ (Z, U) |
| (6) | 0 | 1 | 0 | $\neg\overline{C}{}^{-}_{1}$ (Z, U) & $\overline{C}{}^{0}_{1}$ (Z, U) & $\neg\overline{C}{}^{\tau}_{1}$ (Z, U) |
| (7) | 0 | 0 | 1 | $\neg\overline{C}{}^{-}_{1}$ (Z, U) & $\neg\overline{C}{}^{0}_{1}$ (Z, U) & $\overline{C}{}^{\tau}_{1}$ (Z, U) |
| (8) | 0 | 0 | 0 | $\neg\overline{C}{}^{-}_{1}$ (Z, U) & $\neg\overline{C}{}^{0}_{1}$ (Z, U) & $\neg\overline{C}{}^{\tau}_{1}$ (Z, U) |

Рассмотрим предикат сохранения типа истинностного значения τ:

$$C_1^{\tau}(\mathrm{Z, U}) \rightleftharpoons \forall p(((\exists n(J_{(\tau,\, n)}(\mathrm{Z}\Rightarrow_1\mathrm{U}) \in \Omega^{\tau}(p)) \to$$
$$\to \exists m\,(J_{(1,\, m)}(\mathrm{Z}\Rightarrow_1 \mathrm{U}) \in \Omega^{\tau}(p+1))\ \&$$
$$\&\ \exists q\exists l\,(J_{(\tau,\, l)}(\mathrm{Z} \Rightarrow_1 \mathrm{U}) \in \Omega^{\tau}(q)).$$

Заметим, что для реализации ДСМ-рассуждения задается начальное множество $\Omega^{\tau}(0)$. Имеются три возможных случая:

(1τ) $\neg\exists\mathrm{V}\exists\mathrm{U}\ C_1^{\tau}(\mathrm{Z, U})$,

(2τ) $\exists\mathrm{Z}\exists\mathrm{U}\ C_1^{\tau}(\mathrm{Z, U})\ \&\ \exists\mathrm{Z}_1\exists\mathrm{U}_1\neg C_1^{\tau}(\mathrm{Z}_1, \mathrm{U}_1)$,

(3τ) $\forall\mathrm{Z}\forall\mathrm{U}\ \ C_1^{\tau}(\mathrm{Z, U})$.

В случае (1τ) все (τ) – факты из $\Omega_0^{\tau}$ получают предсказания и $\Omega^{\tau}(s) = \varnothing$, где $\Omega^{\tau}(s)$ – множество (τ) – примеров на последнем Этапе $\mathrm{I}_s$. Так как все (τ)-факты на Этапах $\mathrm{I}_p$, где $1 \le p \le s$, изменяют тип истинностного значения τ.

В случае (2τ) существуют как (τ)-факты из $\Omega_0^{\tau}$, которые изменяют тип истинностного значения τ, так и оставляют его неизменным на Этапах $\mathrm{I}_p$, где $1 \le p \le s$.

В случае (3τ) все (τ) – примеры сохраняют истинное значение τ на Этапах $\mathrm{I}_p$, где p = 1, 2, …, s.

Очевидно следующее

**Утверждение 6-3.**

$$\forall\mathrm{V}\forall\mathrm{W}(\overline{C}{}_2^{+}(\mathrm{V, W}) \vee \overline{C}{}_2^{-}(\mathrm{V, W}) \vee \overline{C}{}_2^{0}(\mathrm{V, W}) \vee$$
$$\vee\ \overline{C}{}_2^{\tau}(\mathrm{V, W})),$$

$$\forall\mathrm{V}\forall\mathrm{W}(\overline{C}{}_1^{+}(\mathrm{Z, U}) \vee \overline{C}{}_1^{-}(\mathrm{Z, U}) \vee \overline{C}{}_1^{0}(\mathrm{Z, U}) \vee$$
$$\vee\ \overline{C}{}_1^{\tau}(\mathrm{Z, U})).$$

Рассмотрим отношения, соответствующие предикатам $\overline{C}{}_2^{\sigma}$ (V, W), $\hat{C}_2^{\sigma}$ (V, W), $\overline{C}{}_1^{\sigma}$ (Z, U), $\hat{C}_1^{\sigma}$ (Z, U), где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$:

$\overline{C}{}_2^{\sigma} = \{\langle \mathrm{V, W}\rangle |\ \ \overline{C}{}_2^{\sigma}(\mathrm{V, W})\}$,

$\hat{C}_2^{\sigma} = \{\langle \mathrm{V, W}\rangle |\ \ \hat{C}_2^{\sigma}(\mathrm{V, W})\}$,

$\overline{C}{}_1^{\sigma} = \{\langle \mathrm{Z, U}\rangle |\ \ \overline{C}{}_1^{\sigma}(\mathrm{Z, U})\}$,

$\hat{C}_1^{\sigma} = \{\langle \mathrm{Z, U}\rangle |\ \ \hat{C}_1^{\sigma}(\mathrm{z, u})\}$.

Посредством $|\overline{C}{}_2^{\sigma}|$, $|\hat{C}_2^{\sigma}|$, $|\overline{C}{}_1^{\sigma}|$, $|\hat{C}_1^{\sigma}|$ обозначим число элементов (пар) этих отношений.

Заметим, что, если в $Des_{2,i}^{\sigma}$ входит $\neg\overline{C}{}_2^{\sigma_j}$ (V, W), где $\sigma \ne \sigma_j$, то $\exists\mathrm{V}\exists\mathrm{W}\ \ \overline{C}{}_2^{\sigma_j}$ (V, W) – ложно. Следовательно, $\overline{C}{}_2^{\sigma_j} = \{\langle \mathrm{V, W}\rangle |\ \overline{C}{}_2^{\sigma_j}(\mathrm{V, W})\} = \varnothing$ и $|\overline{C}{}_2^{\sigma_j}| = 0$. Аналогичное утверждение имеет место и для $Des_{1,i}^{\sigma}$ и $\overline{C}{}_1^{\sigma_j}$ (Z, U).

Определим теперь функции **сохранения типов истинностных значений** $\xi_h^{\sigma}$ для порождаемых гипотез, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, а $h$ = 1, 2.

Напомним, что рассматривается последовательность вложенных баз фактов $БФ_{0,0}$, $БФ_{0,1}$, …, $БФ_{0,s}$, такая, что $БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \subset \ldots \subset БФ_{0,s}$. Каждой

БФ$_{0,p}$ ($0 \le p \le s$) соответствуют множества гипотез, порожденных ДСМ-оператором O для фиксированной стратегии ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$, правила для индукции (п.п.в.-1) которых образуют решетку [3]. Каждой БФ$_{0,p}$ соответствуют множества Δ(p) и Ω(p) для предикатов $V \Rightarrow_2 W$ и $X \Rightarrow_1 Y$, соответственно.

Пусть $\langle C_i', \ Q_i' \rangle$ пара констант для гипотез $J_{\langle \nu, n\rangle}(C_i' \Rightarrow_2 Q_i')$ или $J_{(\tau, n)}(C_i' \Rightarrow_2 Q_i')$, где $\nu \in \{1, -1, 0\}$. Пусть также m есть число всех гипотез, порожденных для БФ$_{0,s}$: $|\Delta(s)| = m$. Каждому множеству Δ(p), где $0 \le p \le s$ принадлежат гипотезы $J_{\langle \nu, n_p\rangle}(C_i' \Rightarrow_2 Q_i')$, $\nu \in \{1, -1, 0\}$ или $J_{\langle \tau, n_\nu\rangle}(C_i \Rightarrow_2 Q_i)$ для пары $\langle C_i', \ Q_i' \rangle$, или же для $\langle C_i', \ Q_i' \rangle$ в Δ(p) не имеется гипотезы. В первом случае $\langle C_i', \ Q_i' \rangle$ сопоставим тип истинностного значения ν или τ, а во втором случае (т.е. при отсутствии гипотезы для $\langle C_i', \ Q_i' \rangle$) этой паре сопоставим символ *, представляющий отсутствие соответствующей гипотезы. Таким образом, каждой паре $\langle C_i', Q_i' \rangle$ поставим в соответствие значение $\sigma_i(p)$ для Δ(p) такое, что

$$\sigma_i(p) = \begin{cases} \nu, \text{ если } J_{\langle \nu, n_p\rangle}(C_i' \Rightarrow_2 Q_i') \in \Delta_i(p) \\ \tau, \text{ если } J_{\langle \tau, n_p\rangle}(C_i' \Rightarrow_2 Q_i') \in \Delta_i(p) \\ *, \text{ иначе} \end{cases}.$$

Каждой паре $\langle C_i', \ Q_i' \rangle$ соответствует упорядоченное множество $\pi_i^{(2)} = \langle \sigma_i(0), \sigma_i(1), \ldots, \sigma_i(p), \ldots, \sigma_i(s)\rangle$, где $1 \le i \le m$, $0 \le p \le s$, $\sigma_i(p) \in \{1, -1, 0, \tau, *\}$. Следовательно, получаем Табл. 3.

Аналогичную таблицу получим для гипотез, выразимых посредством предиката $Z \Rightarrow_1 U$ (Табл.4).

Каждой паре $\langle C_i, Q_i\rangle$ соответствует упорядоченное множество $\pi_i^{(1)} = \langle \sigma_i(0), \sigma_i(1), \ldots, \sigma_i(p), \ldots, \sigma_i(s)\rangle$, являющееся строкой в Табл. 4.

Заметим, что $\sigma_i(p)$ из Табл. 3 и Табл. 4 есть тип истинностного значения $\overline{\nu} = \langle \nu, n_p\rangle$ или тип множества истинностных значений τ. Таким образом, рассматривается факторизация истинностных значений.

Для строк Табл. 4 и 5 $\pi_i^{(2)}$ и $\pi_i^{(1)}$ определим, соответственно, множества $B_2^\sigma(i)$, $D_2^\sigma(i)$ и $B_1^\sigma(i)$, $D_1^\sigma(i)$, где $\sigma \in \{+, -\}$:

$B_2^+(i) \rightleftharpoons \{\sigma_i(p) | (\sigma_i(p) = 1) \ \& \ (1 \le i \le m) \ \& \ (0 \le p \le s)\}$,

$D_2^+(i) \rightleftharpoons \{\sigma_i(p) | \neg(\sigma_i(p) = 1) \ \& \ (1 \le i \le m) \ \& \ (0 \le p \le s)\}$,

$B_2^-(i) \rightleftharpoons \{\sigma_i(p) | (\sigma_i(p) = -1) \ \& \ (1 \le i \le m) \ \& \ (0 \le p \le s)\}$,

$D_2^-(i) \rightleftharpoons \{\sigma_i(p) | \neg(\sigma_i(p) = -1) \ \& \ (1 \le i \le m) \ \& \ (0 \le p \le s)\}$;

$B_1^+(i) \rightleftharpoons \{\sigma_i(p) | (\sigma_i(p) = 1) \ \& \ (1 \le i \le m) \ \& \ (0 \le p \le s)\}$,

$D_1^+(i) \rightleftharpoons \{\sigma_i(p) | \neg(\sigma_i(p) = 1) \ \& \ (1 \le i \le l) \ \& \ (0 \le p \le s)\}$,

$B_1^-(i) \rightleftharpoons \{\sigma_i(p) | (\sigma_i(p) = -1) \ \& \ (1 \le i \le l) \ \& \ (0 \le p \le s)\}$,

$D_1^-(i) \rightleftharpoons \{\sigma_i(p) | \neg(\sigma_i(p) = -1) \ \& \ (1 \le i \le l) \ \& \ (0 \le p \le s)\}$.

$\neg((\sigma_i(p) = \nu)$, содержащиеся в $D_j^+(i)$ и $D_j^-(i)$, эквивалентны $((\sigma_i(p) = -1) \lor (\sigma_i(p) = 0) \lor (\sigma_i(p) = \tau))$ и $((\sigma_i(p) = 1) \lor (\sigma_i(p) = 0) \lor (\sigma_i(p) = \tau))$, соответственно ($j = 1, 2$).

Ниже определим функции сохранения истинностных значений для порождаемых посредством ДСМ-рассуждений гипотез, выразимых посредством предикатов $V \Rightarrow_2 W$ и $Z \Rightarrow_1 U$, соответственно. Для определения функций сохранения истинностных значений $\tilde{\xi}_2^\sigma(V_i, W_i)$ и $\tilde{\xi}_1^\sigma(Z_i, U_i)$ введем в рассмотрение функции $\xi_2^\sigma(V_i, W_i) = \dfrac{|D_2^\sigma(i)|}{|B_2^\sigma(i)|}$ и $\xi_1^\sigma(Z_i, U_i) = \dfrac{|D_1^\sigma(i)|}{|B_1^\sigma(i)|}$.

*Таблица 3*

| | Δ(0) | … | Δ(p) | … | Δ(s) |
|---|---|---|---|---|---|
| $\langle C_1', Q_1' \rangle$ | $\sigma_1(0)$ | … | $\sigma_1(0)$ | … | $\sigma_1(s)$ |
| ⋮ | ⋮ | | ⋮ | | ⋮ |
| $\langle C_i', Q_i' \rangle$ | $\sigma_i(0)$ | … | $\sigma_i(p)$ | … | $\sigma_i(s)$ |
| ⋮ | ⋮ | | ⋮ | | ⋮ |
| $\langle C_m', Q_m' \rangle$ | $\sigma_m(0)$ | … | $\sigma_m(p)$ | … | $\sigma_m(s)$ |

*Таблица 4*

| | Ω (0) … Ω (p) … Ω (s) |
|---|---|
| $\langle C_1, Q_1\rangle$ | $\sigma_1(0) \ldots \sigma_1(p) \ldots \sigma_1(s)$ |
| . | . . . |
| . | . . . |
| . | . . . |
| $\langle C_i, Q_i\rangle$ | $\sigma_1(0) \ldots \sigma_1(p) \ldots \sigma_1(s)$ |
| . | . . . |
| . | . . . |
| . | . . . |
| $\langle C_l, Q_l\rangle$ | $\sigma_l(0) \ldots \sigma_l(p) \ldots \sigma_l(s)$ |

Df. 9-3.

$$\tilde{\xi}_2^{\sigma}(V_i,W_i)=\begin{cases}1-\xi_2^{\sigma}(V_i,W_i),\ если\ \left|B_2^{+}(i)\right|>\left|D_2^{+}(i)\right|\\ \#,\ если\ \left|B_2^{+}(i)\right|\le\left|D_2^{+}(i)\right|\end{cases}$$

$$\tilde{\xi}_1^{\sigma}(Z_i,U_i)=\begin{cases}1-\xi_1^{\sigma}(Z_i,U_i),\ если\ \left|B_1^{+}(i)\right|>\left|D_1^{+}(i)\right|\\ \#,\ если\ \left|B_1^{+}(i)\right|\le\left|D_1^{+}(i)\right|\end{cases}$$

где σ ∈ {+, –}, а $|B_h^{\sigma}(i)|$, $|D_h^{\sigma}(i)|$ – числа элементов соответствующих множеств ($h$ = 1, 2).

Если $\tilde{\xi}_1^{\sigma}$ ($Z_i$, $U_i$) = 1 и $\tilde{\xi}_2^{\sigma}$ ($V_i$, $U_i$) = 1, то обнаружен эмпирический закон и его основание. Если 0,8 ≤ $\tilde{\xi}_1^{\sigma}$ ($Z_i$, $U_i$) < 1 и 0,8 ≤ $\tilde{\xi}_2^{\sigma}$ ($V_i$, $U_i$) < 1, то обнаружена эмпирическая тенденция и её основание.

Заметим, что аналогичные функции $\tilde{\xi}_1^{\sigma}$ ($Z_i$, $U_i$) и $\tilde{\xi}_2^{\sigma}$ ($V_i$, $U_i$) можно определить для σ ∈ {0, τ}.

Наличие или отсутствие ЭЗК определимо также посредством функционалов $\tilde{\eta}_2^{\sigma}$ и $\tilde{\eta}_1^{\sigma}$, которые рассмотрим ниже. Для определения этих функционалов используются описания $Des_{j,i}^{\sigma}$, где σ ∈ {+, –}, $j$ = 1, 2; 1 ≤ $i$ ≤ 8.

Определим функционалы $\tilde{\eta}_j^{\sigma}$ следующим образом: для каждой пары ⟨C, Q⟩ такой, что ⟨C, Q⟩ ∈ $\hat{C}_j^{\sigma}$ вычисляются $|\hat{C}_j^{\sigma}|$ и $|\bar{C}_j^{\sigma_1}|+|\bar{C}_j^{\sigma_2}|+|\bar{C}_j^{\sigma_3}|$, где $j$ = 1, 2, σ ≠ $\sigma_h$, $h$ = 1, 2, 3; $\sigma_1$, $\sigma_2$, $\sigma_3$ различны и σ, $\sigma_h$ ∈ {+, –, 0, τ}; положим $\tilde{\eta}_j^{\sigma}=\dfrac{\left|\bar{C}_j^{\sigma_1}\right|+\left|\bar{C}_j^{\sigma_2}\right|+\left|\bar{C}_j^{\sigma_3}\right|}{\left|\hat{C}_j^{\sigma}\right|}$, и сформулируем

Df. 10-3.

$$\tilde{\eta}_j^{\sigma}=\begin{cases}1-\eta_j^{\sigma},\ если\ \left|\hat{C}_j^{\sigma}\right|>\left|\bar{C}_j^{\sigma_1}\right|+\left|\bar{C}_j^{\sigma_2}\right|+\left|\bar{C}_j^{\sigma_3}\right|\\ \#_1\ если\ \left|\hat{C}_j^{\sigma}\right|\le\left|\bar{C}_j^{\sigma_1}\right|+\left|\bar{C}_j^{\sigma_2}\right|+\left|\bar{C}_j^{\sigma_3}\right|\end{cases},$$

где $\#_1$ означает, что функционал $\tilde{\eta}_j^{\sigma}$ в этом случае не определена.

Следовательно, $\tilde{\eta}_j^{\sigma}$ являются частично определенными функциями, что соответствует их смыслу – характеризовать наличие (или отсутствие) эмпирических закономерностей.

В отличие от $\tilde{\xi}_j^{\sigma}$ (V, W), функции $\tilde{\eta}_j^{\sigma}$ определяются для **множеств** пар ⟨$C_i$, $Q_i$⟩ таких, что они выполняют предикаты $\bar{C}_j^{\sigma}$ (V, W) и $\hat{C}_j^{\sigma}$ (V, W).

Очевидно, что в силу определения $\hat{C}_j^{\sigma}$ $|\hat{C}_j^{\sigma}|$ > 0. $\tilde{\eta}_1^{+}$ = 1 и $\tilde{\eta}_1^{-}$ = 1 характеризуют эмпирические законы (числители $\eta_1^{\sigma}$ равны 0), а $\tilde{\eta}_2^{+}$ = 1 и $\tilde{\eta}_2^{-}$ = 1 характеризуют их основания (числители $\eta_2^{\sigma}$ равны 0).

Если же 0,8 ≤ $\tilde{\eta}_j^{\sigma}$ < 1, где σ ∈ {+, –}, а $j$ = 1, 2, то $\tilde{\eta}_j^{\sigma}$ (V, W) характеризуют эмпирические тенденции и их основания, соответственно. $\tilde{\eta}_j^{\sigma}$ можно определить для σ ∈ {+, –, 0, τ}, но эмпирические закономерности реализуются для σ ∈{+, –}. Эти ЭЗК распознаются посредством

$$\tilde{\eta}_j^{+}=\begin{cases}1-\eta_j^{+},\ если\ \left|\hat{C}_j^{+}\right|>\left|\bar{C}_j^{-}\right|+\left|\bar{C}_j^{0}\right|+\left|\bar{C}_j^{\tau}\right|\\ \#_1\ если\ \left|\hat{C}_j^{+}\right|\le\left|\bar{C}_j^{-}\right|+\left|\bar{C}_j^{0}\right|+\left|\bar{C}_j^{\tau}\right|\end{cases},$$

$$\tilde{\eta}_j^{-}=\begin{cases}1-\eta_j^{-},\ если\ \left|\hat{C}_j^{-}\right|>\left|\bar{C}_j^{+}\right|+\left|\bar{C}_j^{0}\right|+\left|\bar{C}_j^{\tau}\right|\\ \#_1\ если\ \left|\hat{C}_j^{-}\right|\le\left|\bar{C}_j^{+}\right|+\left|\bar{C}_j^{0}\right|+\left|\bar{C}_j^{\tau}\right|\end{cases}$$

где $j$ = 1, 2.

Очевидно, что функционалы

$$\eta_j^{\sigma}=\frac{\left|\bar{C}_j^{\sigma_1}\right|+\left|\bar{C}_j^{\sigma_2}\right|+\left|\bar{C}_j^{\sigma_3}\right|}{\left|\hat{C}_j^{\sigma}\right|},$$

где $\sigma_1$, $\sigma_2$, $\sigma_3$ различны и не равны σ, выражают степень несохранения соответствующих истинностных значений у порождаемых гипотез.

**Замечание 4-3.** Для $Des_{j,8}^{\sigma}$, где σ ∈ {+, –}, $\bar{C}_j^{\sigma_h}$ = {⟨V, W⟩| $\bar{C}_j^{\sigma_h}$ (V, W)} = ∅ и $|\bar{C}_j^{\sigma_h}|$ = 0, где $j$ = 1, σ ∈ {+, –}, $h$ = 1, 2, 3 и все $\sigma_h$ различны и $\sigma_h$ ≠ σ. Следовательно, $\tilde{\eta}_j^{\sigma}$ = 1 для соответствующих значений V и W.

Имеет место **Утверждение 7-3.**

∀V∀W(( $\tilde{\xi}_j^{\sigma}$ (V, W) = 1) → ( $\tilde{\eta}_j^{\sigma}$ = 1)) и

(( $\tilde{\eta}_j^{\sigma}$ = 1) → ∃V∃W( $\tilde{\xi}_j^{\sigma}$ (V, W) = 1)),

где σ ∈ {+, –, 0, τ}, j = 1, 2.

Для определенности рассмотрим случай σ = + и $j$ = 2.

(1) Пусть $\tilde{\eta}_2^{+}$ = 1 для пары ⟨$C_i$, $Q_i$⟩, тогда $|\hat{C}_2^{+}|>|\bar{C}_2^{-}|+|\bar{C}_2^{0}|+|\bar{C}_j^{\tau}|$ и $|\bar{C}_2^{-}|+|\bar{C}_2^{0}|+|\bar{C}_j^{\tau}|=0$. Следовательно, для $\pi_i^{(2)}$ $\sigma_i$ (p) = 1 для 1 ≤ $i$ ≤ $m$, 0 ≤ $p$ ≤ $s$ в Табл. 3. Поэтому $|B_1^{+}$ (i)| > $|D_1^{+}$ (i)| и $|D_1^{+}$ (i)| = 0, а $\tilde{\xi}_2^{+}$ ($C_i$, $Q_i$) = 1 - $\tilde{\xi}_2^{+}$ ($C_i$, $Q_i$) = 1, так как $\xi_2^{+}$ ($C_i$, $Q_i$) = 0.

(2) Если же для всех пар ⟨V, W⟩ $\tilde{\xi}_2^{+}$ (V, W) = 1, то для всех $i$ $|B_1^{+}$ (i)| > $|D_1^{+}$ (i)|, где 1 ≤ $i$ ≤ $m$ и $|D_1^{+}$ (i)| = 0, следовательно, $|\hat{C}_2^{+}|>|\bar{C}_2^{-}|+|\bar{C}_2^{0}|+|\bar{C}_j^{\tau}|$ и $|\bar{C}_2^{-}|+|\bar{C}_2^{0}|+|\bar{C}_j^{\tau}|=0$, поэтому $\eta_2^{+}$ = 0 и $\tilde{\eta}_2^{+}$ = 1, так как $\tilde{\eta}_2^{+}$ = 1 - $\eta_2^{+}$. Случаи $j$ = 1 и σ ∈ {–, 0, τ} доказываются аналогично.

**Замечание 5-3.** Определения $Des_{j,i}^{\sigma}$, $\bar{C}_j^{\sigma}$, $\hat{C}_j^{\sigma}$, $\tilde{\xi}_j^{\sigma}$ и $\tilde{\eta}_j^{\sigma}$, где σ ∈ {+, –, 0, τ}, $j$ = 1, 2, $i$ = 1, 2, …, 8, формулируются для фиксированных стратегий $Str_{x,y}$, которые используют п.п.в.-1 (правила индуктивного вывода), образующие дистрибутивные решетки [3].

Усиления определений предикатов, характеризующих семейства эмпирических законов и их оснований $\hat{L}_1^{\sigma}$(Z, U, p, q) и $\hat{L}_2^{\sigma}$(V, W, p, q), где σ ∈ {+, –}, используемые в Df. 2-3, Df. 3-3 и Df. 4-3, Df. 5-3, имеют эквивалентные формулировки посредством функций $\tilde{\xi}_j^{\sigma}$, где *j* = 1, 2, а Q – константа.

Df. 2-3 эквивалентно ∀Z∀p∀q ($\hat{L}_1^{+}$(Z, Q, p, q) ↔ ↔ ∃n∃s ((($J_{(\tau, 2n\text{-}1)}$(Z $\Rightarrow_1$ Q) & $\Pi_n^{+}$ (Z, Q)) → $J_{\langle 1, 2n\rangle}$(Z $\Rightarrow_1$ Q)) & & ($F^-$(p, q) = 0 & $F^0$ (p, q) = 0) & ($\tilde{\xi}_1^{+}$(Z, Q) = 1) & & ($\rho^+ \leq \rho^+$(s) ≤ 1))).

Df. 4-3 эквивалентно ∀V∀p∀q($\hat{L}_2^{+}$(V, Q, p, q) ↔ ↔ ∃n∃s((($J_{(\tau, 2n\text{-}2)}$(V $\Rightarrow_2$ Q) & $M_{x,n}^{+}$(V, Q) & ¬$M_{y,n}^{-}$(V, Q)) → → $J_{\langle \tau, 2n\text{-}1\rangle}$ (V $\Rightarrow_2$ Q)) & ($f^-$ (p, q) = 0 & $f^0$ (p, q) = 0) & & ($\tilde{\xi}_2^{+}$(V, Q) = 1) & ($\rho^+ \leq \rho^+$(s) ≤ 1))).

Аналогично формулируются эквивалентные аналоги для Df. 5-3.

Приведенные выше определения можно ослабить, устранив равенства нулю для $F^{\sigma}$(p, q) и $f^{\sigma}$(p, q). Например, введя предикаты $\dot{L}_1^{\sigma}$(Z, U) и $\dot{L}_2^{\sigma}$ (V, W):

∀Z∀p∀q ($\dot{L}_1^{+}$(Z, Q) ↔ ∃n∃s ((($J_{(\tau, 2n\text{-}1)}$ (Z $\Rightarrow_1$ Q) & & $\Pi_n^{+}$(Z, Q)) → $J_{\langle 1, 2n\rangle}$(Z $\Rightarrow_1$ Q)) & ($\tilde{\xi}_1^{+}$(Z, Q) = 1) & & ($\rho^+ \leq \rho^+$(s) ≤ 1),

∀V∀p∀q ($\dot{L}_2^{+}$(V, Q)) ↔ ∃n∃s ((($J_{(\tau, 2n\text{-}2)}$ (V $\Rightarrow_2$ Q) & & $M_{x,n}^{+}$(V, Q) & ¬$M_{y,n}^{-}$(V, Q)) → $J_{\langle 1, 2n\text{-}1\rangle}$ (V $\Rightarrow_2$ Q)) & & ($\tilde{\xi}_2^{+}$(V, Q) = 1) & ($\rho^+ \leq \rho^+$(s) ≤ 1))).

Аналогично вводятся предикаты $\dot{L}_1^{-}$(Z, U) и $\dot{L}_2^{-}$(V, W).

Таким образом, эмпирические законы и их основания могут быть охарактеризованы предикатами $\bar{L}_1^{\sigma}$(Z, U, p, q), $\bar{L}_2^{\sigma}$(V, W, p, q) и ослабленными предикатами $\dot{L}_1^{\sigma}$(Z, U), $\dot{L}_2^{\sigma}$(V, W), соответственно, где σ ∈ {+, –}.

Напомним, что в силу Замечания 5-3 все введенные выше определения сформулированы для фиксированных стратегий ДСМ-рассуждений, у которых правила индуктивного вывода (п.п.в.-1) образуют дистрибутивную решетку [3]. Поэтому корректным обозначением функций $\tilde{\xi}_j^{\sigma}$ и предикатов, характеризующих эмпирические закономерности (законы и тенденции), будет добавление индекса (x, y), где x – имя позитивного М-предиката, а y – имя негативного М-предиката.

Рассмотрим усиления предикатов $L_3^{\sigma}$ (Z, U, p, q) и $L_4^{\sigma}$(V, W, p, q), где σ ∈ {+, –}, характеризующих семейства эмпирических тенденций (ЭТ) и их оснований (эти предикаты использовались в Df. 5-2 и Df. 6-2).

Df. 9-3.

∀Z∀U∀p∀q ($\hat{L}_3^{+}$(Z, U, p, q) ↔ ∃n∃s ((($J_{(\tau, 2n\text{-}1)}$(Z $\Rightarrow_1$ U) & & $\Pi_n^{+}$(Z, U)) → $J_{\langle 1, 2n\rangle}$(Z $\Rightarrow_1$ U) & (0,8 ≤ $\tilde{\xi}_1^{+}$(Z, U) < 1) & & (0 < $F^+$(p, q) ≤ 0,2) & ($\rho^+ \leq \rho^+$(s) ≤ 1))),

Df. 10-3.

∀V∀W∀p∀q ($\hat{L}_4^{+}$(V, W, p, q) ↔ ∃n∃s ((($J_{(\tau, 2n\text{-}2)}$(V $\Rightarrow_2$ W) & & $M_{x,n}^{+}$(V, W) & ¬$M_{y,n}^{-}$(V, W) → $J_{\langle 1, 2n\text{-}1\rangle}$(V $\Rightarrow_2$ W)) → → $J_{\langle 1, 2n\text{-}1\rangle}$ (V $\Rightarrow_2$ W)) & (0 < $f^+$(p, q) ≤ 0,2) & & (0,8 ≤ $\tilde{\xi}_2^{+}$ (V, W) < 1) & ($\rho^+ \leq \rho^+$(s) ≤ 1))).

Аналогично определяется $\hat{L}_4^{-}$(V, W, p, q).

Для конкретного эффекта Q определяются реализации эмпирических тенденций и их основания, соответственно: ∀p∀q $\hat{L}_3^{\sigma}$ (C, Q, p, q) и ∀p∀q $\hat{L}_4^{\sigma}$(C′, Q, p, q), где σ ∈ {+, –}; C, Q, C′– константы.

**__Замечание 6-3.__** Возможны интересные случаи существования **единственных** причин для ЭЗК – эмпирических законов (ЭЗ) и эмпирических тенденций (ЭТ). Если существует единственная причина для ЭЗ, представимого константой Q, то истинно ∃!V∀p∀q $\hat{L}_2^{\sigma}$(V, Q, p, q), где ∃!V – квантор «существует и при том единственное V», а σ ∈ {+, –} [31].

Если существует единственная причина для ЭТ, то истинно ∃!V∀p∀q $\hat{L}_4^{\sigma}$(V, Q, p, q), а σ ∈ {+, –}.

Рассмотрим теперь возможные типы предметных областей, описания которых представимы в последовательностях вложенных баз фактов $БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \subset \ldots \subset БФ_{0,s}$. Для этой цели сформируем Табл. 5 такую, что она имеет три входа для наличия (отсутствия) (+)- и (–)-причин и для наличия (отсутствия) ЭЗК (ЭЗ или ЭТ). На выходе Табл. 5 поместим значения истинности 1 и 0, соответственно, для существования или несуществования возможного типа предметных областей, представимых посредством $БФ_{0,0}, \ldots, БФ_{0,s}$.

*Таблица 5*

| | + | – | ЭЗК | λ |
|---|---|---|---|---|
| (1) | 1 | 1 | 1 | $\lambda_1$ |
| (2) | 1 | 1 | 0 | $\lambda_2$ |
| (3) | 1 | 0 | 1 | $\lambda_3$ |
| (4) | 1 | 0 | 0 | $\lambda_4$ |
| (5) | 0 | 1 | 1 | $\lambda_5$ |
| (6) | 0 | 1 | 0 | $\lambda_6$ |
| (7) | 0 | 0 | 1 | $\lambda_7$ |
| (8) | 0 | 0 | 0 | $\lambda_8$ |

($\lambda_m$ = 0,1, m = 1,2,…8)

**__Замечание 7-3.__** Случай (7) невозможен, а случай (8) означает неприменимость ДСМ-метода АПГ к $БФ_{0,0}$. Случаи (2), (4), (6) для $\lambda_m$ = 1, где m = 2, 4, 6 означают отсутствие ЭЗК. Случаи (1), (3), (5) для $\lambda_m$ = 1, где m = 1, 3, 5 означают существование ЭЗК для $БФ_{0,0}, БФ_{0,1}, \ldots, БФ_{0,s}$. Эти ЭЗК могут быть или ЭЗ, или ЭТ, или ЭЗ и ЭТ одновременно. В этих случаях информативной таблицей будет таблица с четырьмя входами (+,–, ЭЗ, ЭТ).

Df. 11-3.

Если заданы $Des_{j,i}^{\sigma}$, $\tilde{\xi}_j^{\sigma}$ равенства $\tilde{\xi}_j^{\sigma}$ = 1 или неравенства 0,8 ≤ $\tilde{\xi}_j^{\sigma}$ < 1, где *j* = 1, 2, а σ ∈ {+, –, 0}, то будем говорить, что имеется **полное** описание предметной области.

Очевидно, что из полного описания предметной области для последовательности баз фактов $БФ_{0,0}$, …, $БФ_{0,s}$ следует возможность распознавания типа этой предметной области, заданного в Табл. 5.

Четвертой компонентой ДСМ-метода АПГ является метатеоретическое исследование ДСМ-рассуждений (дедуктивная имитация и исследование процедур индукции, аналогии и абдукции) и исследование особенностей предметной области. Полное описание предметной области является итогом такого исследования, образующего препроцессинг интеллектуальных систем типа ДСМ (ИС-ДСМ).

Рассмотрим предикаты $G_n^{\sigma}$ (V, Z, W) ($\sigma \in \{+, -, 0\}$) представления причины V, её носителя Z и эффекта W, которым обладает Z и который вынуждается посредством причины V:

$G_n^{+}(V, Z, W) \rightleftharpoons (J_{\langle 1,\, 2n-1\rangle}(V \Rightarrow_2 W) \,\&\, J_{\langle 1,\, 2n\rangle}(Z \Rightarrow_1 W) \,\&$
$\&\ (V \subset Z))$,

$G_n^{-}(V, Z, W) \rightleftharpoons (J_{\langle -1,\, 2n-1\rangle}(V \Rightarrow_2 W) \,\&\, J_{\langle -1,\, 2n\rangle}(Z \Rightarrow_1 W) \,\&$
$\&\ (V \subset Z))$.

Можно также определить тернарные предикаты $G_n^{0}(V, Z, W)$ и $G_n^{\tau}(V, Z, W)$.

Тернарные предикаты $G_n^{+}(V, Z, W)$ и $G_n^{-}(V, Z, W)$ могут быть согласованы с аксиомами каузальной полноты $АКП_*^{(\sigma)}$, где $\sigma \in \{+, -\}$. Если же истинны общие $АКП^{(\sigma)}$, то определяются (k + 2)–арные предикаты, где $k \geq 2$ $\bar{G}^{\sigma}$ ($V_1$, …, $V_k$, Z, W) ($\sigma \in \{+, -\}$).

Предикаты $G_n^{\sigma}$ (V, Z, W) представляют причину V, её носителя Z и эффект W (следствие V). Для σ таких, что $\sigma \in \{+, -\}$, эти предикаты могут соответствовать закономерностям в последовательности баз фактов $БФ_{0,0}$, …, $БФ_{0,s}$. Это соответствие выразимо посредством определяемых ниже предикатов $L_{1,2}^{\sigma}(Z, V, W, p, q)$ и $L_{3,4}^{\sigma}(V, Z, W, p, q)$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Df. 12-3.

$L_{1,2}^{\sigma}(V, Z, W, p, q) \rightleftharpoons \hat{L}_1^{\sigma}(Z, W, p, q) \,\&\, \hat{L}_2^{\sigma}(V, W, p, q)$, где $\sigma \in \{+, -\}$;

$L_{3,4}^{\sigma}(V, Z, W, p, q) \rightleftharpoons \hat{L}_3^{\sigma}(Z, W, p, q) \,\&\, \hat{L}_4^{\sigma}(V, W, p, q)$, где $\sigma \in \{+, -\}$.

Аналогично можно определить предикаты $\dot{L}_{1,2}^{\sigma}$(V, Z, W) и $\dot{L}_{3,4}^{\sigma}$(V, Z, W).

Заметим, что $\dot{L}_{3,4}^{+}$ и $\dot{L}_{3,4}^{-}$ определяются посредством неравенств $0{,}8 \leq \tilde{\xi}_j^{\sigma} < 1$, где $\sigma \in \{+, -\}$, а $j = 1, 2$.

Введем следующие определения для характеризации эмпирических закономерностей (ЭЗК) – эмпирических законов (ЭЗ) и эмпирических тенденций (ЭТ) ($\sigma \in \{+, -\}$):

(1)′ $L_{1,2}^{\sigma} = \{\langle V, Z, W\rangle | \forall p \forall q\ L_{1,2}^{\sigma}(V, Z, W, p, q)\}$,

(2)′ $L_{3,4}^{\sigma} = \{\langle V, Z, W\rangle | \forall p \forall q\ L_{3,4}^{\sigma}(V, Z, W, p, q)\}$,

(3)′ $\dot{L}_{1,2} = \{\langle V, Z, W\rangle |\ \dot{L}_{1,2}(V, Z, W)\}$,

(4)′ $\dot{L}_{3,4}^{\sigma} = \{\langle V, Z, W\rangle |\ \dot{L}_{3,4}^{\sigma}(V, Z, W)\}$,

(5)′ $\boldsymbol{G}^{\boldsymbol{\sigma}} = \{\langle V, Z, W\rangle | \exists n\, (G_n^{\sigma}(V, Z, W) \to$
$\to \forall p \forall q\, (L_{1,2}^{\sigma}(V, Z, W, p, q) \vee L_{3,4}^{\sigma}(V, Z, W, p, q)))\}$,

(6)′ $G_{1,2}^{\sigma} = \{\langle V, Z, W\rangle | \exists n\, (G_n^{\sigma}(V, Z, W) \to$
$\to \forall p \forall q\ L_{1,2}^{\sigma}(V, Z, W, p, q))\}$,

(7)′ $G_{3,4}^{\sigma} = \{\langle V, Z, W\rangle | \exists n\, (G_n^{\sigma}(V, Z, W) \to$
$\to \forall p \forall q\ L_{3,4}^{\sigma}(V, Z, W, p, q))\}$,

(8)′ $\dot{G}_{1,2}^{\sigma} = \{\langle V, Z, W\rangle | \exists n\, (G_n^{\sigma}(V, Z, W) \to$
$\to \dot{L}_{1,2}(V, Z, W))\}$,

(9)′ $\dot{G}_{3,4}^{\sigma} = \{\langle V, Z, W\rangle | \exists n\, (G_n^{\sigma}(V, Z, W) \to$
$\to \dot{L}_{3,4}(V, Z, W))\}$,

(10)′ $\dot{G}^{\sigma} = \{\langle V, Z, W\rangle | \exists n\, (G_n^{\sigma}(V, Z, W) \to$
$\to (\dot{L}_{1,2}^{\sigma}(V, Z, W) \vee \dot{L}_{3,4}^{\sigma}(V, Z, W)))\}$.

Сформулируем теперь определения, выражающие соответствия между базами фактов ИС-ДСМ и содержащихся в них ЭЗК, предварительно сделав замечание о расширении универсумов $U^{(1)}$ и $U^{(2)}$. $U^{(i)}$ используются для задания носителей (carriers) булевых алгебр $\mathfrak{B}^{(i)} = \langle 2^{U^{(i)}}, \varnothing, U^{(i)}, -, \cap, \cup\rangle$, которые применяются для структуры данных и семантики ДСМ-рассуждений.

<u>**Замечание 8-3.**</u> Для распознавания ЭЗК в ДСМ-методе АПГ рассматривается последовательность вложенных баз фактов $БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \subset \ldots \subset БФ_{0,s}$. Каждой $БФ_{0,j}$ соответствуют $U_j^{(i)}$, где $i$ = 1, 2, а $j$ = 1, …, s, $U_1^{(i)} \subseteq \ldots \subseteq U_s^{(i)}$. Таким образом, имеются $\mathfrak{B}^{(i)} = \langle 2^{U_j^{(i)}}, \varnothing, U_j^{(i)}, -, \cap, \cup\rangle$, где $i$ = 1, 2, а $j$ = 1, …, s,

Определим отображения g и $\dot{g}$ множества стратегий ДСМ-рассуждений $\overline{\mathrm{Str}}$ [3] на множества ЭЗК $L_{1,2} \cup L_{3,4}$ и $\dot{L}_{1,2} \cup \dot{L}_{3,4}$, соответственно, где $L_{1,2} \cup L_{3,4} \subseteq$ $\subseteq 2^{U_s^{(1)}} \times 2^{U_s^{(1)}} \times 2^{U_s^{(2)}}$, и $\dot{L}_{1,2} \cup \dot{L}_{3,4} \subseteq 2^{U_s^{(1)}} \times 2^{U_s^{(1)}} \times 2^{U_s^{(2)}}$ - объединения для (+)- и (–)-ЭЗ и ЭТ, соответственно: $L_{1,2} = L_{1,2}^{+} \cup L_{1,2}^{-}$ и $L_{3,4} = L_{1,2}^{+} \cup L_{1,2}^{-}$; аналогично $\dot{L}_{1,2} = \dot{L}_{1,2}^{+} \cup \dot{L}_{1,2}^{-}$ и $\dot{L}_{3,4} = \dot{L}_{3,4}^{+} \cup \dot{L}_{3,4}^{-}$.

Df. 12-3.

(1)′′ g: $\overline{\mathrm{Str}} \to L_{1,2} \cup L_{3,4}$,

(2)′′ $\dot{g}$ : $\overline{\mathrm{Str}} \to \dot{L}_{1,2} \cup \dot{L}_{3,4}$,

где $g(\mathrm{Str}_{x,y}) = \Gamma$, $\Gamma \subseteq L_{1,2} \cup L_{3,4}$ и $\dot{g}(\mathrm{Str}_{x,y}) = \Gamma^*$, $\Gamma^* \subseteq \dot{L}_{3,4}^{+} \cup \dot{L}_{3,4}^{-}$, а $\mathrm{Str}_{x,y}$ – стратегия ДСМ-рассуждений [3], содержащая п.п.в.-1 $(\mathrm{I})_{x,y}^{\sigma}$, где $\sigma \in \{+, -, 0, \tau\}$, которые образуют дистрибутивные решетки.

Определим также и обратные отображения $g^{-1}$ и $\dot{g}^{-1}$ множеств ЭЗК в множество стратегий $\overline{\mathrm{Str}}$ : Df. 13-3.

(1)′′′ $g^{-1}: L_{1,2} \cup L_{3,4} \to \overline{\mathrm{Str}}$,

(2)′′′ $\dot{g}^{-1}: \dot{L}_{3,4}^{+} \cup \dot{L}_{3,4}^{-} \to \overline{\mathrm{Str}}$,

где $\langle V, Z, W\rangle \in L_{1,2} \cup L_{3,4}$ и $\langle V, Z, W\rangle \in \dot{L}_{1,2} \cup \dot{L}_{3,4}$, а $g^{-1}(\langle V, Z, W\rangle) = \overline{S}$, $\overline{S} \subseteq \overline{\mathrm{Str}}$, $\dot{g}^{-1}(\langle V, Z, W\rangle) = \overline{S}^*$, $\overline{S}^* \subseteq \overline{\mathrm{Str}}$.

Теперь можно усилить определения полного описания предметной области Df. 11-3, используя отображения g, $g^{-1}$ и $\dot{g}$, $\dot{g}^{-1}$:

Df. 14-3. Полное описание предметной области будем называть **завершенным,** если заданы отображения g, $g^{-1}$ или $\dot{g}$, $\dot{g}^{-1}$.

Используя отношения $G^\sigma$, $G^\sigma_{1,2}$, $G^\sigma_{3,4}$ и отображения g, $g^{-1}$ или отношения $\dot{G}^\sigma$, $\dot{G}^\sigma_{1,2}$, $\dot{G}^\sigma_{3,4}$ и отображения $\dot{g}$, $\dot{g}^{-1}$, где σ ∈ {+, –}, можно уточнить и конкретизировать типы предметных областей, представленные в Табл. 5. Например, для случая (1) при $\lambda_1 = 1$ имеют место условия (a) $G^+ \neq \Lambda$, $G^- \neq \Lambda$ и отображения g, $g^{-1}$; или (b) $\dot{G}^+ \neq \Lambda$, $\dot{G}^- \neq \Lambda$ и отображения $\dot{g}$, $\dot{g}^{-1}$; где Λ – пустое тернарное отношение.

Условия же (a) и (b) могут быть **конкретизированы** посредством отношений $G^\sigma_{1,2}$, $G^\sigma_{3,4}$ или $\dot{G}^\sigma_{1,2}$, $\dot{G}^\sigma_{3,4}$ соответственно.

Аналогичные уточнения и конкретизации могут быть получены для строк (2) – (8) Табл. 5.

Конкретизация предметной области способствует настройке ИС-ДСМ для адекватного выбора стратегии $\mathrm{Str}_{x,y}$ ДСМ-рассуждения.

__Замечание 9-3.__ Табл. 5 и Df. 11-3 формулируются для фиксированных стратегий ДСМ-рассуждения $\mathrm{Str}_{x,y}$ [3]. Следовательно, они должны быть размножены для каждой $\mathrm{Str}_{x,y}$, которой соответствуют решетки п.п.в.-1 для $(\mathrm{I})^\sigma_{x,y}$, где σ ∈ {+, –, 0, τ} [3].

Однако Df. 12-3 и Df. 13-3 предполагают задание **всех** $\mathrm{Str}_{x,y}$ из множества стратегий ДСМ-рассуждений $\overline{\mathrm{Str}}$.

__Замечание 10-3__. Реализация отображений g, $g^{-1}$ и $\dot{g}$, $\dot{g}^{-1}$ для последовательности $\text{БФ}_{0,0}, \ldots, \text{БФ}_{0,s}$ осуществляется посредством оператора ДСМ-рассуждения $\overline{0}_{x,y}$, применение которого к начальной $\text{БФ}_{0,0}$ порождает последовательность $\overline{0}_{x,y}(\Omega_{0,0}), \ldots, \overline{0}_{x,y}(\Omega_{0,s})$, где заключительный результат $\overline{0}_{x,y}(\Omega_{0,s})$ получается при достижении порогов $\rho^+$ и $\rho^-$ абдуктивной сходимости ДСМ-рассуждений [2]. $\overline{0}_{x,y}$ является операцией **замыкания**, если распознаются **эмпирические законы** согласно Утверждению 3-3.

Для практического применения ДСМ-рассуждений в ИС-ДСМ требуется выбрать адекватные $\mathrm{Str}_{x,y}$ для получения полезных гипотез о (±)-причинах, для распознавания ЭЗК и предсказания изучаемых эффектов, имеющих начальную оценку «неопределенность» (тип истинностного значения τ) и заданных посредством $\Omega^\tau_{0,0}$.

Пусть $|\Omega^\tau_{0,0}| = m_0$, функция степени предсказуемости $\mu(s) = 1 - \dfrac{|\Omega^\tau(s)|}{|\Omega^\tau(0)|}$, где μ(s) определена для $\mathrm{Str}_{x,y}$ (т. е., μ(s) есть $\mu_{x,y}(s)$), пусть далее, для $\mathrm{Str}_{x,y}$ $l$, $a$, $b$, $c$ обозначают числа правильных предсказаний, грубых ошибок, ошибок и отказов (от предсказаний), соответственно: $a$ – число ошибок, когда получена оценка «1» вместо «-1» и «-1» вместо «1», $b$ – число ошибок, когда «0» получен вместо «1» или вместо «-1»; $c$ – число отказов, когда получены гипотезы-предсказания с типом истинностного значения τ.

Заметим, что **правильные** предсказания, имеющие верификацию, представлены высказываниями с истинностными значениями $\overline{\nu} = \langle \nu, n_s\rangle$, где ν ∈ {1, -1}. Множество этих высказываний обозначим посредством $\Omega_t$, где $|\Omega_t| = l_0$, $0 \le l \le m_0$, а $m_0 = |\Omega^\tau_{0,0}| \ge |\Omega_t| = l_0$.

Тогда $m_0 = l_0 + (a + b + c)$, $\dfrac{l_0}{m_0} = 1 - \dfrac{a+b+c}{m_0}$, где $\dfrac{l_0}{m_0}$ – степень **достоверного** предсказания посредством ДСМ-рассуждений.

В соответствии с отображениями g и $\dot{g}$ формируется Табл. 6 для применяемого множества стратегий $\overline{\mathrm{Str}}$ [3]:

В Табл. 6 $\sigma_1^{(h)} \in \{0, 1\}$, $h = 1, \ldots, \mathrm{d}$, $j = 1,2,3,4,5,6$; $\lambda_h \in \{0, 1\}$.

Обозначим посредством $\text{ЭЗ}^\sigma_h$, $\text{ЭЗ}^\sigma_i$ и $\text{ЭТ}^\sigma_h$, $\text{ЭТ}^\sigma_i$ эмпирические законы и эмпирические тенденции согласно введенным ранее определениям, где σ ∈ {+, –}. Тогда $\text{ЭЗ}^\sigma_h$ и $\text{ЭЗ}^\sigma_i$ определяются посредством элементов отношения $L^\sigma_{1,2} \cup \dot{L}^\sigma_{1,2}$, а $\text{ЭТ}^\sigma_h$ и $\text{ЭТ}^\sigma_i$ определяются посредством элементов отношения $L^\sigma_{3,4} \cup \dot{L}^\sigma_{3,4}$.

*Таблица 6*

| $\mathrm{Str}_{x,y}$ | ЭЗ | ЭТ | $l_0$ | a | b | c | λ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Str_{x_1,y_1}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | $\lambda_1$ |
| … | … | … | … | … | … | … | … |
| $Str_{x_h,y_h}$ | $\sigma_1^{(h)}$ | $\sigma_2^{(h)}$ | $\sigma_3^{(h)}$ | $\sigma_4^{(h)}$ | $\sigma_5^{(h)}$ | $\sigma_6^{(h)}$ | $\lambda_h$ |
| … | … | … | … | … | … | … | … |
| $Str_{x_d,y_d}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\lambda_d$ |

Df. 14-3.

Будем говорить, что $Str_{x_h,y_h}$ **мажорирует** $Str_{x_i,y_i}$ и писать $Str_{x_h,y_h} \sqsupseteq Str_{x_i,y_i}$ тогда и только тогда, когда для всякой $ЭЗ_i^{\sigma}$ существует $ЭЗ_h^{\sigma}$ с $C_h = C_i$, $Q_h = Q_i$, $C'_h = C'_i$ такие, что $L_{1,2}^{\sigma}(C'_h, C_h, Q_h) \vee \dot{L}_{1,2}^{\sigma}(C'_h, C_h, Q_h)$ истинно и для всякой $ЭТ_i^{\sigma}$ существует $ЭТ_h^{\sigma}$ или $ЭЗ_h^{\sigma}$ с $C_h = C_i$, $Q_h = Q_i$, $C'_h = C'_i$ такие, что $L_{3,4}^{\sigma}(C'_h, C_h, Q_h) \vee \dot{L}_{3,4}^{\sigma}(C'_h, C_h, Q_h)$ истинно или $L_{1,2}^{\sigma}(C'_h, C_h, Q_h) \vee \dot{L}_{1,2}^{\sigma}(C'_h, C_h, Q_h)$ истинно; а также $l_h \geq l_i$ и $a_h \leq a_i$, где $l_h, l_i$ – числа правильных предсказаний.

Очевидно, что $\mu(s) = \dfrac{l_0}{m_0} + \dfrac{a+b+c}{m_0} - \dfrac{|\Omega^{\tau}(s)|}{m_0}$, так как $|\Omega^{\tau}(0)| = m_0$, а $\mu(s)$ определяется для каждой $Str_{x,y}$. Понятно, что $\mu_{x_h,y_h}(s_h)$ и $\mu_{x_h,y_h}(s_i)$ могут быть не равными.

Определение Df. 14-3 следует использовать для выбора подходящей $Str_{x,y}$ и последующей её проверки на адекватность распознавания ЭЗК и предсказания изучаемых эффектов.

Df. 14-3 характеризует **полезность** применяемых стратегий $Str_{x,y}$. Поэтому отношение $\sqsupseteq$ естественно называть **прагматическим** отношением между стратагиями ДСМ-рассуждений, выражающим **предпочтения** при выборе стратегий. Отношение частичного порядка в решетках интенсионалов, определенное в [3], для М-предикатов и п.п.в.-1 (правил индуктивного вывода), представляет логическое следование, поэтому естественно считать, что оно выражает **логическое предпочтение** для $Str_{x,y}$.

## §4. МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ИТОГИ: KNOWLEDGE DISCOVERY И УСИЛЕНИЕ КРИТЕРИЯ ДЕМАРКАЦИИ К.Р. ПОППЕРА

Обнаружение эмпирических закономерностей (ЭЗК) и извлечение их из массивов фактов посредством ДСМ-метода АПГ как некоторых регулярностей, выразимых с использованием существенных параметров, осуществимо благодаря амплиативности правил правдоподобного вывода (п.п.в.-1 и п.п.в.-2), рассмотрению последовательности вложенных баз фактов и распознаванию сохранения **типов** истинностных значений ν, где $\overline{\nu} = \langle \nu, n \rangle$ - истинностное значение, а $\nu \in \{1, -1, 0\}$ («1» - фактическая истина, «-1» - фактическая ложь, «0» - фактическое противоречие).

Формализация **амплиативных** правдоподобных выводов – индукции (п.п.в.-1) и аналогии (п.п.в.-2) является использованием и уточнением идей Ч.С. Пирса о **синтетических** выводах ([25, 26]) и **синтезе познавательных процедур,** который специфичен для теории рассуждений, не сводимой к дедукции [32].

Эффект амплиативности п.п.в.-1 и п.п.в.-2 реализуется посредством синтеза познавательных процедур в ДСМ-рассуждении [33] – индукции, аналогии и абдукции, который формализует познавательный процесс: анализ данных (индукция) – предсказание (аналогия) – принятие гипотез посредством объяснения (абдукция).

Индукция (п.п.в.-1) порождает гипотезы о (±)-причинах, выразимых посредством предиката $V \Rightarrow_2 W$ (V – причина W), который извлекается из (±)-примеров, представимых посредством предиката $X \Rightarrow_1 Y$ (X обладает эффектом Y). Индукция формализуется в ДСМ-методе АПГ посредством $M^{\sigma}$-предикатов **сходства** примеров и множества усилений этих предикатов ($\sigma \in \{+, -\}$). Таким образом, **сходство** примеров, а не их эквивалентность является источником порождения **нового знания**, что есть свойство амплиативного вывода.

Аналогия (п.п.в.-2) осуществляет **принцип индуктивного обобщения:** посредством гипотез о (±)-причинах, выразимых посредством $V_i \Rightarrow_2 W_i$, делается вывод о том, что объект X такой, что он содержит причины $V_i$ эффекта $W_i$, обладает эффектом Y, где $Y = \bigcup_{i=1}^{k} W_i$, а $V_i \subset X$. Таим образом, результат аналогии выразим посредством предиката $X \Rightarrow_1 Y$, т. е., п.п.в.-2 является амплиативным правилом вывода: заключение не содержится **явно** в посылках и является **новым знанием.**

Вторым принципом извлечения регулярностей из массивов данных является **динамическая** конструкция баз фактов, которая образована последовательным расширением начальной базы фактов, в которой представлены описания изучаемых эффектов. **Необходимым** условием извлечения ЭЗК из массивов фактов, их содержащих, является распознавание **сохранения** отношения «причина-следствие» в последовательности вложенных баз фактов $БФ_{0,0}, БФ_{0,1}, \ldots, БФ_{0,s}$, где $БФ_{0,0} \subset БФ_{0,1} \subset \ldots \subset БФ_{0,s}$.

Формализация этого сохранения состоит в установлении **наследования** типа истинностных значений как у гипотез о (±)-причинах, так и у гипотез, представляющих предсказания изучаемых эффектов посредством п.п.в.-2 (аналогии), использующих гипотезы (±)-причинах. Результатом распознавания сохранения типов истинностных значений гипотез в последовательности вложенных баз фактов является извлечение из этой последовательности ЭЗК – эмпирических законов или эмпирических тенденций, что реализуется посредством тернарных предикатов $L_{1,2}^{\sigma}(V, Z, W)$, $\dot{L}_{1,2}^{\sigma}(V, Z, W)$ и $L_{3,4}^{\sigma}(V, Z, W)$, $\dot{L}_{3,4}^{\sigma}(V, Z, W)$, соответственно, где $\sigma \in \{+, -\}$. Эти предикаты представляют основание ЭЗК V (причину), носителя ЭЗК Z и эффект W (V, Z, W – переменные, значения которых выполняют эти предикаты).

Условиями применимости ДСМ-метода АПГ являются формализуемость сходства (±)-примеров, существование таких примеров в расширяемых базах фактов (добавляются лишь (+)-факты и (-)-факты), а также существование в неявном виде позитивных и негативным отношений «причина-следствие (эффект)» в рассматриваемой последовательности баз фактов. Аксиомы каузальной полноты $АКП^{(\sigma)}$ и $АКП_*^{(\sigma)}$ выражают **идеальные** условия, характеризующие предметную область, в которой эффект (его наличие или отсутствие) детерминируется (±)-причинами.

Можно предположить, что между истинностью АКП$^\sigma$ и АКП$_*^{(\sigma)}$, где σ ∈ {+, –}, и существованием ЭЗК имеется корреляция при условии достаточного представления (±)-фактов. Достаточность этого представления устанавливается абдуктивной сходимостью к порогам $\rho^\sigma$, где σ ∈ {+, –}. Достижимость этих порогов является основанием для завершения Этапа II ДСМ-рассуждения посредством применимости абдуктивного принятия гипотез в заключительной базе фактов $БФ_{0,s}$.

Предикаты сохранения типов истинностных значений $C_1^\sigma$ (Z, U), $C_2^\sigma$ (V, W), $\hat{C}_1^\sigma$ (Z, U), $\hat{C}_2^\sigma$ (V, W) используются для характеризации ЭЗК. Заметим, что ранее [15] для этого применялись функционалы $f^\sigma$(p, q), $F^\sigma$(p, q) и предикаты $\bar{R}$ (p, q), $\bar{K}$ (p, q), которые выражали степень противоречивости множеств порождаемых гипотез при расширении баз фактов.

Утверждение 1-3 устанавливает тот факт, что из выполнимости $C_1^\sigma$ (V, W) и $C_2^\sigma$ (V, W) следует $F^\sigma$(p, q) = 0 и $f^\sigma$(p, q) = 0 для всех p и q (номеров расширений баз фактов). Таким образом, предикаты сохранения типов истинностных значений **сильнее** предикатов, выражающих степень противоречивости порождаемых гипотез. Поэтому характеризация ЭЗК посредством $C_j^\sigma$ (V, W) и соответствующих функций $\tilde{\xi}_2^\sigma$ усиливает определения ЭЗК и средства их распознавания.

Предикаты $L_{1,2}^\sigma$(V, Z, W, p, q), $\dot{L}_{1,2}^\sigma$(V, Z, W) и $L_{3,4}^\sigma$(V, Z, W, p, q), $\dot{L}_{3,4}^\sigma$ (V, Z, W), где σ ∈ {+, –}, характеризующие эмпирические законы и эмпирические тенденции, соответственно, используют предикат $V \Rightarrow_2 W$, так как они представляют **сохранение** для всех p и q отношения «V – причина эффекта W, содержащаяся в объекте Z, обладающим W». Предикат $V \Rightarrow_2 W$ определяется конструктивно в силу теоремы обратимости п.п.в.-2: $\forall V \forall W ((J_{(\tau,\, n)}(V \Rightarrow_2 W)\ \&\ M_{x,n}^+ (V, W)\ \&\ \neg M_{y,n}^- (V, W)) \leftrightarrow J_{\langle 1,\, n+1\rangle} (V \Rightarrow_2 W))$, $\forall V \forall W ((J_{(\tau,\, n)} (V \Rightarrow_2 W)\ \&\ \neg M_{x,n}^+ (V, W)\ \&\ M_{y,n}^- (V, W)) \leftrightarrow J_{\langle -1,\, n+1\rangle} (V \Rightarrow_2 W))$ ([14], Глава 5. О дедуктивной имитации некоторых вариантов ДСМ-метода автоматического порождения гипотез). Так как $M^\sigma$-предикаты определены конструктивно, соответствующими процедурами [5], то $L^\sigma$-предикаты и $\dot{L}^\sigma$ -предикаты определены конструктивно.

Таким образом, отношения $L_{1,2}^\sigma$, $\dot{L}_{1,2}^\sigma$ и $L_{3,4}^\sigma$, $\dot{L}_{3,4}^\sigma$, где σ ∈ {+, –}, представляющие ЭЗК, определены конструктивно относительно стратегий $Str_{x,y}$ из множества заданных стратегий $\overline{Str}$ [3]. Следовательно, $L_{1,2}^\sigma$(x, y), $L_{3,4}^\sigma$(x, y) и $\dot{L}_{1,2}^\sigma$(x, y), $\dot{L}_{3,4}^\sigma$(x, y) будет информативным представлением этих отношений.

Множество заданных стратегий ДСМ-рассуждений $\overline{Str}$ является средством для формирования квазиаксиоматических теорий $T_{x,y}$, где $T_{x,y} = \langle \Sigma, \Sigma', R\rangle$ ([2], Часть II), Σ – множество аксиом, Σ′ – множество фактов и гипотез, R – множество правил вывода (дедуктивных и правдоподобных). Правдоподобными правилами вывода являются п.п.в.-1 (индукция) и п.п.в.-2 (аналогия), соответствующие $Str_{x,y}$.

Σ и Σ′ являются открытыми множествами, так как они могут пополнятся при расширении баз фактов (моделей), используемых при обнаружении ЭЗК. ЭЗК пополняют Σ, а новые гипотезы пополняют Σ′.

КАТ $T_{x,y} = T_a \cup T_{pr} \cup \{ АКП_*^+,\ АКП_*^- \} \cup \Sigma_{er}$,

где $T_a$ – аксиомы структуры данных («алгебраическая часть»)[1], $\Sigma_{pr}$ – процедурные аксиомы, представляющие в декларативном виде п.п.в.-1 (индуктивные правила вывода) и п.п.в.-2 (правила вывода по аналогии), АКП$_*^{(\sigma)}$ - аксиомы каузальной полноты (σ ∈ {+, –})[2], а $\Sigma_{er}$ – множество обнаруженных эмпирических закономерностей (ЭЗ или ЭТ).

$T_a \cup T_{pr}$ – **непротиворечивая** часть КАТ [14, Гл. 5]. Добавление АКП$_*^{(\sigma)}$ или АКП$^{(\sigma)}$ могут сделать КАТ противоречивой. Однако малая степень противоречивости (не сохранение типов истинностных значений) соответствует существованию эмпирических тенденций (ЭТ), что делает возможным принять эти ЭТ, выделив **непротиворечивое множество гипотез**, устранив противоречия такие, что контрарные пары не принадлежат ЭЗК.

Процедуру «очистки» Σ′ от противоречий будем называть **коррекцией** КАТ, обозначив её посредством E E (устранение ошибок согласно К.Р. Попперу [34]).

Сформулируем **идеальную** КАТ $T_{x,y}$, для некоторой $Str_{x,y}$ такую, что аксиомами $T_a$ являются аксиомы булевых алгебр $\mathcal{B}_i = \langle 2^{U^{(2)}}, \varnothing, U^{(i)}, -, \cap, \cup\rangle$, где $i$ = 1,2, а $T_{pr}$ содержит, аксиомы, приводимые ниже [1, Часть II, с. 7-8].

$$A_1^+ .\ \forall V \forall W ((J_{(\tau,\, 2n-2)}(V \Rightarrow_2 W)\ \&\ M_{x,n}^+ (V, W)\ \&$$
$$\&\ \neg M_{y,n}^- (V, W)) \rightarrow J_{\langle 1,\, 2n-1\rangle}(V \Rightarrow_2 W))$$

$$A_1^- .\ \forall V \forall W ((J_{(\tau,\, 2n-2)}(V \Rightarrow_2 W)\ \&\ \neg M_{x,n}^+ (V, W)\ \&$$
$$\&\ M_{y,n}^- (V, W)) \rightarrow J_{\langle -1,\, 2n-1\rangle}(V \Rightarrow_2 W))$$

$$A_1^0 .\ \forall V \forall W ((J_{(\tau,\, 2n-2)}(V \Rightarrow_2 W)\ \&\ M_{x,n}^+ (V, W)\ \&$$
$$\&\ M_{y,n}^- (V, W)) \rightarrow J_{\langle 0,\, 2n-1\rangle}(V \Rightarrow_2 W))$$

$$A_1^\tau .\ \forall V \forall W ((J_{(\tau,\, 2n-2)}(V \Rightarrow_2 W)\ \&\ \neg M_{x,n}^+ (V, W)\ \&$$
$$\&\ \neg M_{y,n}^- (V, W)) \rightarrow J_{(\tau,\, 2n-1)}(V \Rightarrow_2 W))$$

$$A_2^+ .\ \forall X \forall Y ((J_{(\tau,\, 2n-1)} (X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ \Pi_n^+ (X, Y)) \rightarrow$$
$$\rightarrow J_{\langle 1,\, 2n\rangle}(X \Rightarrow_1 Y))$$

$$A_2^- .\ \forall X \forall Y ((J_{(\tau,\, 2n-1)} (X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ \Pi_n^- (X, Y)) \rightarrow$$
$$\rightarrow J_{\langle -1,\, 2n\rangle}(X \Rightarrow_1 Y))$$

$$A_2^0 .\ \forall X \forall Y ((J_{(\tau,\, 2n-1)} (X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ \Pi_n^0 (X, Y)) \rightarrow$$
$$\rightarrow J_{\langle 0,\, 2n\rangle}(X \Rightarrow_1 Y))$$

---

[1] Большинство версий ДСМ-метода используют булевскую структуру данных: $\mathcal{B}_1 = \langle 2^{U^{(1)}}, \varnothing, U^{(1)}, -, \cap, \cup\rangle$ и $\mathcal{B}_2 = \langle 2^{U^{(2)}}, \varnothing, U^{(2)}, -, \cap, \cup\rangle$.

[2] Возможен более общий случай с АКП$^{(\sigma)}$ для k, k ≥ 2, причин, совместно вынуждающих эффект.

$$A_2^{\tau}.\ \forall X \forall Y\ ((J_{(\tau,\ 2n-1)}\ (X \Rightarrow_1 Y)\ \&\ \Pi_n^{\tau}\ (X,\ Y)) \to$$
$$\to J_{(1,\ 2n)}(X \Rightarrow_1 Y))$$
$$A_3.\ \forall X \forall Y \exists n\ (J_{(\tau,\ 2n-1)}\ (X \Rightarrow_1 Y) \to J_{(\tau,\ 2n+1)}(X \Rightarrow_1 Y))$$
$$A_4.\ \forall X \forall Y \exists n\ (J_{(\tau,\ 2n-2)}\ (X \Rightarrow_1 Y) \to J_{(\tau,\ 2n)}(X \Rightarrow_1 Y))$$
$$A_5^{+}.\ \forall X \forall Y\ ((J_{\langle 1,\ 0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \to \exists n \exists V(J_{\langle 1,\ 2n-1\rangle}\ (V \Rightarrow_2 Y)\ \&$$
$$\&\ \ (V \subset X)\ \&\ \neg\ (V = \varnothing)))$$
$$A_5^{-}.\ \forall X \forall Y\ ((J_{\langle -1,\ 0\rangle}(X \Rightarrow_1 Y) \to \exists n \exists V(J_{\langle -1,\ 2n-1\rangle}\ (V \Rightarrow_2 Y)\ \&$$
$$\&\ \ (V \subset X)\ \&\ \neg\ (V = \varnothing)))$$
$$A_6^{+}.\ \forall V \forall Z \forall W \exists n\ (\ G_n^{+}\ (V,\ Z,\ W) \to$$
$$\to \forall p \forall q\ \ L_{1,2}^{+}\ (V,\ Z,\ W,\ p,\ q))$$
$$A_6^{-}.\ \forall V \forall Z \forall W \exists n\ (\ G_n^{-}\ (V,\ Z,\ W) \to$$
$$\to \forall p \forall q\ \ L_{1,2}^{-}\ (V,\ Z,\ W,\ p,\ q)).$$

Правилами вывода этой КАТ являются п.п.в.-1 и п.п.в.-2 для $Str_{x,y}$ и правила вывода двузначной логики.

Заметим, что $A_3$ и $A_4$ являются аксиомами окончания ДСМ-рассуждения, а сформулированная система аксиом является имитацией ДСМ-рассуждения, результатами которых являются (±)-гипотезы и эмпирические законы, принадлежащие, соответственно, $\Sigma'$ и $\Sigma$.

Другой версией имитации ДСМ-рассуждений является система аксиом такая, что $L_{1,2}^{\sigma}$ (V, Z, W, p, q) заменяется на $\dot{L}_{1,2}^{\sigma}$ (V, Z, W), где $\sigma \in \{+, -\}$.

Если ввести предикат $L_{1,2}^{0}$ (V, Z, W, p, q) (или $\dot{L}_{1,2}^{0}$ (V, Z, W)) и аксиому $A_7^{0}$, то соответствующая КАТ будет иметь ДСМ-оператор $\overline{0}_{x,y}$ такой, что он есть операция замыкания. Возникает, однако, вопрос будет ли такая теория иметь модель?

Второй вопрос касается возможного соответствия между истинностью АКП$^{(\sigma)}$ и существованием эмпирических законов для последовательности вложенных баз фактов $БФ_{0,0}$, $БФ_{0,1}$, …, $БФ_{0,s}$, у которой $\rho^{+}(s) = 1$ и $\rho^{-}(s) = 1$.

Существенной особенностью ДСМ-рассуждений является формализация условий фальсификации, содержащихся в п.п.в.-1 (правилах индуктивного вывода) и в п.п.в.-2 (правилах вывода по аналогии). В п.п.в.-1 используются $M_{x,n}^{+}$ (V, W) и $M_{y,n}^{-}$ (V, W), реализующие взаимную фальсификацию, которая поддерживается также гипотезами $J_{\langle 0,\ n\rangle}$ $(C \Rightarrow_2 Q)$ (они являются порожденными фальсификаторами). В $\Pi_n^{\sigma}$ (X, Y) также содержатся условия фальсификации.

Условие фальсифицируемости результатов рассуждений было предложено К.Р.Поппером в качестве **критерия демаркации**, отделяющего научные исследования от ненаучных [34].

Опыт применения компьютерных интеллектуальных систем позволяет усилить критерий демаркации К.Р. Поппера: исследование является завершенным научным исследованием, если оно не только допускает **фальсификацию результатов**, но и обнаруживает эмпирические закономерности (эмпирические законы или тенденции) в последовательности вложенных баз фактов такой, что её использование завершается абдуктивным принятием полученных гипотез.

Следовательно, компьютерные интеллектуальные системы, реализующие обнаружение ЭЗК и абдуктивное принятие гипотез, являются партнерскими человеко-машинными системами поддержки и проведения научных исследований, использующих последовательности вложенных баз фактов. Интеллектуальные системы типа ДСМ, осуществляющие ДСМ-рассуждения в Решателе задач, являются такими человеко-машинными системами, цель которых – поддержка научных исследований и обнаружение знаний (knowledge discovery) в расширяемых массивах фактов.

Средствами достижения цели ДСМ-метода – автоматизированной поддержки научных исследований (ДСМ-метода АПНИ)[3] являются: амплиативные выводы индукции и аналогии, образующие вместе с абдукцией синтез познавательных процедур (ДСМ-оператор $\overline{0}_{x,y}$ + абдуктивное принятие гипотез); распознавание сохранения типов истинностных значений порождаемых гипотез, которые используются для обнаружения ЭЗК; применение интеллектуальных систем типа ДСМ и получение в результате квазиаксиоматических теорий, среди которых можно выбрать предпочтительные.

Таким образом, можно утверждать, что ДСМ-метод АПНИ и его технологический инструмент – интеллектуальные системы типа ДСМ [6-8, 14, 35] – являются средством реализации эволюционной эпистемологии [34], структурой которой является Р1–ТТ–ЕЕ–Р2, где Р1 есть проблема обнаружения ЭЗК, ТТ – множество КАТ $\mathrm{T}_{x,y}$, где ⟨x, y⟩ – вид решеток для п.п.в.-1, ЕЕ – выбор $Str_{x,y}$ и коррекция множества гипотез посредством устранения противоречий, Р2 – изменение процедур и изменение языка представления знаний. Согласно же [34]: Р1 – проблема, ТТ – пробная теория, ЕЕ – устранение ошибок, Р2 – новая проблема, возникшая в результате роста знаний.

Логические средства ДСМ-метода АПНИ, технология применения ИС-ДСМ, а также опыт их применения [6-8, 14, 35] дают основания утверждать, что ДСМ-метод АПНИ является современным средством knowledge discovery в науках о жизни и социальном поведении, располагающими массивами экспериментальных данных и имеющими потребность в формализации знаний и автоматизации рассуждений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Финн В.К. Эпистемологические основания ДСМ-метода автоматического порождения гипотез. Часть I // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2013. – №9. – С. 1-29; Финн В.К. Эпистемологические основания ДСМ-метода автоматического порождения гипотез. Часть II // Там же. – 2013. – №12. – С. 1-26; Finn V.K. Epistemological Foun-

[3] ДСМ-метод АПНИ – новое современное название ДСМ-метода АПГ.

dations of the JSM Method for Automatic Hypothesis Generation // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics, Part I, II. – 2014. – Vol. 48, №2. – P. 96-148.

2. Финн В.К. Индуктивные методы Д.С. Милля в системах искусственного интеллекта. Часть I // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2010. – №3. – С. 3-21; Finn V.K. J.S. Mill's Inductive Methods in Artificial Intelligence Systems, Part I // Scientific and Technical Information Processing. – 2011. – Vol. 38, №6. – P. 385-402; Финн В.К. Индуктивные методы Д.С. Милля в системах искусственного интеллекта. Часть II. // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2010. – №4. – С. 14-40; Finn V.K. Mill's Inductive Methods in Artificial Intelligence Systems, Part II // Scientific and Technical Information processing. – 2012. – Vol. 39, №5. – P. 241-261.
3. Финн В.К. Дистрибутивные решетки индуктивных процедур // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2014. – №11. – С. 1-30; Finn V.K. Distributive Lattices of Inductive JSM Procedures // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2014. – Vol. 48, №6. – P. 265-295.
4. Милль Д.С. Система логики силлогистической и индуктивной. Изд. 5-е. – М.: ЛЕНАНД, 2011; Mill J.S. A System of Logic Ratiocinative and Inductive, Being a Connected View of the Principles of Evidence and The Methods of Scientific Investigation. – London: Parker, Son and Bowin, 1843.
5. Забежайло М.И., Ивашко В.Г., Кузнецов С.О., Михеенкова М.А., Хазановский К.П., Аншаков О.М. Алгоритмические и программные средства ДСМ-метода автоматического порождения гипотез // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 1987. – №10. – С. 1-13.
6. Волкова А.Ю. Анализ данных различных предметных областей с помощью процедур ДСМ-метода автоматического порождения гипотез // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2011. – №6. – С. 9-18; Volkova A.Y. Analyzing the Data of Different Subject Fields Using the Procedures of JSM Method // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2011. – Vol. 45, №3. – P. 127-139.
7. Волкова А.Ю., Шестерникова О.П. О создании интеллектуальных систем реализующих ДСМ-метод автоматического порождения гипотез, и результатах их применения для анализа медицинских данных // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2012. – №5. – С. 10-15.
8. Михеенкова М.А., Волкова А.Ю. Спецификация интеллектуальной системы типа ДСМ // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2013. - № 7. – С. 5-19; Mikheenkova M.A., Volkova A.Y. Specification of the JSM Intelligent System // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2013. – Vol. 47. – №4. – P. 135-150.
9. Финн В.К. Об интеллектуальном анализе данных // Новости искусственного интеллекта. – 2014. – №3. – С. 3-18.
10. Вьюгин В.В. Математические основы машинного обучения и прогнозирования. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013.
11. Vinogradov D.V. VKF – METHD of Hypothesis Generation / eds. D.I. Ingnatov et. al. // AIST. – 2014. – CCIS 436.– P. 237-248.
12. Zeeman E.C. The topology of the brain and Visual perception // Fort M.K. Topology of 3 – manifolds, 1962.
13. Шрейдер Ю.А. Равенство, сходство, порядок. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1971.
14. ДСМ-метод автоматического порождения гипотез: Логические и эпистемологические основания / под общ. ред. О.М. Аншакова. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.
15. Финн В.К. Об определении эмпирических закономерностей посредством ДСМ-метода автоматического порождения гипотез // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2010. – №4. – С. 41-48; Finn V.K. On the Definition of Empirical Regularities by the JSM Method for the Automatic Generation of Hypotheses // Scintific and Technical Information Processing. – Vol. 39. – № 5. – 2012. – pp. 261-267.
16. Финн В.К., Арский Ю.М. Принципы конструирования интеллектуальных систем // Финн В.К. Искусственный интеллект: методология, применения, философия. – М.: КРАСАНД, 2011. – С. 36-88.
17. Финн В.К. Стандартные и нестандартные логики аргументации // Там же. – С. 312-338.
18. Финн В.К. Эволюционная эпистемология Карла Поппера и эпистемология синтеза познавательных процедур // Там же. – С. 170-231.
19. Финн В.К. О неаристотелевском строении понятий // Логические исследования. – №1. – 2015.
20. Rosser J.B., Turquette A.R. Many-Valued Logics. – Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1958.
21. Гершель Дж. Философия естествознания. Издание второе. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011; Herschel J.F.W. Preliminary Discourse on the Study of Natural Philosophy. – London, 1851.
22. Abductive Inference: Computation, Philosophy, Technology / eds. J.R. Josephson, S.G. Josephson – Cambridge: University Press, 1994.
23. Peirce C.S. Collected papers, Vol. 5. – Cambridge: Harvard University Press, 1934. – P. 189.
24. Kapitan T. Peirce and the Autonomy of Adductive Reasoning // Erkenntnis. – 1992. – Vol. 37.
25. Eisple C. Studies in the Scientific and Mathematical Philosophy of Charles S. Peirce // Essays by Carolyn Eisple. – The Hagul – Paris – New York: Mounton Publishers, 1979.
26. Fann K.T. Peirce´s theory of abduction // Martinus Nijhoff. – The Hague, 1970.
27. Hintikka J. What is Abduction? The Fundamental Problem of Contemporary Epistemology // Transactions of the Charles S. Peirce Society. – 1998. – Vol. XXXIV, №3. – P. 503-533.

28. Пфанцагль И. Теория измерений. – М.: Изд-во «Мир», 1976; Pfanzagl J. Theory of Measurement Physica – Verlag, Würzburg – Wien, 1971.
29. Финн В.К. Индуктивные методы Д.С. Милля в системах искусственного интеллекта. Часть II. // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2010. – №4. – С. 23-24.
30. Кон П. Универсальная алгебра. – М.: Изд-во «Мир», 1968; Cohn P.M. Universal Algebra. – New York: Harper & Row; London: Evansion, 1965.
31. Rosser J.B. Logic for Mathematicians. – New York–Toronto–London: Mc Graw – Mill Book Company Inc., 1953.
32. Ван Бентем Й. Логика и рассуждения: много ли значат факты? Вопросы философии. – 2011. – №2. – С. 73-76; Van Benthem J. Logic and Reasoning: Do the Facts Matter? // Studia Logica. – 2008. – Vol. 88, №1. – P. 67-84.
33. Финн В.К. Синтез познавательных процедур и проблема индукции // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2009. – № 6. – С. 1-37; Finn V.K. The Synthesis of Cognitive Procedures and the Problem of Induction // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2009. – Vol. 43, №3. – P. 149-195.
34. Поппер К.Р. Объективное знание. Эволюционный подход. Гл. 1. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – С. 12-39; Popper K.R. Objective Knowledge: An evolutionary approach. – Oxford: At The Clarendon Press, 1979.
35. Автоматическое порождение гипотез в интеллектуальных системах / под общей редакцией В.К. Финна. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ». – 2009.

*Материал поступил в редакцию 16.06.15*

**Сведения об авторе**

**ФИНН Виктор Константинович –** доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки Российской Федерации, зав. сектором интеллектуальных информационных систем ВИНИТИ РАН, зав. Отделением интеллектуальных систем в гуманитарной сфере РГГУ, Москва.
e-mail: finn@viniti.ru

УДК [002 : 001.8] : 004

В.М. Московкин, Н.А. Голиков, О.В. Серкина

# Конструирование метрик цитирования нового поколения*

*Сделан учет импакт-факторов журналов, входящих в сеть цитирования автора, для нового поколения метрик цитирования scoring rules, представляющих собой некие суммирующие правила по подсчету всех статей автора их цитирований. Такой класс метрик назван как IF-scoring rules. Описана математическая модель этого класса метрик, а также особенности компьютерного алгоритма их расчетов, опирающегося на технологии Data Mining и Machine Learning.*

**Ключевые слова:** *IF-scoring rules, импакт-фактор, публикационная активность, метрики цитирования, индекс Хирша, Data Mining, Machine Learning*

## ВВЕДЕНИЕ

В научном обосновании механизмов повышения публикационной активности, большое внимание уделяется метрикам цитирования. Они могут агрегироваться с авторского на любой другой уровень (научный коллектив, университет, регион, страна). От этих метрик зависит рейтинг ученых, коллективов, институтов и т.д., а, следовательно, и их финансовая поддержка. Однако «ущербные» метрики сильно искажают состояние дел в науке. К таким метрикам сейчас относят индекс Хирша и все семейство хиршеподобных метрик. Оказалось, что семейство этих метрик не удовлетворяет трем простейшим постулатам сравнения. В связи с этим T. Marchant в 2009 г. вводит понятие scoring rule, а именно – метрик, основанных на подсчете всего спектра публикаций автора и их цитирований. Нами будет обоснована более совершенная метрика цитирования, которая, помимо всего спектра публикаций автора и их цитирований, использует и импакт-фактор всех журналов, входящих в сеть цитирования автора (журналы, в которых опубликовался автор, и журналы, из которых идут ссылки на его работы). Ясно, что какие-либо манипуляции с такой метрикой, в принципе, невозможны.

Проблема состоит не столько в математическом описании таких метрик, сколько в разработке компьютерного алгоритма и программы для автоматизированного их расчета. Эта проблема нами была решена с применением алгоритмов, близких к алгоритмам, используемым в некоторых областях Data Mining (Native Lanquage Processing). Программа была написана на языке программирования Python. В настоящей работе будут представлены расчеты различных вариантов таких метрик по разработанному алгоритму и созданной программе для двух наиболее цитируемых ученых (физиков) Белгородского государственного университета (НИУ «БелГУ»). Максимальные расчетные значения этих метрик, для различных вариантов расчетов, лежали в разумном диапазоне, что не потребовало использования процедур нормирования.

Начиная с классической работы J. E. Hirsch [1], произошел бум по модификации индексов Хирша и созданию ему подобных индексов. Как показано в работе [2], в 2010 г. и 2011 г. почти каждая четвертая статья, опубликованная в журналах «Scientometrics» и «Journals of Informetrics», цитировала вышеупомянутую работу Хирша. В научной литературе мы можем обнаружить множество индексов ($m$, $g$, $e$, $w$, $q^2$, $hg$ и др.), используемых для оценки научной продуктивности в терминах количества публикаций и цитирований. Как отмечено в [2], множество этих индексов основано на модификации индекса Хирша (h-index). Так, в работе [3] мы обнаружили перечень не менее чем 37 вариантов модификаций h-index.

Сущность всех этих исследований описал T. Marchant [4]: «Многие исследователи, анализируя предыдущие индексы, находят, что они обладают некоторыми недостатками и затем предлагают пути по их устранению или предлагают новые индексы, которые, как они предполагают, являются лучше старых. Но это не гарантирует, что эти модифицированные или совершенно новые индексы не обладают другими недостатками». Несовершенство h-index на фун-

* Работа выполнена при поддержке Госзадания на 2015 г., код проекта -516

даментальном уровне продемонстрировано в работе [2], в которой показано, что этот индекс не удовлетворяет трем принципиальным постулатам.

1. Если два ученых достигают одного и того же относительного улучшения научной результативности, то их ранжирование друг относительно друга должно оставаться неизменным.

2. Если два ученых достигают одного и того же абсолютного улучшения научной результативности, то их ранжирование друг относительно друга должно оставаться неизменным.

3. Если ученый $X_1$ имеет ранг выше, чем ученый $Y_1$, а ученый $X_2$ имеет ранг выше, чем ученый $Y_2$, то исследовательская группа, состоящая из ученых $X_1$ и $X_2$, должна иметь совокупный ранг выше, чем исследовательская группа, состоящая из ученых $Y_1$ и $Y_2$.

## МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Все недостатки хиршеподобных индексов устраняются с помощью построения нового поколения метрик цитирования, основанных на так называемых scoring rules (summation-based rankings). Такие метрики были предложены в 2009 г. в работе T. Marchant [4].

В простейшем случае, чтобы вычислить scoring rule для множества публикаций, мы сначала должны вычислить score (рейтинг) для каждой отдельной публикации в этом множестве. Score отдельной публикации определяется количеством ее цитирований. После вычисления score для каждой публикации scoring rule вычисляется с помощью суммирования всех score для отдельных публикаций. Следовательно, для данного множества $N$, состоящего из n публикаций с $C_1$, $C_2$, .., $C_n$ цитированиями, scoring rule равняется:

$$I(C_1, C_2, ..., C_n) = \sum_{i=1}^{n} f(C_i), \qquad (1)$$

где $f(C_i)$ – возрастающая функция, которая определяет score публикации на основе того, сколько раз эта публикация была процитирована [2].

В качестве этой функции предлагается использовать слабовозрастающие выпуклые функции $f(C_i) = \sqrt{C_i}$ или $f(C_i) = \ln(C_{i+1})$ [5]. В работе [6], в формуле (1) используются функции $f(C_i) = \sqrt{C_i}$, $I(C_i) = \sqrt{\sum C_i}$.

В более строгом приближении T. Marchant записывает scoring rule в виде:

$$U(f) = \sum_{j \in J} \sum_{x \in N} \sum_{a \in N} f(i, x, a)\, u(j, x, a), \qquad (2)$$

где $f(i, x, a)$ – количество публикаций автора $f$ в журнале $j$ с цитированием $x$ и $a$ соавторами (количество авторов равно $a+1$);

$u(j, x, a)$ – значимость или score одной публикации в журнале $j$ с цитированием $x$ и $a$ соавторами;

$J = \{j, k, l, \}... \subset N$ – множество журналов,

$N$ – множество целых чисел.

Тройная сумма (2) представляет собой общий score автора. Как отмечает T.Marchant [4], многие популярные библиометрические ранжирования являются scoring rules. Например, если мы возьмем $U$ равным положительной константе, то получим ранжирование, основанное на количестве публикаций. Если определим $U$ выражением $u(j, x, a) = x$ для всех $j \in J$, $x, a \in N$, то получим ранжирование, основанное на количестве цитирований. Если определим $u$ выражением $u = (j, x, a) = IF(j)$ для всех $j \in J$, $x, a \in N$, где $IF(j)$ является импакт-фактором журнала $j$, то получим ранжирование, основанное на сумме импакт-факторов, которое предложено в работе [7].

Для наших дальнейших исследований представляет интерес задание функции $u(j, x, a)$ в виде:

$$u(j, x, a) = x\, IF(j)/(a+1). \qquad (3)$$

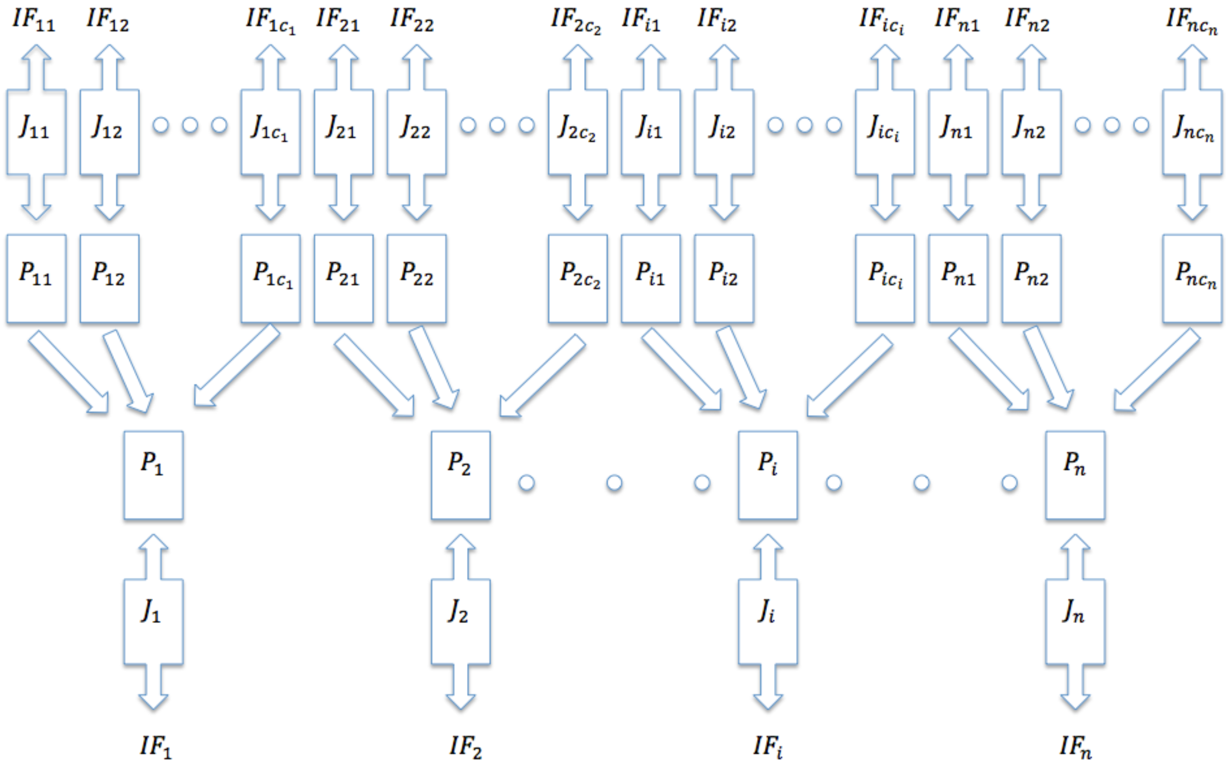
В этом случае мы получим простейший scoring rule для ранжируемых авторов в соответствии с числом цитирований, нормированных на количество авторов, и импакт-фактором [4]. В нашем исследовании мы будем абстрагироваться от количества авторов *a*, но будем дополнительно учитывать импакт-факторы журналов для тех статей, которые ссылаются на статьи рассматриваемого автора.

В работе [8] мы предложили идею построения IF-scoring rule. Здесь же рассмотрим его концепцию и математическую модель.

Блок-схема алгоритма предлагаемого нами IF-scoring rule показана на рисунке.

В простейшем случае, формулу расчета scoring rule, алгоритм которого показан на рисунке, запишем в виде:

$$\begin{aligned} U(P_1, P_2 .., P_i, .., P_n) &= IF_1(IF_{11} + IF_{12} + ... + \\ &+ IF_{1j} + ... + IF_{1c_1}) + IF_2(IF_{21} + IF_{22} + ... + \\ &+ IF_{2j} + ... + IF_{2c_2}) + \\ &+ IF_i(IF_{i1} + IF_{i2} + ... + IF_{ij} + ... + IF_{ic_i}) + \\ &+ IF_n(IF_{n1} + IF_{n2} + ... + IF_{nj} + ... + IF_{nc_i}) = \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{C_i} IF_i IF_{ij} \end{aligned} \qquad (4)$$




Блок-схема алгоритма для вычисления IF-scoring rule:

$(P_1, P_2, .., P_i, .., P_n)$ – множество статей, опубликованных некоторым автором;

$(J_1, J_2, .., J_i, .., J_n)$ – множество журналов, где были опубликованы эти статьи;

$(IF_1, IF_2, .., IF_i, .., IF_n)$ – множество импакт-факторов, соответствующее этим журналам;

$(P_{i1}, P_{i2}, .., P_{ij}, .., P_{ici})$ – множество статей в количестве $C_i$, цитирующих $P_i$ статью;

$(J_{i1}, J_{i2} .., J_{ij}, .., J_{ic_i})$ – множество журналов, соответствующее множеству статей $(P_{i1}, P_{i2} .., P_{ij}, .., P_{ic_i})$;

$(IF_{i1}, IF_{i2} .., IF_{ij}, .., IF_{ic_i})$ – множество импакт-факторов, соответствующих цитирующим журналам.

Отметим, что некоторые журналы из множеств $(J_1, J_2 .., J_i, .., J_n)$ и $(J_{i1}, J_{i2} .., J_{ij}, .., J_{ic_i})$ могут совпадать.

Отсюда следует, что $U(P_1, P_2, .., P_i, .., P_n) = Q(IF_i, IF_{ij})$ является возрастающей квадратичной функцией многих переменных. Она обладает характерным свойством всех scoring rules: $U(IF_i + \Delta IF_i, IF_{ij} + \Delta IF_{ij}) > U(IF_i, IF_{ij})$, где $\Delta IF_i > 0$, $\Delta IF_{ij} > 0$ – малые приращения.

Рассмотрим частные случаи функции, приведенной в формуле (4):

1) Если $IF_i = IF_{ij} = 1$, тогда $U = \sum_{i=1}^{n} C_i$,

2) Если $IF_i \neq 1$, $IF_{ij} = 1$, тогда $U = \sum_{i=1}^{n} IF_i C_i$,

3) Если $\sum_{i=1}^{C_i} IF_{ij} = 1$, тогда $U = \sum_{i=1}^{n} IF_i$.

Все эти случаи, следующие из формулы (4), получены так же в работе [4] из формулы (2).

Взяв $U = \overline{U} = \sum_{i=1}^{n} IF_i C_i$ за нормирующую функцию, можно показать, что при $\sum_{j=1}^{C_i} IF_{ij} > C_i$, когда суммарный импакт-фактор журналов цитирующих статей превышает количество цитирований, будет иметь место $q = \dfrac{U}{\overline{U}} > 1$, а в противном случае – $q < 1$.

В дополнение к функции, приведенной в формуле (4), введем еще пять функций многих переменных:

$$U = \sum_{i=1}^{n} IF_i^{\frac{1}{2}} \left( \sum_{j=1}^{C_i} IF_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}, \tag{5}$$

$$U = \sum_{i=1}^{n} IF_i^{\frac{1}{2}} \sum_{j=1}^{C_i} IF_{ij}^{\frac{1}{2}} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{C_i} IF_i^{\frac{1}{2}} IF_{ij}^{\frac{1}{2}} \quad , \qquad (6)$$

$$U = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{C_i} \left(\delta + IF_i\right) IF_{ij} \ , \qquad (7)$$

$$U = \sum_{i=1}^{n} \left(\delta + IF_i\right)^{\frac{1}{2}} \left( \sum_{j=1}^{C_i} IF_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} , \qquad (8)$$

$$U = \sum_{i=1}^{n} \left( \delta^{\frac{1}{2}} + IF_i^{\frac{1}{2}} \right) \sum_{j=1}^{C_i} IF_{ij}^{\frac{1}{2}} \ , \qquad (9)$$

где $\delta$ является некоторым положительным параметром.

Для функций (5, 6, 8, 9) корень квадратный взят согласно работе [5], чтобы уменьшить рост функции $U$. Параметр $\delta$ в функциях (7-9) введен, чтобы придать значимость статьям, опубликованным в журналах с нулевым импакт-фактором $(IF_i = 0)$.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ДИСКУССИЯ

Для расчетов по формулам (4-9) нами были разработаны специальные алгоритмы и программа на языке Python, идентифицирующие названия «скопусовских» журналов, в которых статьи авторов были опубликованы при их поиске с помощью Google Scholar, и определяющие их импакт-факторы с помощью платформы SCIMAGO.

Приведем общее описание алгоритмов.

Задача вычисления scoring rule исследователя подразделяется на две подзадачи:

(а) – сбор информации, необходимой для расчёта,
(б) – собственно расчёт.

В данном случае подзадача (а) является более трудоёмкой. Она, в свою очередь, подразделяется на следующие пункты.

1. Получение списка журналов с импакт-факторами.
2. Получение списка статей автора с идентификаторами (названиями) журналов, в которых статьи были опубликованы.
3. Получение для каждой публикации автора списка цитирующих её статей с идентификаторами (названиями) журналов, в которых статьи были опубликованы.

Стоит заметить, что, так как списки статей, упомянутые в п.п. 2 и 3, извлекались посредством скраппинга (scrapping) и последующего парсинга (parsing) поисковой выдачи Google Scholar, то это повлекло в ходе реализации этих пунктов возникновение наиболее трудоёмких пунктов всей программной части:

4. Преодоление защиты Google от поисковых роботов.
5. Идентификация и сопоставление названий журналов (либо их фрагментов), полученных из поисковой выдачи с названиями журналов из п. 1.

Отметим, что реализация п. 5 позволяет однозначно сопоставить название журнала из поисковой выдачи Google Scholar с названием журнала из списка SCIMAGO далеко не во всех случаях. Реализация, гарантирующая однозначное сопоставление в общем случае, по-видимому, не может быть выполнена, так как очень часто полученных фрагментов названий журналов (в общем случае Google Scholar выдаёт именно фрагменты, если название журнала слишком длинно, либо слишком длинен список авторов.) для однозначного восстановления названия недостаточно. В ходе парсинга и «собирания» названий журналов из фрагментов, могли возникнуть специфические трудности для данного конкретного названия.

Опишем более подробно пункты 1-5.

<u>Пункт 1.</u> «Получение списка журналов с их импакт-факторами» наиболее прост в реализации, так как платформа SCIMAGO предоставляет полный список научных журналов с их импакт-факторами. Физически этот список является простым html-документом, который легко парсится (используя lxml в качестве парсера) с извлечением необходимой информации путём обхода узлов html-дерева – html-тегов (tag) 'tr' (строки, содержащие информацию о журналах). Путь к узлам (node) задаётся в виде xpath-выражения. Далее осуществляется обращение к списку дочерних элементов каждого узла с извлечением текста, содержащегося в них.

Так как этот алгоритм: задание xpath-выражения, ведущего к соответствующим узлам html-дерева, получение списка узлов (в случае одного узла, соответствующего xpath-выражению, получаем список, состоящий из одного элемента), обращение к дочерним элементам (если необходимо), получение необходимой информации из атрибутов текста либо «хвоста» узла (текста, находящегося за «закрывающим тегом»), – является общим при парсинге всех html-документов, то в дальнейшем он будет опускаться.

<u>Пункт 2.</u> «Получение списка статей автора». Сразу же стоит оговорить, что действия, выполняемые в п.п. 2 и 3, велись посредством «прослойки» из библиотеки функций, реализующих п. 4, краткое описание алгоритмов работы которых дано далее. Список статей автора образовался посредством получения Google Scholar страницы профайла пользователя (автора), парсинга страницы профайла для выявления списка статей и ссылки на следующую страницу профайла (если таковая ссылка имелась). Пути к узлам html-дерева, содержащим как информацию о публикациях автора, так и ссылки на последующую страницу, задаются в виде xpath-выражений. И в том, и в другом случае данные узлы являются строками (тегами 'tr') некоторых таблиц. В цикле обрабатываются строки таблицы 'cit-table', содержащие в столбцах (путь к которым задаётся соответствующим xpath-выражением) информацию о публикациях автора, в частности url (интернет-адрес) запроса к Google Scholar, результатом которого является список статей, цитирующих данную публикацию. Обработка строк таблицы продолжается до тех пор, пока не встретится публикация автора, для которой нет

цитирующих статей. В запросе к профайлу автора указывается, что строки таблицы должны быть упорядочены по количеству цитирований – от наибольшего к наименьшему. Следовательно, если встретилась публикация, которая не цитируется, то у последующих публикаций, если таковые имеются, тоже не будет цитирований, либо не будет ссылки на следующую страницу профайла. Здесь же извлекается название журнала, в котором статья была опубликована, и количество цитирований этой статьи.

Пункт 3. «Получение для каждой публикации автора списка цитирующих её статей». Общий алгоритм аналогичен рассмотренному в описании п.2 и используемому для извлечения информации о публикациях автора из страниц Google Scholar профайла автора, т.е., осуществляется перебор в цикле узлов, содержащих информацию о цитирующей статье: если есть ссылка на следующую страницу, то получаем её и продолжаем цикл пока не исчерпаются страницы. Но этот алгоритм несколько сложнее предыдущего. Суть его состоит в следующем. Из узла, содержащего информацию о журнале (теге 'div', имеющем значение атрибута class, равное «gs_a»), необходимо извлечь само название журнала, которое может быть текстом, помеченным данным тегом, если нет гиперссылки на публикацию, либо может быть текстом гиперссылки (тега 'a' дочернего (child) по отношению к 'div'), либо быть «хвостом» (tail) тега 'a' (текстом находящимся сразу же за </a> – закрывающей последовательностью тега), либо приемлема любая комбинация этих возможностей, и каждая из них должна быть охвачена одной из веток языковой конструкции if … elif … else. Из атрибута href тега 'a' необходимо извлечь и сам адрес ссылки, который может в дальнейшем помочь однозначно идентифицировать журнал.

Пункт 4. «Преодоление защиты Google от поисковых роботов». Google детектирует большое количество запросов к себе с одного и того же IP-адреса в течение небольшого промежутка времени, предлагая разгадать каптчу (CAPTCHA), подтвердив тем самым, что действует человек, а не средство автоматизированной добычи информации. CAPTCHA – это аббревиатура английских слов – «Completely Automatic Public Turing Test to Tell Computers and Humans Apart», в русском компьютерном языке используется русская трансляция английской аббревиатуры. Преодоление этой защиты состоит в попытке распознавания трудночитаемых надписей или в применении более радикальных мер к тому, что защитные механизмы Google считают средством автоматизированного сбора информации. В данном случае уточнить, что такое «большое количество запросов» и «небольшой промежуток времени» не представляется возможным, не зная алгоритмов защиты Google, либо не проведя специального исследования. Можно, почти наверняка, утверждать, что эти величины не являются фиксированными числами, но выяснение более точной информации о характере этих величин (выявление зависимости друг от друга, либо от других факторов) нам никак не поможет. Для преодоления защиты можно было бы попытаться научить робота разгадывать каптчу с той или иной степенью надёжности, но вероятно существование второго слоя защиты, который преодолеть было бы значительно труднее. Поэтому было принято решение пойти другим путём, устранив сами факторы которые позволяют защитным механизмам Google предположить, что он имеет дело с автоматизированным средством сбора информации.

Теперь перечислим методы устранения «вредных» факторов:

1) отправка запросов к Google Scholar с использованием различных IP-адресов, количество которых должно быть как можно больше. Смена IP-адресов в случайном порядке, по достижении некоторого предельного количества запросов с одного IP. Это самый важный и сложно реализуемый метод;

2) отправка запросов с одного и того же IP-адреса через случайные промежутки времени, выбираемые из некоторого диапазона длительности, ограниченного снизу не слишком маленькой величиной (порядка одной минуты). Иными словами, осуществляется примитивная имитация деятельности человека;

3) случайный выбор User-Agent – скраппера из некоторого списка User-Agent'ов, когда скраппер в случайном порядке «представляется» для Google Scholar в качестве различных версий браузеров Mozilla Firefox, Google Chrome, Internet Explorer и др.

Второй и третий методы реализуются достаточно просто: применяется функция random (или её вариаций) к соответствующим сущностям – длительности промежутка времени,через который отправлялись запросы, и номеру в списке User-Agent'ов.

Первый метод был реализован получением списка анонимных свободных HTTP и HTTPS прокси (proxy) с одного из Интернет-ресурсов, предоставляющих такие списки (hidemyass.com), и сменой прокси из списка по различным критериям. С данного прокси отправлялось несколько запросов подряд. Если при задержке с ответом на запрос возникала ошибка, либо исключение (Exeption), или на очередной запрос с данного прокси Google выдавал страницу с каптчей, то прокси удалялся из списка. Прокси был использован больше максимального числа раз (число выбиралось случайным образом из диапазона значений задаваемых пользователем) в течение некоторого промежутка времени, выбираемого случайным образом из диапазона длительностей временных промежутков.

Сложным в реализации оказался момент получения списка свободных прокси. Html, который выдаёт hidemyass.com, построен таким образом, чтобы человек воспринимал на экране компьютера IP-адрес в соответствующей ячейке таблицы списка как группу цифр, разделённых точками, как и положено IP-адресу. «Внутри» же html-документа в этой ячейке содержится смесь «мусорных» html-тегов и символов, окружающих «значимые» символы (цифры и точки), составляющие IP-адрес. Причём среди «мусорных» символов, в свою очередь, могли быть и точки. Потребовалось выявить закономерности, которым подчинялись «мусорные» теги и символы, и написать небольшую подпрограмму, ответственную за фильтрацию «не мусорных» символов. В результате задача преодоления защиты от роботов была решена полностью.

Пункт 5. «Идентификация и сопоставление названий журналов». Это наиболее сложный и громоздкий пункт. Ввиду громоздкости будут упомянуты только основные моменты реализации. Прежде всего, в списке журналов SCIMAGO к каждой записи списка (журнала) было добавлено название журнала, приведённое к единому регистру символов, используя только заглавные буквы, с исключёнными символами препинания (если таковые были) и составленная из названия аббревиатура. Так же были заменены все символы амперсанда (если таковые встречались) на «and». В описание журнала включалось «нормализованное» (приведённое к единому регистру с исключёнными знаками препинания и амперсандом, заменённым на and) название, разбитое на слова. В процессе получения названий (или их фрагментов) из поисковой выдачи Google Scholar в полученных фрагментах удалялись лишние пробелы, символы «-» в начале и конце, знаки препинания, косые черты, скобки. Далее, если фрагментов было несколько, то они «склеивались» и «нормализовались», а полученные строки разбивались на слова. Из поисковой выдачи извлекался Url (интернет-адрес) журнала, если он там был. Далее, название журнала, полученное из поисковой выдачи, сопоставлялось со всеми названиями журналов из списка SCIMAGO – нормализованное с нормализованным, если совпадения не было, то аббревиатура с аббревиатурой, – затем пословное с пословным. В последнем случае каждое слово из названия поисковой выдачи сопоставлялось со словами из представления названия в виде пословного списка SCIMAGO. Если для каждого слова было отмечено совпадение со словом из названия списка SCIMAGO и количество слов в обоих случаях совпадало, то названия считались совпавшими (в случае, если порядок слов в выдаче Google Scholar и в списке SCIMAGO различался). Если не было отмечено совпадений при применении всех трёх способов сопоставления, но у журнала был Url, то поэтому Url «вытягивался» расположенный там html-документ, и в нём проводился поиск (как в единой строке) нормализованного названия.

Если было отмечено только одно совпадение названия из выдачи Google Scholar при переборе всех названий из списка SCIMAGO, то журнал признавался однозначно идентифицированным, и Url (если он был) заносился в описание журнала в списке журналов. В дальнейшем при получении очередного названия из поисковой выдачи извлекался Url (если он был) и сопоставлялся со всеми Url, уже занесёнными в список журналов. Если было совпадение, то журнал считался опознанным однозначно. Высокоимпактные журналы идентифицировались с большей гарантией, ввиду более частого наличия у них Url адресов (собственных сайтов) и хорошо структурированных метаданных. Однозначно идентифицировать названия журналов удалось примерно для 35% цитирующих статей. Более изощрённые методы (введение «лингвистических» расстояний, различные статистические методы, более тонкая работа с сайтами журналов) не применялись ввиду того, что они изначально вероятностны, либо слишком сложны в реализации. Отметим, что доступ к платным наукометрическим базам данных делает пункты 4 и 5 (наиболее сложные в реализации) попросту не нужными.

Работа алгоритмов и программы были апробированы на основе Google Scholar-профилей двух наиболее цитируемых физиков НИУ “БелГУ” Рустама Кайбышева (Rustam Kaibyshev) и Андрея Белякова (Andrey Belyakov) (табл. 1). Автоматизированный сбор исходных данных по профилям с целью дальнейших вычислений по формулам (4-9) с помощью Google Scholar и SCIMAGO был осуществлен в августе 2013г. Так, для профиля Рустама Кайбышева количество публикаций, определяемых поисковой машиной Google Scholar, равняется 69, а количество их цитирований – 621. $IF_i$, $IF_{ij}$ в формулах (4-9) были взяты с платформы SCIMAGO, как IF=Cites/Doc (2 years), что показано в табл. 1.

*Таблица 1*

**Вычисление IF –scoring rule (авторской метрики цитирования) для двух наиболее цитируемых ученых НИУ “БелГУ”, август, 2013**

| **Авторы** | **Формула номер / $\delta$** | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **7** | | | | **8** | | | | **9** | | | |
| | **0** | **0,01** | **0,1** | **1,0** | **0** | **0,01** | **0,1** | **1,0** | **0** | **0,01** | **0,1** | **1,0** |
| Rustam Kaibyshev<br>Cited articles: 69;<br>Citing articles from identified journals: 621. | 4014,9 | 4027,1 | 4137,3 | 5238,7 | 232,9 | 233,6 | 239,5 | 286,8 | 1389,9 | 1469,0 | 1639,9 | 2180,3 |
| Andrey Belyakov<br>Cited articles: 40;<br>Citing articles from identified journals: 292. | 1640,3 | 1646,5 | 1702,0 | 2257,0 | 173,2 | 173,6 | 177,5 | 210,6 | 592,6 | 630,2 | 711,5 | 968,7 |

В табл.1 расчеты по формуле (7) при δ=0 соответствуют расчетам по формуле (4); расчеты по формуле (8) при δ=0 – расчетам по формуле (5); расчеты по формуле (9) при δ=0 – расчетам по формуле (6). В табл.2 приведены значения $\Delta U(\delta)=\left(\frac{U_{(\delta=1)}-U_{(\delta=0)}}{U_{(\delta=0)}}\right)\times 100\%$, рассчитанные на основе табл. 1.

Из табл. 2 видим, что расчеты, проделанные по формуле (8), являются менее чувствительными к изменению параметра δ, причем эта формула дает на порядок меньшие абсолютные значения функции $U$ по сравнению с расчетами по формулам (7) и (9). Отсюда следует, что для дальнейших расчетов следует рекомендовать формулу (5) как частный случай формулы (8).

*Таблица 2*

**Значения ΔU(δ), рассчитанные на основе таблицы 1, %**

| | Номер формулы | | |
|---|---|---|---|
| Author’s Name | 7 | 8 | 9 |
| Rustam Kaibyshev | 30,5 | 23,1 | 56,9 |
| Andrey Belyakov | 37,6 | 21,6 | 63,5 |

Итак, на основе scoring rule-подхода разработана метрика цитирования (citation metrics), учитывающая не только количество опубликованных статей автора и их цитирование, но и импакт-факторы журналов, в которых эти статьи были опубликованы, а также импакт-факторы журналов, в которых были опубликованы статьи, цитирующие статьи автора.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В основе механизмов повышения публикационной активности лежат различные метрики цитирования – авторские, журнальные и другие. На волне жесткой критики хирше-подобных метрик возникло новое поколение метрик цитирования, учитывающих весь спектр публикаций автора и их цитирований. Для таких метрик T. Marchant в 2009 г. ввел понятие scoring rules. По сути, это некие суммирующие правила по подсчету всех статей автора и их цитирований. Помимо подсчета этих показателей нам удалось ввести в такую метрику импакт-факторы журналов, входящих в сеть цитирования автора, т. е. журналы с его публикациями и журналы, из которых идут ссылки на эти публикации.

Мы назвали такой класс метрик как IF-scoring rules от аббревиатуры термина «impact factor». Нами описана математическая модель этого класса метрик, а также особенности компьютерного алгоритма их расчетов, опирающегося на технологии Data Mining и Machine Learning.

Для расчета такой метрики было предложено шесть вариантов формул. Для автоматизированного расчета по этим формулам разработаны специальные алгоритмы и программа на языке Python, идентифицирующая названия Scopus-журналов и определяющая их импакт-факторы. Алгоритмы и программа были апробированы на Google Scholar-профилях двух наиболее цитируемых ученых (физиков) НИУ “БелГУ”.

Результаты расчетов позволили выбрать наиболее приемлемую для дальнейшего использования формулу с точки зрения чувствительности этих формул к изменению предложенного нами неопределенного параметра. Кроме того, выбранная формула давала на порядок меньшие значения расчетных показателей. Расчеты показали, что исходные типы формул, различающиеся между собой разными видами агрегирования числа публикаций, их цитирований и значений импакт-фактора журналов, не требуют предварительной их нормировки, так как результаты расчетов варьировали в разумных пределах.

Как и любая другая метрика цитирования, IF-scoring rule может быть задействована в механизме повышения публикационной активности, но, в отличие от всех хирше-подобных метрик, она не подвержена манипулированию так же, как и более простые scoring rule.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. Hirsch J. E. An index to quantify an individual's scientific research output // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2005. – Vol.102, № 46. – P. 16569–16572.
2. Waltman L., van Eck N.J. The inconsistency of the h-index // Journal of the American Society for Information Science and Technology. – 2012. – Vol. 63, № 2. – P. 406–415.
3. Bornmann L., Mutz R., Daniel H.-D. A multilevel meta-analysis of studies reporting correlations between the h index and 37 different h index variants // Journal of Informetrics. – 2011. – Vol. 5, № 3. – P. 346-359.
4. Marchant T. Score-based bibliometric rankings of authors // Journal of the American Society for Information Science and Technology. – 2011. – Vol.60, № 6. – P. 1132-1137.
5. Lundberg J. Lifting the crown—citation z-score // Journal of Informetrics. – 2007. – Vol. 1, № 2. – P. 145-154.
6. Levene M., Fenner T., Bar-Ilan J. A bibliometric index based on the complete list of cited publications // Cybermetrics. – 2012. – Vol.16, №1.
7. Fava G. A., Ottolini F. Impact factors versus actual citation // Psychotherapy and Psychosomatics. – 2000. – Vol.69. – P. 285 -286.
8. Moskovkin V.M., Golikov N.A. The new generation of citation metrics. Construction of IF-Scoring rules // In the proceedings of the 10-12 October 2013, Moscow International conference. – 2013. – P.92-93.


*Материал поступил в редакцию 06.05.15.*

**Сведения об авторах**

**МОСКОВКИН Владимир Михайлович** – доктор географических наук, директор Центра наукометрических исследований и развития университетской конкурентоспособности, профессор кафедры мировой экономики НИУ “БелГУ”, г. Белгород
e-mail: moskovkin@bsu.edu.ru

**ГОЛИКОВ Николай Александрович** – независимый разработчик, г. Харьков
e-mail: kolia_forme@mail.ru

**СЕРКИНА Олеся Викторовна** – кандидат педагогических наук, аналитик Центра наукометрических исследований и развития университетской конкурентоспособности, НИУ “БелГУ”, г. Белгород
e-mail: serkina@bsu.edu.ru

# *ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!*

С 2000 года ВИНИТИ РАН вошел в состав Управляющего совета Консорциума Универсальной десятичной классификации (УДК). Институт в качестве единственного в России владельца лицензии на распространение печатных и электронных (на CD-ROM) изданий УДК на русском языке возобновил полное издание таблиц УДК.

ВИНИТИ РАН предлагает издания:

***1. Таблицы УДК***

**УДК. Том I** Общая методика применения УДК. Вспомогательные таблицы. Основные таблицы. Общий отдел. Алфавитно-предметный указатель к Общему отделу (только электронное издание)

**УДК. Том II** **1/3** Философия. Психология. Религия. Богословие. Общественные науки (только электронное издание)

**УДК. Том III** **5/54** Математика. Естественные науки (только электронное издание)

**УДК. Том IV** **55/59** Геологические и биологические науки

**УДК. Том V** **6/61** Медицинские науки (только электронное издание)

**УДК. Том VI (часть 1) 6/621** Прикладные науки. Технология. Инженерное дело (только электронное издание)

**УДК. Том VI (часть 2) 622/629** Техника. Инженерное дело (только электронное издание)

**УДК. Алфавитно-предметный указатель к т. VI (1 и 2 части)** (только электронное издание)

**УДК. Том VII** **63/65** Сельское хозяйство. Домоводство. Управление предприятием

**УДК. Том VIII** **66** Химическая технология. Химическая промышленность. Пищевая промышленность. Металлургия. Родственные отрасли

**УДК. Том IX** **67/69** Различные отрасли промышленности и ремесел. Строительство

**УДК. Том X** **7/9** Искусство. Спорт. Филология. География. История.

**УДК. Изменения и дополнения. Выпуск 2** (к т.т. 1-3) (только электронное издание)

**УДК. Изменения и дополнения. Выпуск 3** (к т.т. 1-6) (только электронное издание)

**УДК. Изменения и дополнения. Выпуск 4** (к т.т. 1-7)

**УДК. Изменения и дополнения. Выпуск 5** (к т.т. 1-10)

***2. Государственный рубрикатор научной и технической информации (ГРНТИ) в 2-х томах, издание шестое, 2007.***

**Для подписки необходимо направить заявку для оформления счета по адресу:**

*125190, Россия, Москва, ул. Усиевича, 20, НМО ВИНИТИ*

**Телефон:** 8-499-155-42-52

**Факс:** 8-499-943-00-60 (для НМО)

**E-mail:** typo@viniti.ru

# УВАЖАЕМЫЕ КОЛЛЕГИ!

## ВИНИТИ РАН предлагает Вашему вниманию Реферативный Журнал в электронной форме

РЖ в электронной форме (ЭлРЖ) выпускается по всем разделам естественных, технических и точных наук.

Каждый номер ЭлРЖ является полным аналогом печатного номера РЖ по составу описаний документов, их оформлению и расположению. Он сопровождается оглавлением, указателями.

ЭлРЖ представляет собой информационную систему, снабженную поисковым аппаратом и позволяющую пользователю на персональном компьютере:

- читать номер РЖ, последовательно листая рефераты;
- просматривать рефераты отдельных разделов по оглавлению;
- обращаться к рефератам по указателям авторов, источников, ключевых слов;
- проводить поиск документов по словам и словосочетаниям;
- выводить текст описаний документов во внешний файл.

ЭлРЖ в версии Windows Вы можете получить за текущий год с любого номера, а также за предыдущие годы.

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки**
**ВСЕРОССИЙСКИЙ ИНСТИТУТ НАУЧНОЙ И ТЕХНИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**

**предлагает научным работникам, аспирантам и другим специалистам в области естественных, точных и технических наук, желающим быстро и эффективно опубликовать результаты своей научной и научно-производственной деятельности, использовать способ публикации своих работ через** *систему депонирования.*

**«Депонирование (передача на хранение) –** особый метод публикации научных работ (отдельных статей, обзоров, монографий, сборников научных трудов, материалов научных конференций, симпозиумов, съездов, семинаров) узкоспециального профиля, разрешенных в установленном порядке к открытому опубликованию, широкое тиражирование которых, как правило, в силу их узкой специализации, не считается целесообразным, а также работ широкого профиля, срочная информация о которых необходима для утверждения их приоритета. Депонирование предусматривает прием, учет, регистрацию, хранение научных работ и обязательное размещение информации о них в специальных информационных изданиях».

Подготовка и передача на депонирование научных работ происходит в соответствии с «Инструкцией о порядке депонирования научных работ по естественным, техническим, социальным и гуманитарным наукам» (М., 2013).

Депонированные научные работы находятся на хранении в депозитарии ВИНИТИ РАН, копии работ предоставляются заинтересованным организациям и специалистам на бумажном и электронном носителях и являются официальной публикацией.

Информация о депонированных научных работах включается в информационные издания ВИНИТИ РАН, в РЖ ВИНИТИ РАН и БД ВИНИТИ РАН и аннотированный библиографический указатель «Депонированные научные работы».

Подать научную работу на депонирование можно, обратившись в Отдел депонирования ВИНИТИ РАН по адресу:

**125190, Москва, ул. Усиевича, 20.**
**ВИНИТИ РАН, Отдел депонирования научных работ.**
**Тел.: 8 (499) 155-43-28, Факс: 8 (499) 943-00-60.**
**e-mail: dep@viniti.ru**

С инструкцией о порядке депонирования можно ознакомиться на сайте ВИНИТИ РАН: **http://www.viniti.ru**