Отметим в заключение, что примером реализации принципов формальной эпистемологии и интеллектуального анализа данных является ДСМ-метод автоматического порождения гипотез в интеллектуальных системах, осуществляющих анализ данных в базах фактов и прогнозирование изучаемых эффектов [11, 12]. Интеллектуальные системы типа ДСМ используются также для создания интеллектуальных роботов. Примерами же полезной реализации knowledge discovery являются интеллектуальные системы типа ДСМ для наук о жизни и социологии [13, 14].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Финн В. К. Предисловие к книге М. Н. Бежанишвили "Логики модальностей знания и мнения" // В кн.: М. Н. Бежанишвили "Логики модальностей знания и мнения", М.: УРСС, 2006.

2. da Costa N. C. A. On the theory of inconsistent formal systems // Notre Dame Journal of Formal Logic.— 1974.— Vol. XV, № 7.— P. 497–510.

3. Розоноэр Л. И. О выявлении противоречий в формальных теориях // I: Автоматика и телемеханика.— 1983.— № 6.— С. 113–124; II: там же.— 1983.— № 7.— С. 97–104.

4. Финн В. К., Аншаков О. М., Григолия Р., Забежайло М. И. Многозначные логики как фрагменты формализованной семантики // Семиотика и информатика. Вып. 15.— М.: Наука, 1980.— С. 27–60.

5. Anshakov O. M., Finn V. K., Skvortsov D. P. On Logical Means of the JSM-method of automatic hypotheses generation // 10^{th} IEEE International Symposium on Intelligent Control 1995, Monterey (California), 1995.— P. 86–88.

6. Anshakov O. M., Finn V. K., Vinogradov D. W. Logical Means for Plausible Reasoning of JSM-Type // Reports of International Conference "Trends in Logic III", Warsaw-Ruciane (September 23–25), 2005.

7. Anshakov O. M., Finn V. K., Skvortsov D. P. On Axiomatization of Many-Valued Logics Associated with Formalization of Plausible Reasoning // Studia Logica.— 1989.— Vol. XLVIII. № 4.— P. 423–448.

8. Josephson J. R., Josephson S. G. Eds. Abductive Inference: Computation, Philosophy, Technology // Cambridge University Press, 1994.

9. Объедков С. А. Алгоритмы и методы теории решеток и их применение в машинном обучении: Автореферат дис. ... канд. техн. наук.— М., 2003.

10. Эволюционная эпистемология и логика социальных наук.— М.: Эдиториал УРСС, 2000.

11. Финн В. К. Синтез познавательных процедур и проблема индукции // НТИ. Сер. 2.— 1999.— № 1–2.— С. 8–45.

12. Финн В. К. Об интеллектуальном анализе данных // Новости искусственного интеллекта. М., 2004.— № 3.— С. 2–18.

13. Финн В. К., Блинова В. Г., Панкратова Е. С., Фабрикантова Е. Ф. Интеллектуальные системы для анализа медицинских данных, ч. 1 // Врач и информационные технологии.— 2006.— № 5.— С. 62–70.

14. Михеенкова М. А., Финн В. К. Логические средства формализации закрытых опросов и проблемы распознавания рациональности мнений // Материалы I Всероссийской науч. конф. "Сорокинские чтения-2004", 7–8 декабря 2004, Москва. Вып. 7. Математическое моделирование социальных процессов.— М.: МАКС Пресс, 2005.— С. 127–135.

Материал поступил в редакцию 15.09.06.

УДК 001.8:81'37

Д. В. Виноградов

Метод семантических таблиц для логики аргументации

Предложенный в предыдущей работе автора [1] вариант логики аргументации расширяется дополнительными связками $\oplus$ и $\otimes$. Для расширенного языка развивается метод семантических таблиц. Он является расширением метода аналитических таблиц, предложенного М. Фиттингом [2]. С помощью этого формализма можно охарактеризовать тавтологии расширенной логики аргументации.

1. ВВЕДЕНИЕ

Следуя работе Н. Белнапа [3], М. Фиттинг расширил простейшую квазибулеву алгебру DM4 $= \langle\{t, \top, \bot, f\}; \vee, \wedge, \neg, f, t\rangle$, дополнительными связками $\oplus$ и $\otimes$:

$\vee$	t	$\top$	$\bot$	f
t	t	t	t	t
$\top$	t	$\top$	t	$\top$
$\bot$	t	t	$\bot$	$\bot$
f	t	$\top$	$\bot$	f

$\wedge$	t	$\top$	$\bot$	f
t	t	$\top$	$\bot$	f
$\top$	$\top$	$\top$	f	f
$\bot$	$\bot$	f	$\bot$	f
f	f	f	f	f

	$\neg$
t	f
$\top$	$\top$
$\bot$	$\bot$
f	t

$\otimes$	t	$\top$	$\bot$	f
t	t	t	$\bot$	$\bot$
$\top$	t	$\top$	$\bot$	f
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
f	$\bot$	f	$\bot$	f

$\oplus$	t	$\top$	$\bot$	f
t	t	$\top$	t	$\top$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\bot$	t	$\top$	$\bot$	f
f	$\top$	$\top$	f	f

Пропозициональная логика аргументации [1] использует пару функций "аргументации" g^+ : Props $\to$ Power(A) и g^- : Props $\to$ Power(A), заданных на множестве всех пропозиционных формул, на которые накладываются дополнительные ограничения:

$g^+(\varphi \wedge \psi) = g^+(\varphi) \cap g^+(\psi)$ и $g^-(\varphi \wedge \psi) = g^-(\varphi) \cup g^-(\psi)$;

$g^+(\varphi \vee \psi) = g^+(\varphi) \cup g^+(\psi)$ и $g^-(\varphi \vee \psi) = g^-(\varphi) \cap g^-(\psi)$;

$g^+(\neg\varphi) = g^-(\varphi)$ и $g^-(\neg\varphi) = g^+(\varphi)$.

Для расширенного (связками $\oplus$ и $\otimes$) языка наложим дополнительные условия:

$g^+(\varphi \otimes \psi) = g^+(\varphi) \cap g^+(\psi)$ и $g^-(\varphi \otimes \psi) = g^-(\varphi) \cap g^-(\psi)$;

$g^+(\varphi \oplus \psi) = g^+(\varphi) \cup g^+(\psi)$ и $g^-(\varphi \oplus \psi) = g^-(\varphi) \cup g^-(\psi)$.

Теперь, используя только функции g^+ и g^-, можно вычислить оценку произвольной формулы по правилу:

$v[\varphi] = t$ тогда и только тогда, когда $g^+(\varphi) \neq \emptyset$ и $g^-(\varphi) = \emptyset$;

$v[\varphi] = f$ тогда и только тогда, когда $g^+(\varphi) = \emptyset$ и $g^-(\varphi) \neq \emptyset$;

$v[\varphi] = \top$ тогда и только тогда, когда $g^+(\varphi) \neq \emptyset$ и $g^-(\varphi) = \emptyset$;

$v[\varphi] = \bot$ тогда и только тогда, когда $g^+(\varphi) = \emptyset$ и $g^-(\varphi) = \emptyset$.

Единственным выделенным значением будет t.

Можно заменить две функции g^+ и g^- одной g : Props $\to$ $(DM4)^A$, где для каждого аргумента $a \in A$:

$g(a) = \top$ тогда и только тогда, когда $a \in g^+$ и $a \in g^-$;

$g(a) = t$ тогда и только тогда, когда $a \in g^+$ и $a \notin g^-$;

$g(a) = f$ тогда и только тогда, когда $a \notin g^+$ и $a \in g^-$;

$g(a) = \bot$ тогда и только тогда, когда $a \notin g^+$ и $a \notin g^-$.

Тогда g : Props $\to$ $(DM4)^A$ удовлетворяет условиям:

$g(\varphi \wedge \psi) = g(\varphi) \wedge g(\psi)$,
$g(\varphi \vee \psi) = g(\varphi) \vee g(\psi)$,
$g(\varphi \otimes \psi) = g(\varphi) \otimes g(\psi)$,
$g(\varphi \oplus \psi) = g(\varphi) \oplus g(\psi)$,
$g(\neg\varphi) = \neg g(\varphi)$,

где операции $\vee$, $\wedge$, $\oplus$, $\otimes$, $\neg$ в $(DM4)^A$ вычисляются покомпонентно.

Легко проверить, что истинностная оценка $v[\varphi]$ произвольной формулы φ равна $\oplus\{g(\varphi)(a) : a \in A\}$.

Две пропозициональные формулы (в языке $\vee$, $\wedge$, $\oplus$, $\otimes$, $\neg$) называются DM4-эквивалентными, если при любой оценке переменных g : Vars $\to$ DM4 они принимают одинаковое значение, где значение сложной формулы $g[\varphi]$ вычисляется по правилам выписанным выше.

Две пропозициональные формулы (в языке $\vee$, $\wedge$, $\oplus$, $\otimes$, $\neg$) называются аргументно-эквивалентными, если при любых функциях аргументации g^+ : Props $\to$ Power(A) и g^- : *Props* $\to$ *Power*(*A*) они принимают одинаковое значение оценки v, порожденное по этим функциям аргументации.

Теорема 1. Две формулы аргументно-эквивалентны тогда и только тогда, когда они DM4-эквивалентны.

Доказательство аналогично последней части доказательства теоремы 1 из [1].

2. СЕМАНТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ЛОГИКИ БЕЛНАПА

Хотя в логике аргументации [1] выделенным значением будет только t, рассмотрим, следуя М. Фитингу [2], множество $\{t, \top\}$ выделенных истинностных значений в логике Белнапа DM4. Множество формул Δ называется DM4-следствием множества формул Γ, если для всякой такой истинностной оценки g : Vars $\to$ DM4, что для всех $\varphi \in \Gamma$ верно $g[\varphi] \in \{t, \top\}$, найдется такая $\psi \in \Delta$, что $g[\psi] \in \{t, \top\}$. Обозначается это через $\Gamma \models_4 \Delta$.

Используем обозначения из статьи [2]: утверждение $g[\varphi] \in \{t, \top\}$ обозначим через $T\varphi$, а через $F\varphi$ обозначим утверждение $g[\varphi] \in \{f, \top\}$. Заметим, что $F\varphi$ эквивалента $T\neg\varphi$. Дополнительно рассмотрим маркированные формулы $\neg T\varphi$ и $\neg F\varphi$ для обозначения утверждений $g[\varphi] \notin \{t, \top\}$ и $g[\varphi] \notin \{f, \top\}$, соответственно.

Множество Σ маркированных формул называется множеством Хинтикки, если оно удовлетворяет условиям:

$(\neg T)$	Если $\neg T\varphi \in \Sigma$,	то $T\varphi \notin \Sigma$.
$(\neg F)$	Если $\neg F\varphi \in \Sigma$,	то $F\varphi \notin \Sigma$.
$(T\wedge)$	Если $T(\varphi \wedge \psi) \in \Sigma$,	то $T\varphi \in \Sigma$ и $T\psi \in \Sigma$.
$(\neg T\wedge)$	Если $\neg T(\varphi \wedge \psi) \in \Sigma$,	то $\neg T\varphi \in \Sigma$ или $\neg T\psi \in \Sigma$.
$(F\wedge)$	Если $F(\varphi \wedge \psi) \in \Sigma$,	то $F\varphi \in \Sigma$ или $F\psi \in \Sigma$.
$(\neg F\wedge)$	Если $\neg F(\varphi \wedge \psi) \in \Sigma$,	то $\neg F\varphi \in \Sigma$ и $\neg F\psi \in \Sigma$.
$(T\vee)$	Если $T(\varphi \vee \psi) \in \Sigma$,	то $T\varphi \in \Sigma$ или $T\psi \in \Sigma$.
$(\neg T\vee)$	Если $\neg T(\varphi \vee \psi) \in \Sigma$,	то $\neg T\varphi \in \Sigma$ и $\neg T\psi \in \Sigma$.
$(F\vee)$	Если $F(\varphi \vee \psi) \in \Sigma$,	то $F\varphi \in \Sigma$ и $F\psi \in \Sigma$.
$(\neg F\vee)$	Если $\neg F(\varphi \vee \psi) \in \Sigma$,	то $\neg F\varphi \in \Sigma$ или $\neg F\psi \in \Sigma$.
$(T\otimes)$	Если $T(\varphi \otimes \psi) \in \Sigma$,	то $T\varphi \in \Sigma$ и $T\psi \in \Sigma$.
$(\neg T\otimes)$	Если $\neg T(\varphi \otimes \psi) \in \Sigma$,	то $\neg T\varphi \in \Sigma$ или $\neg T\psi \in \Sigma$.
$(F\otimes)$	Если $F(\varphi \otimes \psi) \in \Sigma$,	то $F\varphi \in \Sigma$ и $F\psi \in \Sigma$.
$(\neg F\otimes)$	Если $\neg F(\varphi \otimes \psi) \in \Sigma$,	то $\neg F\varphi \in \Sigma$ или $\neg F\psi \in \Sigma$.
$(T\oplus)$	Если $T(\varphi \oplus \psi) \in \Sigma$,	то $T\varphi \in \Sigma$ или $T\psi \in \Sigma$.
$(\neg T\oplus)$	Если $\neg T(\varphi \oplus \psi) \in \Sigma$,	то $\neg T\varphi \in \Sigma$ и $\neg T\psi \in \Sigma$.
$(F\oplus)$	Если $F(\varphi \oplus \psi) \in \Sigma$,	то $F\varphi \in \Sigma$ или $F\psi \in \Sigma$.
$(\neg F\oplus)$	Если $\neg F(\varphi \oplus \psi) \in \Sigma$,	то $\neg F\varphi \in \Sigma$ и $\neg F\psi \in \Sigma$.
$(T\neg)$	Если $T(\neg\varphi) \in \Sigma$,	то $F\varphi \in \Sigma$.
$(\neg T\neg)$	Если $\neg T(\neg\varphi) \in \Sigma$,	то $\neg F\varphi \in \Sigma$.
$(F\neg)$	Если $F(\neg\varphi) \in \Sigma$,	то $T\varphi \in \Sigma$.
$(\neg F\neg)$	Если $\neg F(\neg\varphi) \in \Sigma$,	то $\neg T\varphi \in \Sigma$.

Лемма 1. Для множества Хинтикки Σ найдется такая оценка g : Vars $\to$ DM4, что

(i) **для всех $T\varphi \in \Sigma$ верно** $g[\varphi] \in \{t, \top\}$;
(ii) **для всех $\neg T\varphi \in \Sigma$ верно** $g[\varphi] \notin \{t, \top\}$;
(iii) **для всех $F\varphi \in \Sigma$ верно** $g[\varphi] \in \{f, \top\}$;
(iv) **для всех $\neg F\varphi \in \Sigma$ верно** $g[\varphi] \notin \{f, \top\}$.

Доказательство. Зададим оценку g для каждой переменной p правилом:

$g(p) = \top$, если и только если $Tp \in \Sigma$ и $Fp \in \Sigma$,
$g(p) = t$, если и только если $Tp \in \Sigma$ и $Fp \notin \Sigma$,
$g(p) = f$, если и только если $Tp \notin \Sigma$ и $Fp \in \Sigma$,
$g(p) = \bot$, если и только если $Tp \notin \Sigma$ и $Fp \notin \Sigma$.

С помощью индукции легко проверить требуемые свойства.

Лемма 2. Для множества маркированных формул Ω и такой оценки g : Vars $\to$ DM4, что

(i) **для всех** $T\varphi \in \Omega$ **верно** $g[\varphi] \in \{t, \top\}$;

(ii) **для всех** $\neg T\varphi \in \Omega$ **верно** $g[\varphi] \notin \{t, \top\}$;

(iii) **для всех** $F\varphi \in \Omega$ **верно** $g[\varphi] \in \{f, \top\}$;

(iv) **для всех** $\neg F\varphi \in \Omega$ **верно** $g[\varphi] \notin \{f, \top\}$,

найдется множество Хинтикки Σ, содержащее Ω.

Доказательство. Искомое множество Σ образуют маркированные подформулы формул из Ω, отобранные по правилу:

$T\varphi$, если $g[\varphi] \in \{t, \top\}$,
$\neg T\varphi$, если $g[\varphi] \notin \{t, \top\}$,
$F\varphi$, если $g[\varphi] \in \{f, \top\}$,
$\neg F\varphi$, если $g[\varphi] \notin \{f, \top\}$.

Легко проверить, что Σ является искомым множеством Хинтикки.

Теорема 2. $\Gamma \models_1 \Delta$, **если и только если множество** $\{T\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg T\psi : \psi \in \Delta\}$ **не содержится ни в каком множестве Хинтикки.**

Доказательство. Если $\{T\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg T\psi : \psi \in \Delta\} \subseteq \Sigma$, то по Лемме 1 найдется оценка g : Vars $\to$ DM4, для которой для всех $\varphi \in \Gamma$ верно $g[\varphi] \in \{t, \top\}$ и для всех $\psi \in \Delta$ верно $g[\psi] \notin \{t, \top\}$. Следовательно, $\Gamma \models_4 \Delta$ не имеет места. Наоборот, если неверно, что $\Gamma \models_1 \Delta$, то найдется такая оценка g, что всех $\varphi \in \Gamma$ верно $g[\varphi] \in \{t, \top\}$ и для всех $\psi \in \Delta$ верно $g[\psi] \notin \{t, \top\}$. Применим к $\Omega = \{T\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg T\psi : \psi \in \Delta\}$ Лемму 2. Тогда $\{T\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg T\psi : \psi \in \Delta\}$ содержится во множестве Хинтикки.

Для систематического перечисления всех множеств Хинтикки, содержащих данное множество маркированных формул Ω используются семантические таблицы [4]. Ветвь семантической таблицы называется запертой, если она содержит одновременно формулу и ее отрицание ($T\varphi$ и $\neg T\varphi$ или $F\varphi$ и $\neg F\varphi$).

Дерево называется конечным, если оно имеет конечное множество вершин.

Теорема 3. Если $\Gamma \models_1 \Delta$, **то** $\Gamma^* \models_4 \Delta^*$ **для некоторых конечных подмножеств** $\Gamma^* \subseteq \Gamma$ **и** $\Delta^* \subseteq \Delta$.

Доказательство. По Теореме 2 $\{T\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg T\psi : \psi \in \Delta\}$ не содержится ни в каком множестве Хинтикки. По любой незапертая максимальная ветвь в семантической таблице для $\{T\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg T\psi : \psi \in \Delta\}$ образует такое множество Хинтикки. Значит, все ветви заперты, и, следовательно, конечны. По лемме Кенига [4] семантическая таблица будет конечным деревом, которому соответствуют конечные подмножества формул $\Gamma^* \subseteq \Gamma$ и $\Delta^* \subseteq \Delta$. Для $\{T\varphi : \varphi \in \Gamma^*\} \cup \{\neg T\psi : \psi \in \Delta^*\}$ осталось применить Теорему 2.

Формула ψ называется $\{t\}$-следствием множества формул Γ, если для всякой такой истинностной оценки g : Vars $\to$ DM4, что для всех $\varphi \in \Gamma$ верно $g[\varphi] = t$, верно и $g[\psi] = t$. Обозначается это через $\Gamma \models_t \psi$.

Теорема 4. $\Gamma| =_t \psi$, **если и только если ни одно из множеств** $\{T\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg F\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg T\psi\}$ **и** $\{T\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg F\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{F\psi\}$ **не содержится ни в каком множестве Хинтикки.**

Доказательство. Заметим, что одновременное наличие формул $T\varphi$ и $\neg F\varphi$ в множестве Хинтикки означает для соответствующей оценки, что $g[\varphi] \in D\backslash\{f, \top\} = \{t\}$, т. е. $g[\varphi] = t$. Аналогично, наличие $\neg T\psi$ или $F\psi$ означает, что $g[\psi] \in \{f, \bot\} \cup \{f, \top\}$, т. е. $g[\psi] \neq t$ Осталось использовать Леммы 1 и 2.

3. ИМПЛИКАЦИИ ЛОГИКИ АРГУМЕНТАЦИИ

Вопрос о тавтологиях для логики аргументации (в языке $\vee$, $\wedge$, $\oplus$, $\otimes$, $\neg$) тривиален, поскольку все связи сохраняют $\top$ и сохраняют $\bot$. Рассмотренные в [1] импликации не годятся для расширения логики аргументации. Однако, следуя работам О. Ариели и А. Аврона [5], можно рассмотреть импликации, заданные таблицами:

$\supset$	t	$\top$	$\bot$	f
t	t	$\top$	$\bot$	f
$\top$	t	$\top$	$\bot$	f
$\bot$	t	t	t	t
f	t	t	t	t

$\to$	t	$\top$	$\bot$	f
t	t	f	$\bot$	f
$\top$	t	$\top$	$\bot$	f
$\bot$	t	$\bot$	t	$\bot$
f	t	t	t	t

Сильная импликация $\to$ выражается через слабую импликацию $\supset$, конъюнкцию $\wedge$ и отрицание $\neg$ по правилу $\varphi \to \psi \overset{\text{def}}{=} (\varphi \supset \psi) \wedge (\neg\psi \supset \neg\varphi)$, поэтому достаточно рассмотреть только язык $\vee$, $\wedge$, $\oplus$, $\otimes$, $\neg$ и $\supset$.

Добавим к условиям на множество Хинтикки следующие условия:

($T \supset$) Если $T(\varphi \supset \psi) \in \Sigma$, то $\neg T\varphi \in \Sigma$ или $T\psi \in \Sigma$
($\neg T \supset$) Если $\neg T(\varphi \supset \psi) \in \Sigma$, то $T\varphi \in \Sigma$ и $\neg T\psi \in \Sigma$.
($F \supset$) Если $F(\varphi \supset \psi) \in \Sigma$, то $T\varphi \in \Sigma$ и $F\psi \in \Sigma$.
($\neg F \supset$) Если $\neg F(\varphi \supset \psi) \in \Sigma$, то $\neg T\varphi \in \Sigma$ или $\neg F\psi \in \Sigma$

Слегка расширяя доказательства, получим

Теорема 5. $\Gamma \models_1 \Delta$, **если и только если множество** $\{T\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg T\psi : \psi \in \Delta\}$ **не содержится ни в каком множестве Хинтикки.**

Теорема 6. Если $\Gamma \models_4 \Delta$, **то** $\Gamma^* \models_1 \Delta^*$ **для некоторых конечных подмножеств** $\Gamma^* \subseteq \Gamma$ **и** $\Delta^* \subseteq \Delta$.

Теорема 7. $\Gamma \models_t \psi$, **если и только если ни одно из множеств** $\{T\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg F\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg T\psi\}$ **и** $\{T\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{\neg F\varphi : \varphi \in \Gamma\} \cup \{F\psi\}$ **не содержится ни в каком множестве Хинтикки.**

Формула ψ называется $\{t\}$-тавтологией, если для всякой истинностной оценки g : Vars $\to$ DM4 верно $g[\psi] = t$. Обозначается это через $\models_t \psi$.

Из теоремы 7 следует, что для проверки того, что ψ является $\{t\}$-тавтологией необходимо и достаточно построить запертые аналитические таблицы для $\{\neg T\psi\}$ и $\{F\psi\}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Используя идеи О. Ариели, А. Аврона и М. Фиттинга, настоящая работа расширяет логику аргументации [1] новыми логическими связками.

Проф. В. К. Финн поддерживал исследования автора по логике аргументации. Автор благодарен ему, О. М. Аншакову, Д. П. Скворцову и С. О. Кузнецову за полезные идеи и обсуждения. Д. П. Скворцов проверил доказательства, однако, ответственность за оставшиеся ошибки несет исключительно автор

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (проект № 05-03-0319а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виноградов Д. В. Еще один вариант логики аргументации // НТИ. Сер. 2.— 2006.— № 5.— С. 1-4.

2. Fitting M. C. Negation as refutation // Proc. Fourth Annual Symp. Logic in Computer Science, IEEE Computer Society Press, 1989.— P. 63-70.

3. Belnap N. D. A useful four-valued logic // Modern Uses of Multiple-Valued Logic / Eds. J. M. Dunn, G. Epstein, D. Reidel, 1977.— P. 8-37.

4. Метакидес Г., Нероуд А. Принципы логики и логического программирования.— М.: Факториал, 1998.

5. Arieli O., Avron A. Reasoning with logical bilattices // J. of Logic, Language and Informantion, 1996.— Vol. 5.— № 1.— P. 25-63.

Материал поступил в редакцию 15.09.06.