

Р. Б. Статников, И. Б. Матусов, О. А. Фролова

Поиск наилучших решений в задачах проектирования

Рассматривается одна из систем поддержки принятия решений в задачах многокритериальной оптимизации и идентификации механических систем. Кратко излагается разработанный авторами метод исследования пространства параметров (PSI метод). Этот метод впервые позволил проектировщикам корректно формулировать инженерную задачу оптимизации. На его основе был разработан метод векторной идентификации параметров математических моделей. Он позволяет определить степень адекватности математической модели натурному эксперименту и давать рекомендации по ее усовершенствованию. Эффективность упомянутых методов демонстрируется на примерах оптимизации параметров картера заднего моста автомобиля и доводки грузового автомобиля.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–5] указано на неэффективность применения традиционных методов оптимизации для решения инженерных задач. Обычно человек ставит задачу, а затем с помощью того или иного метода он ее решает. В инженерных задачах оптимизации такой подход в подавляющем большинстве случаев неприемлем. Главная причина заключается в том, что специалисты не могут корректно поставить задачу и прежде всего корректно определить допустимое множество. Методы оптимизации, сколь хороши бы они ни были, в этом плане не помогают специалистам. Именно поэтому итог решения инженерных задач оптимизации чаще всего не имеет прикладной ценности. Поэтому все наиболее известные программные комплексы, получившие широкое распространение, несовершенны. Для корректного решения подобных задач был создан метод исследования пространства параметров (PSI метод) [1–4]. В настоящей статье методика решения подобных задач рассматривается на примерах многокритериального моделирования картера заднего моста автомобиля грузоподъемностью 2.5 т и доводки грузового автомобиля.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Все задачи проектирования многокритериальны по своей сути. В работах [1–4] описаны особенности рассматриваемого класса задач, постановка и решение их на основе метода исследования пространства параметров. Он наиболее полно позволяет учитывать специфику инженерных задач оптимизации. В его основе лежит корректное определение допустимого множества решений.

PSI-метод достаточно полно освещен в литературе, (см., например, [1,3]). Напомним кратко постановку задачи многокритериальной оптимизации и в связи с этим существо PSI-метода.

Пусть имеется математическая модель объекта, например, конечно-элементная модель, которая за-

висит от r варьируемых параметров $\alpha_1, \dots, \alpha_r$, вектор параметров $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_r)$.

Параметрические ограничения имеют вид $\alpha_j^* \leq \alpha_j \leq \alpha_j^{**}$, $j = \overline{1, r}$. Они выделяют в r -мерном пространстве параметров параллелепипед Π .

Функциональные ограничения можно записать так: $c_l^* \leq f_l(\alpha) \leq c_l^{**}$, $l = \overline{1, t}$. Функциональные зависимости $f_l(\alpha)$ могут быть функционалами от интегральных кривых исследуемых дифференциальных уравнений или просто функциями от α .

Имеются также локальные критерии качества, $\Phi_\nu(\alpha^i)$, $\nu = \overline{1, k}$. Это такие характеристики, которые необходимо минимизировать (максимизировать). Чтобы избежать ситуации, когда с точки зрения специалиста значения отдельных критериев оказываются плохими, необходимо ввести критериальные ограничения $\Phi_\nu(\alpha) \leq \Phi_\nu^{**}$, $\nu = \overline{1, k}$, где Φ_ν^{**} — худшее значение критерия $\Phi_\nu(\alpha)$, на которое может согласиться специалист.

Все ограничения — параметрические, функциональные и критериальные — выделяют допустимое множество D , $D \subseteq \Pi$.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

Сформулируем задачу многокритериальной оптимизации. Требуется найти такое множество Парето P , $P \subseteq \Pi$, для которого $\Phi(P) = \min_{\alpha \in D} \Phi(\alpha)$, где $\Phi(\alpha) = (\Phi_1(\alpha), \dots, \Phi_k(\alpha))$ — вектор критериев. После решения задачи определяется вектор $\alpha^0 \in P$ — наиболее предпочтительный или оптимальный из векторов этого множества.

В задачах с противоречивыми критериями, что имеет место в инженерных задачах оптимизации, специалист не может корректно сформулировать критериальные ограничения Φ_ν^{**} . Это справедливо также и для нежестких функциональных ограничений c_l^* и c_l^{**} . Кроме того, во многих случаях большие трудности для специалиста представляет определение параметрических ограничений α_j^* и α_j^{**} . Иными словами, при традиционном подходе

специалист не может корректно поставить задачу. Из сказанного следует, что основой задачи оптимизации является нахождение допустимого множества D .

PSI-метод основан на зондировании области поиска Π точками равномерно распределенной последовательности [3, 4]. В этих точках (векторах параметров) α^i рассчитываются значения функциональных зависимостей, а также в случае удовлетворения функциональным ограничениям c_i^* и c_i^{**} , — критерии качества $\Phi_\nu(\alpha^i)$, $\nu = \overline{1, k}$, $i = \overline{1, N}$, где N — число испытаний.

Пространство параметров исследуется в три этапа. На первом этапе по каждому критерию составляются таблицы испытаний: значения $\Phi_\nu(\alpha^1), \dots, \Phi_\nu(\alpha^N)$ располагаются в порядке возрастания (в предположении, что все критерии необходимо минимизировать). На втором этапе специалист предварительно выбирает критериальные ограничения Φ_ν^{**} , $\nu = \overline{1, k}$. Эти Φ_ν^{**} — максимальные значения критериев $\Phi_\nu(\alpha)$, при которых гарантируется приемлемый уровень функционирования объекта. На третьем этапе проверяется разрешимость задачи. Определяются те векторы α^i , которые одновременно удовлетворяют всем неравенствам $\Phi_\nu(\alpha^i) \leq \Phi_\nu^{**}$, $\nu = \overline{1, k}$. Если множество таких векторов непусто, то задача построения допустимого множества разрешима. В противном случае следует либо уточнить значения Φ_ν^{**} , либо вернуться к первому этапу и увеличить количество точек, чтобы повторить второй этап с таблицами большего размера. Такая процедура продолжается до тех пор, пока D окажется непустым. После этого, в соответствии с [3], строится и анализируется множество Парето.

Пример. Оптимизация параметров картера заднего моста автомобиля [6]

Цель исследований — снижение массы картера моста, улучшение его прочностных и других характеристик в зависимости от изменения толщины стенок картера.

Общая постановка проблемы. Рассматривалась задача о статическом нагружении картера заднего моста силами, передающимися со стороны задней подвески автомобиля и ведущих колес. Картер моста оперт в местах расположения колес. В процессе исследований определялись эквивалентные напряжения в конструкции, деформации картера и угловые отклонения полуосей относительно оси главной передачи.

Конечно-элементная модель картера показана на рис. 1 а, б. Она состоит из 1456 элементов и 1238 узлов. При моделировании конструкции использовались линейные трех- и четырехузловые оболочечные элементы. В местах утолщений использовались балочные элементы.

Варьировались семь параметров, определяющих толщину (мм) различных частей конструкции: α_1 — стенки картера, α_2 — опоры подшипниковых узлов, α_3 — вертикального ребра жесткости, α_4 и α_5 — горизонтальных ребер жесткости, α_6 — задней крышки картера, α_7 — втулок кожухов полуосей. Эти толщины α_j , $j = \overline{1, 7}$ показаны на рис. 1.

Пределы изменения варьируемых параметров $4 \leq \alpha_1 \leq 7$; $4 \leq \alpha_2 \leq 13$; $4 \leq \alpha_3 \leq 13$; $4 \leq \alpha_4 \leq 11$; $4 \leq \alpha_5 \leq 11$; $4 \leq \alpha_6 \leq 7$; $4 \leq \alpha_7 \leq 13$.

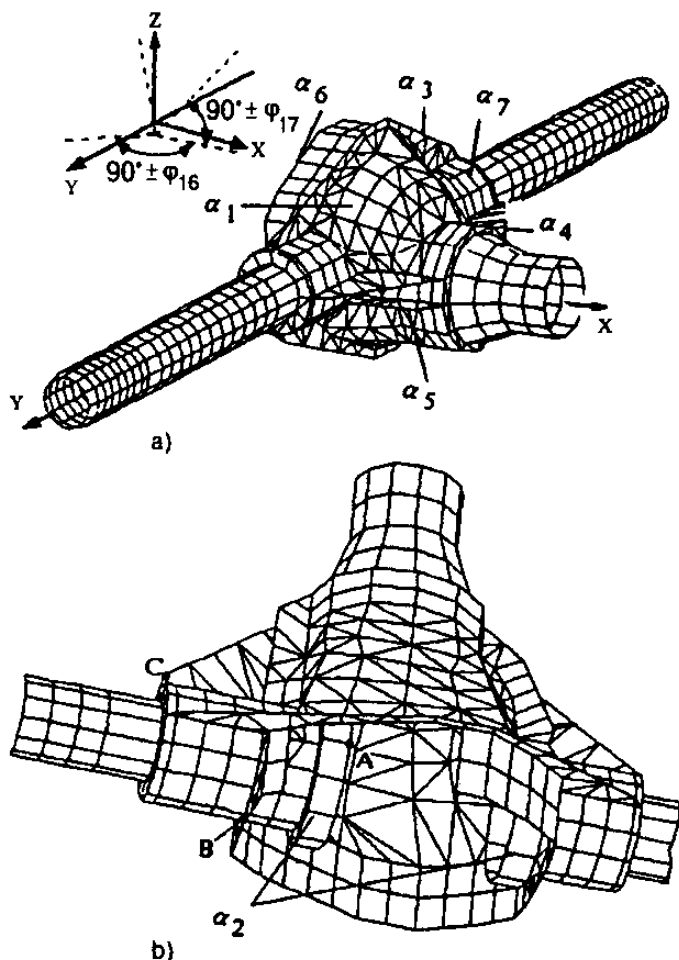


Рис. 1. Конечно-элементная модель картера

В нашем случае функциональные зависимости соответствуют эквивалентным напряжениям в конструкции. Напряжения исследуются в 12 наиболее опасных областях конструкции $f_l(\alpha)$, $l = \overline{1, 12}$. Материал картера ВЧ-40-15. Величина допустимого эквивалентного напряжения, по теории Хубера—Мизеса, принята равной $[\sigma] = 15 \text{ кг/мм}^2$.

Критерии оптимизации: Φ_1 — масса всей конструкции (кг); Φ_2 — максимальные прогибы в конструкции (мм).

Указанные функциональные зависимости $f_l(\alpha)$, $l = \overline{1, 12}$ представлены в виде псевдокритериев Φ_4, \dots, Φ_{15} , [3]; Φ_3 — это наибольшее напряжение среди всех значений Φ_4, \dots, Φ_{15} при фиксированном векторе параметров α^i , $i = \overline{1, N}$, $\Phi_3(\alpha) = \max_{4 \leq \nu \leq 15} \Phi_\nu(\alpha)$; Φ_{16} и Φ_{17} — изменения (в результате деформации картера) углового положения полуосей относительно оси главной передачи, в градусах.

Все критерии нужно минимизировать. Снижение прогибов (критерий Φ_2) конструкции увеличивает ее долговечность. Критерии Φ_{16} и Φ_{17} должны содействовать лучшим условиям работы дифференциала: уменьшению износа зубьев, повышению контактной и изгибной выносливости зубьев. Критерии Φ_2 , Φ_3 , Φ_{16} и Φ_{17} также ответственны за работу подшипниковых узлов. Кроме этого, необходимо минимизировать максимальные эквивалентные напряжения. Таким образом, имеем пять критериев оптимизации — Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 , Φ_{16} и Φ_{17} , остальные — Φ_4, \dots, Φ_{15} — псевдокритерии. Напо-

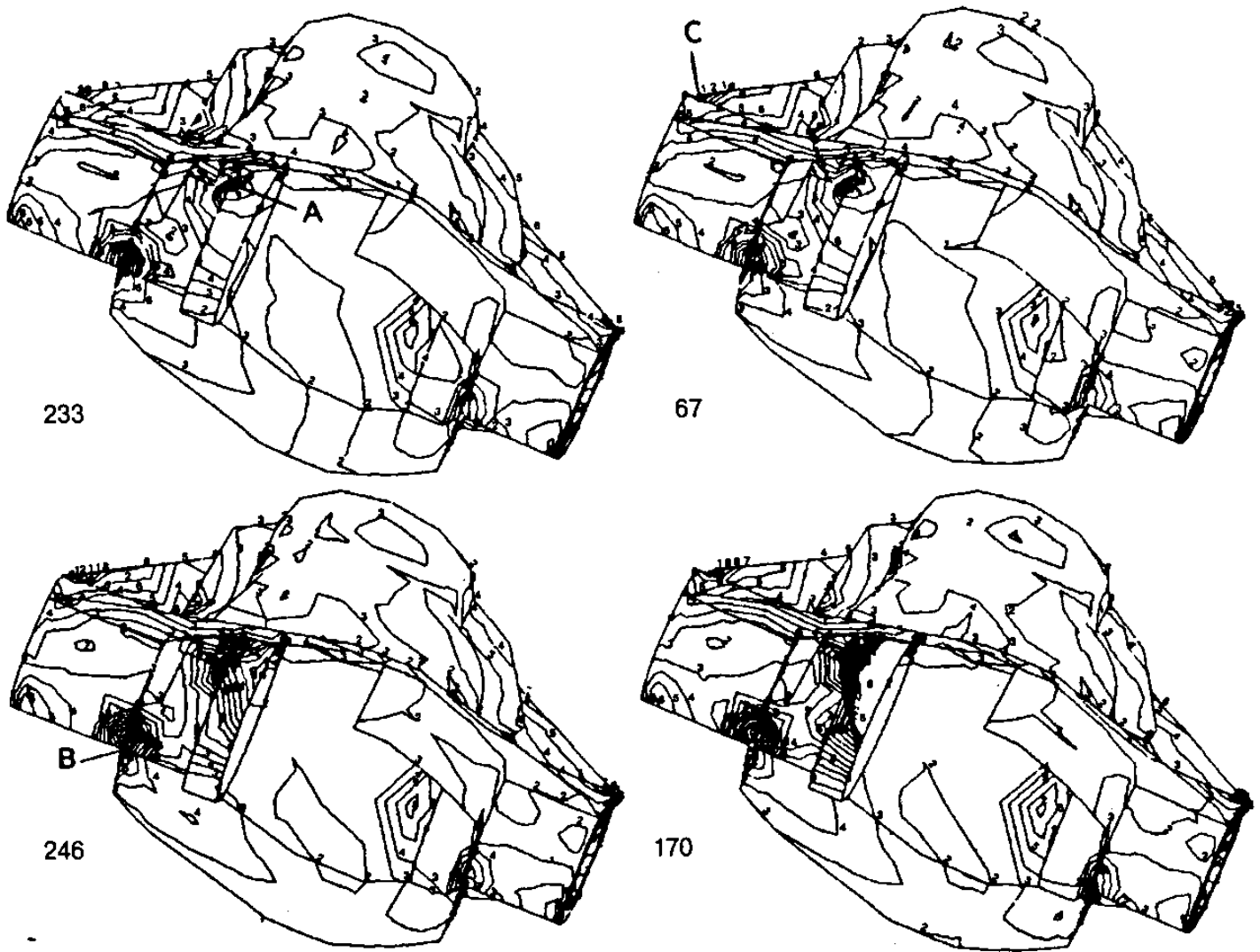


Рис. 2. Изолинии на различных вариантах конструкции

мним, что в PSI методе [3] функциональные зависимости $f_i(\alpha)$ переводятся в псевдокритерии, как правило, в тех случаях, когда функциональные ограничения нежесткие и нужно их определить. В данном случае они известны заранее. Однако перевод $f_i(\alpha)$ в псевдокритерии позволяет решать задачу поиска равнопрочной конструкции, а также указать место действия максимальных напряжений в зависимости от геометрии (толщин) картера. Т. е., например, из двух рассматриваемых вариантов (для всех сопоставляемых точек) при прочих равных условиях предпочтительнее тот вариант, для которого в точках i и j , $i \neq j$ значение $|\Phi_i - \Phi_j|$ меньше $4 \leq i, j \leq 15$. В идеале желательно, чтобы эта величина была близка к нулю. В этой ситуации толщина стенок картера была бы одинаковой. Следовательно, такая конструкция, как правило, более технологична в смысле ее изготовления.

Решение задачи и анализ полученных результатов. После зондирования пространства параметров и определения критериальных ограничений строилось допустимое множество решений.

Допустимое множество составило 22 решения (табл. 1). В ней значения псевдокритериев не приведены. Парето-оптимальных решений* четырнадцать: 21, 43, 62, 67, 79, 110, 113, 158, 174, 181, 229, 233, 246 и 254.

Таблица 1

α^i	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_{16}	Φ_{17}
21	70.31	1.31	13.11(B)	0.022	0.026
23	71.42	1.29	14.57(B)	0.021	0.024
38	70.99	1.26	13.45(A)	0.025	0.029
43	71.41	1.27	14.13(B)	0.018	0.022
62	70.31	1.24	12.28(A)	0.019	0.024
67	70.64	1.26	11.50(C)	0.024	0.027
77	71.21	1.29	14.15(B)	0.022	0.026
79	70.71	1.27	12.68(B)	0.018	0.023
110	70.70	1.23	12.43(A)	0.021	0.026
113	69.38	1.31	14.43(B)	0.023	0.026
121	70.53	1.29	13.28(B)	0.025	0.029
129	70.66	1.30	14.85(A)	0.027	0.029
158	70.37	1.26	13.70(A)	0.019	0.024
174	70.31	1.27	13.41(A)	0.024	0.028
181	70.15	1.27	13.42(B)	0.022	0.025
189	70.78	1.33	14.52(B)	0.026	0.028
206	71.24	1.23	13.68(A)	0.022	0.026
229	70.04	1.27	12.67(B)	0.023	0.027
233	69.85	1.27	11.53(A)	0.023	0.027
242	69.91	1.28	14.42(A)	0.024	0.029
246	68.96	1.32	14.41(B)	0.026	0.028
254	69.63	1.32	13.99(B)	0.029	0.031

Интерес представляют Парето-оптимальные решения 67 и 233, для которых в областях кон-

* В работе приняты две эквивалентные формы записи: 21, 43, 62, ..., 246, 254 или $\alpha^{21}, \alpha^{43}, \alpha^{62}, \dots, \alpha^{246}, \alpha^{254}$.

струкции A , B и C характерны невысокие максимальные напряжения. Если к этому добавить, что вариант 233 имеет одни из лучших значений по критериям массы и прогиба, а также и по другим критериям, то становится очевидным, почему этот вариант признан оптимальным [7]. По сравнению с прототипом масса варианта 233 уменьшена почти на пять кг (см. табл. 1). С целью визуализации действия псевдокритериев в наиболее опасных областях картера приведен рис. 2. На нем показаны изолинии напряжений для вариантов 67, 233, 246 и 170. Из рис. 1 и 2, а также табл. 1 видно, что максимальные эквивалентные напряжения соответствуют областям A , B и C . Во всех других областях конструкция практически не нагружена.

О ЗАДАЧАХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Рассмотрим основные особенности задач векторной или многокритериальной идентификации.

Главная их особенность заключается в следующем. В большинстве традиционных задач идентификации [8, 9] молчаливо предполагается, что объект адекватно описывается математической моделью. В общем случае при исследовании таких сложных объектов, как машины, не приходится говорить о достаточном соответствии математической модели реальному объекту. И это уже не дает основания пользоваться одним показателем адекватности. В задачах векторной идентификации нет необходимости идти по такому пути. В отличие от традиционных методов идентификации, адекватность математической модели оценивается по множеству локальных критериев близости. Такой многокритериальный подход нужен прежде всего для определения степени соответствия математической модели реальному объекту.

Для рассматриваемого класса задач у специалистов нет информации о границах вариации многих идентифицируемых параметров.

В задачах структурной идентификации при исследовании различных математических моделей объекта существенно могут изменяться число и границы варьируемых параметров, число критериев близости. Возникает проблема согласования результатов идентификации для разных структур.

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА ПАРАМЕТРОВ В ЗАДАЧАХ ВЕКТОРНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Обозначим через $\Phi_\nu^p(\alpha)$, $\nu = \overline{1, k}$ характеристики (критерии), определяемые из анализа математической модели, описывающей реальный объект, $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_r)$ — вектор параметров исследуемой модели. Подчеркнем, что $\Phi_\nu^p(\alpha)$ могут быть функционалами от интегральных кривых дифференциальных уравнений или просто функциями от α .

Пусть Φ_ν^s — экспериментальное значение ν -го критерия, измеренное непосредственно на опытном образце. При этом предполагается, что был проведен достаточно точный и полный эксперимент. Полнота эксперимента понимается в том смысле, что определяемые характеристики Φ_ν^s измеряются

во всех основных узлах, в наиболее характерных точках конструкции объекта. Их должно быть достаточно для корректной постановки задачи идентификации.

Имеется математическая модель объекта или иерархия моделей, описывающих его функционирование. Пусть $\Phi = (\|\Phi_1^p - \Phi_1^s\|, \dots, \|\Phi_k^p - \Phi_k^s\|)$, где $\|\cdot\|$ — локальный критерий адекватности. Этот критерий, как уже говорилось, есть функция от невязки $\Phi_\nu^p - \Phi_\nu^s$. Зачастую он выражается, как $(\Phi_\nu^p - \Phi_\nu^s)^2$ или $|\Phi_\nu^p - \Phi_\nu^s|$.

Ставится задача: сопоставляя экспериментальные и расчетные характеристики, определить соответствие модели реальному объекту и установить ее параметры, т. е. найти векторы параметров α^i , такие, что для них выполняются условия:

$$\alpha_j^* \leq \alpha_j \leq \alpha_j^{**}, j = \overline{1, r}; c_l^* \leq f_l(\alpha) \leq c_l^{**}, l = \overline{1, t}; \|\Phi_\nu^p(\alpha^i) - \Phi_\nu^s\| \leq \Phi_\nu^{**}, \nu = \overline{1, k}, \quad (1)$$

где первые называются *параметрическими*, вторые — *функциональными*, а третьи — *критериальными ограничениями*.

Соотношения (1) определяют допустимую область D_α , [1]. Здесь Φ_ν^{**} — критериальные ограничения, которые назначаются в процессе диалога исследователя и ЭВМ на основании таблиц испытаний [2]. Эти ограничения во многом также определяются точностью натурального эксперимента и физическим смыслом критериев Φ_ν .

Постановка и решение задачи основаны на методе исследования пространства параметров. В соответствии с алгоритмом, приведенным в [3], определяются значения Φ_ν^{**} и находятся векторы, удовлетворяющие условиям (1). Эти векторы α^i , принадлежащие допустимой области D_α , назовем *адекватными*.

Восстановление параметров конкретной модели в соответствии с условиями (1) определяет суть векторной параметрической идентификации.

Векторы α_i , принадлежащие множеству адекватных векторов и определенные с помощью некоторого решающего правила как наиболее предпочтительные, назовем *идентифицированными*.

Роль такого правила зачастую выполняет неформальный анализ множества адекватных векторов. Если в результате его выделяется несколько наиболее предпочтительных и эквивалентных друг другу векторов α_i^i , то мы получаем неоднозначное решение задачи идентификации.

Совокупность идентифицированных векторов α_i^i образует область идентификации $D_n = \bigcup_i \alpha_i^i$.

Иногда, если провести дополнительные натурные эксперименты, пересмотреть значения Φ_ν^{**} и т. д., удастся уменьшить область D_n и даже добиться того, чтобы она состояла из одного вектора. Однако так бывает далеко не всегда. Неоднозначное восстановление параметров — плата за неполноту представления реального объекта в виде математической модели, неполноту натурального эксперимента и т. д.

Векторная идентификация — это нередко единственный путь определения качества математической модели сложного объекта по результатам согласования с натурным экспериментом, а следовательно, и единственный путь к оптимизации ее.

Заметим, что алгоритм решения задачи векторной идентификации является достаточно универсальным, так как применим для линейных и нелинейных систем, как с распределенными, так и с сосредоточенными параметрами.

Задача доводки опытного образца

Смысл задачи: установив адекватность математической модели, улучшить опытный образец по критериям качества Φ_1, \dots, Φ_k . Сначала строится область допустимой вариации параметров $D_B = \bigcup_i \Pi_i$, где параллелепипед Π_i определяется условиями: (1) из того, что любой вектор $\beta \in \Pi_i$, следует $\beta \in D_\alpha$; (2) Π_i является максимальным параллелепипедом, удовлетворяющим условию (1). Иными словами, на D_α нет параллелепипеда, содержащего Π_i . Границы параллелепипедов Π_i могут быть конструктивно определены путем анализа таблиц испытаний, построенных по аппроксимации области D_α .

Поясним необходимость определения D_B . На области D_α нужно определить те множества, на которых можно непрерывно варьировать параметрами для решения задачи оптимизации. Использовать же во всем параллелепипеде Π оптимизационный поиск из-за сильных ограничений нецелесообразно, так как в этом случае объем области D_α может быть существенно меньше объема Π . Следовательно, проводя поиск на области D_α , мы увеличиваем долю допустимых векторов параметров по сравнению с соответствующим поиском по всем Π . Естественно, что вероятность получения лучших результатов здесь также становится большей.

После построения D_B допустимая область $D(D \subset D_B)$ строится, согласно [2], с учетом новых критериев качества, по которым оптимизируется объект.

Задача доводки автомобиля

На примере грузового автомобиля ставилась и решалась проблема доводки опытного образца с точки зрения его вибрационных характеристик.

Исследования и расчеты колебаний автомобиля выполнялись на основе анализа его упрощенной схемы. Анализ экспериментальных данных и расчетных колебаний автомобиля показали, что для рассматриваемого типа грузового автомобиля в частотном диапазоне [0.5, 16.0] Гц, можно ограничиться изучением только вертикальных и продольно-угловых колебаний с помощью модели, изображенной на рис. 3. Она представляет собой совокупность сосредоточенных масс, соединенных безынерционными упругими и демпфирующими элементами, и составлена при следующих допущениях: 1) кузов, двигатель, рама, кабина — абсолютно твердые тела; 2) моменты инерции мостов относительно осей вращения колес равны нулю; 3) неуравновешенные силы и гироскопические моменты вращения трансмиссии и двигателя равны нулю; 4) колебания масс автомобиля малы; 5) контакт шин с дорогой точечный; 6) центр масс кузова все

время находится в продольной плоскости симметрии и движется так, что проекция его скорости на горизонтальную плоскость остается постоянной; 7) упругие и демпфирующие элементы имеют линейные характеристики.

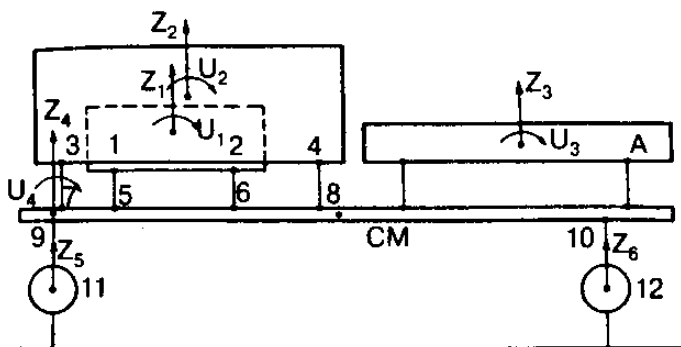


Рис. 3. Определение Φ_j^* : Z_1-Z_6 — линейные перемещения; U_1-U_4 — угловые перемещения; СМ — центр массы рамы; 1-12 — расположение точек, в которых регистрировался дорожный эксперимент

В качестве оценок вибрации конструкции приняты спектральные плотности ускорения во всех точках, связанных между собой соединительными элементами, спектры относительных деформаций и углы поворота тел. Спектры определялись в частотном диапазоне 5 октав, начиная с 0.5 Гц с разрешением 1/12.

Эквивалентные жесткости и коэффициенты демпфирования соединительных элементов (7) и (8) (см. рис. 3) для каждого из трех рассматриваемых типов дорог*, были взяты по результатам динамических стендовых испытаний. На основании этого при расчете колебаний нелинейные свойства рессор учитывались выбором соответствующих эквивалентных жесткостей и коэффициентов демпфирования для различных уровней возбуждения.

Испытания бортового автомобиля** были проведены для определения спектров виброускорений конструкции бортового автомобиля при номинальной нагрузке. В соответствии с техническим заданием виброускорения замерялись в двенадцати точках (см. рис. 3).

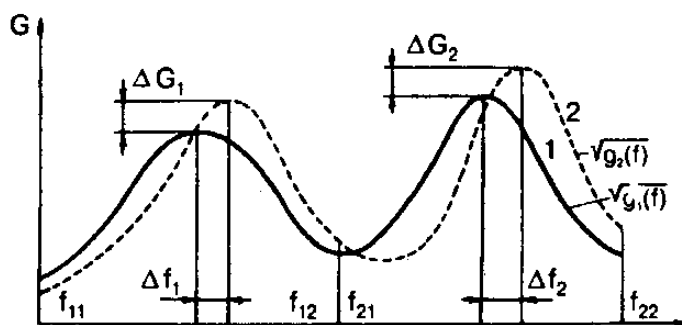


Рис. 4. Графики СПК: 1 — график СПК, полученный по результатам расчета математической модели; 2 — график СПК, полученный по результатам дорожных испытаний; f_{1j}, f_{2j} — границы частотного диапазона

В качестве идентифицируемых параметров приняты: 1) жесткости соединительных элементов C_1-C_6 и C_9-C_{10} ; 2) коэффициенты демпфирования

* Рассматривались следующие типы дорог: динамическая, булыжник ровного замощения и профилированный булыжник.

** Испытания автомобиля проводились на автополигоне НАМИ в Дмитрове и на вибрационных стендах АО ЗИЛ

ния соединительных элементов K_1-K_6 и K_9-K_{10} . Определить эти параметры в результате стендовых и дорожных экспериментов не представлялось возможным.

Границы их вибрации образуют 16-мерный параллелепипед Π^1 . На рис. 4 показаны кривые СПК ускорений: 1 — кривая, полученная на основании расчета математической модели; 2 — кривая, полученная по результатам дорожных испытаний. (СПК означает корень квадратный из значения спектральной плотности, $G = \sqrt{g(f)}$).

Для оценки близости расчетной и экспериментальной кривых необходимо ввести критерии адекватности. Совпадение кривых оценивается тремя группами критериев: 1) рассогласованием по частотам, на которых наблюдается локальный максимум СПК $\Phi_i^1 = |\Delta f_{i \max}|$; 2) разностью значений, соответствующих локальному максимуму СПК, $\Phi_i^2 = |\Delta G_{i \max}|$, $i = \overline{1, n}$, где n — количество локальных максимумов на графике СПК; 3) разностью СКЗ (среднеквадратических значений) ускорений в заданном диапазоне

$$\Phi_i^3 = \left| \left(\int_{f_{1j}}^{f_{2j}} g_1(f) df \right)^{1/2} - \left(\int_{f_{1j}}^{f_{2j}} g_2(f) df \right)^{1/2} \right|;$$

j равно 1 или 2 в зависимости от рассматриваемой точки автомобиля: $f_{11}=0.5$ Гц, $f_{12} = f_{21}=6$ Гц, $f_{22}=16$ Гц.

Как будет показано ниже, число этих критериев составило 65. Поэтому было принято решение не учитывать на данном этапе критерии, отражающие величины спектров относительных деформаций и углов поворота элементов конструкции. Они учитывались после построения допустимого множества по перечисленным выше трем группам критериев.

Расчет математической модели производился при 60-ти значениях частоты f_i в диапазоне [0.5; 16] Гц.

Обозначим частоты, в которых экспериментальная кривая СПК ускорений достигает локального максимума, через $f_{i \max}^{\text{exp}}$, а сами эти максимумы — $G_{i \max}^{\text{exp}}$, причем в зависимости от номера точки автомобиля n изменялось от 1 до 3.

Для всех 12 точек потребовалось 65 критериев близости: первая группа состоит из 22 критериев, которые определяют значения частот (Гц); вторая группа — следующие 22 критерия — это

СПК $\left(\frac{m}{c^2 \sqrt{\Gamma_{\text{ц}}}} \right)$ и СКЗ (m/c^2). Выбирался интервал $[f_{i \max}^{\text{exp}} \mp 0.1 f_{i \max}^{\text{exp}}]$ Гц. Затем определялись локальные максимумы $G_{i \max}$ и соответствующие им величины $f_{i \max}$, попавшие в данный интервал, и рассчитывались критерии $\Phi_i^1 = |f_{i \max}^{\text{exp}} - f_{i \max}|$, $i = \overline{1, n}$; $\Phi_i^2 = |G_{i \max}^{\text{exp}} - G_{i \max}|$, $i = n+1, 2n$, n — равно 1, 2 или 3 в зависимости от исследуемой точки автомобиля.

Набор параметров и соответствующий ему вектор критериев некоторого реального объекта (машины, конструкции) будем называть *прототипом*. В процессе исследований предстояло выяснить, насколько удачен прототип, можно ли его улучшить,

если не по всем, то хотя бы по основным показателям, а также определить, существуют ли альтернативные решения, представляющие интерес для специалистов.

Исходные значения границ α_i^* и α_i^{**} корректировались с помощью PSI метода. В результате был получен параллелепипед Π^2 , установлены ограничения на критерии, получены одиннадцать векторов, для которых эти ограничения выполняются.

Эти исследования были проведены с учетом испытаний на различных дорогах автополигона. В результате было построено допустимое множество D_{α} , являющееся пересечением допустимых множеств, соответствующих каждой из трех дорог.

В данное множество попали три вектора. По этим допустимым векторам был построен параллелепипед Π , в котором решалась задача оптимизации.

Остановимся на выборе критериев и варьируемых параметров. В качестве последних приняты величины жесткостей и коэффициентов демпфирования рессор. Они образовали 20-мерный параллелепипед Π . Границы варьируемых параметров выбирался специалистами, исходя из множества D_{α} , построенного по итогам решения задачи идентификации, а также реальных возможностей технологии производства.

Принятые критерии можно условно разделить на группы: (1) комфорта, (2) долговечности, (3) сохранности груза, (4) безопасности.

В качестве критерия комфорта Φ_1 принята (в соответствии с ISO 2631) величина взвешенного по частотам СКЗ ускорения, определенная в точке 4 кабины (см. рис. 3). Эта точка расположена ближе всего к сиденью водителя. Поскольку сиденье на данном автомобиле неподрессорено, ускорения на его подушке и на полу кабины в заданном частотном диапазоне [0.5; 16.0] Гц близки. Все это дает основание принять в качестве критерия Φ_1 ускорение на полу кабины.

Ко второй группе критериев — это $\Phi_2 - \Phi_9$ и $\Phi_{11} - \Phi_{18}$ — отнесены величины СКЗ деформаций.

В качестве критерия сохранности груза Φ_{10} использовалась утроенная величина СКЗ ускорения в точке А кузова во всем диапазоне частот (см. рис. 3). Величина указанного критерия не должна превышать величину $g = 9.8 m/c^2$, так как в случае нарушения этого условия может произойти отрыв груза.

Последнюю группу составили критерии безопасности Φ_{19} и Φ_{20} . Они характеризуют вероятность отрыва колеса от дороги

$$\Phi_i = \frac{3 \cdot \text{СКЗ} d_j}{R_{\text{ш}j}} \cdot C_{\text{ш}j}, \quad i = 19, 20, \quad j = 11, 12,$$

где $\text{СКЗ} d_j$ — величина СКЗ деформации для точек 11 и 12, м; $R_{\text{ш}j}$ — статическая нагрузка в зоне контакта колес с дорогой, Н; $C_{\text{ш}j}$ — жесткость шины, Н/м. Каждый из этих критериев вычислялся для передних и задних колес автомобиля.

Если величина критерия равна единице, может произойти отрыв колес от дороги. Для этого критерия введено ограничение — он должен быть меньше единицы. В табл. 2 приведены также значения критериев качества для прототипа.

Номер критерия	Диапазон	Размерность	Номер точки на автомобиле	Значение критерия качества прототипа	Значение критерия качества оптимального варианта	Критерий качества
1	<i>W</i>	м/с ²	4	2.149	1.55	Комфорт
2	<i>L</i>	м	1	$1.09 \cdot 10^{-3}$	$9.84 \cdot 10^{-4}$	Долговечность
3	<i>H</i>	м	1	$3.8 \cdot 10^{-4}$	$2.8 \cdot 10^{-4}$	»
4	<i>L</i>	м	2	$1.75 \cdot 10^{-4}$	$1.50 \cdot 10^{-4}$	»
5	<i>H</i>	м	2	$6.01 \cdot 10^{-4}$	$4.8 \cdot 10^{-4}$	»
6	<i>L</i>	м	3	$7.85 \cdot 10^{-4}$	$7.38 \cdot 10^{-4}$	»
7	<i>H</i>	м	3	$6.94 \cdot 10^{-4}$	$6.71 \cdot 10^{-4}$	»
8	<i>L</i>	м	4	$5.52 \cdot 10^{-4}$	$4.42 \cdot 10^{-4}$	»
9	<i>H</i>	м	4	$5.33 \cdot 10^{-4}$	$3.57 \cdot 10^{-4}$	»
10	<i>W</i>	м/с ²	A	10.66	8.3	Сохранность груза
11	<i>L</i>	м	9	$1.03 \cdot 10^{-2}$	$1.037 \cdot 10^{-2}$	Долговечность
12	<i>H</i>	м	9	$7.78 \cdot 10^{-4}$	$6.012 \cdot 10^{-4}$	»
13	<i>L</i>	м	10	$1.02 \cdot 10^{-2}$	$9.065 \cdot 10^{-3}$	»
14	<i>H</i>	м	10	$5.62 \cdot 10^{-4}$	$4.11 \cdot 10^{-4}$	»
15	<i>L</i>	м	11	$2.75 \cdot 10^{-3}$	$2.879 \cdot 10^{-3}$	»
16	<i>H</i>	м	11	$3.46 \cdot 10^{-3}$	$3.36 \cdot 10^{-3}$	»
17	<i>L</i>	м	12	$3.72 \cdot 10^{-3}$	$3.528 \cdot 10^{-3}$	»
18	<i>H</i>	м	12	$2.58 \cdot 10^{-3}$	$2.53 \cdot 10^{-3}$	»
19	<i>W</i>	—	11	$6.26 \cdot 10^{-1}$	$5.12 \cdot 10^{-1}$	Безопасность
20	<i>W</i>	—	12	$6.59 \cdot 10^{-1}$	$5.296 \cdot 10^{-1}$	»

Весь рассматриваемый диапазон частот [0.5; 16.0] Гц, обозначенный в таблице буквой *W*, был разбит на два интервала. Первый из них, от 0.5 до 6.0 Гц, обозначен буквой *L*, второй от 6.0 до 16.0 Гц — буквой *H*. Критерии качества рассчитывались либо отдельно для этих интервалов, либо во всем рассматриваемом диапазоне.

Номера точек конструкции (см. рис. 3), в которых определялись значения критериев качества, указаны в четвертом столбце таблицы. Специалисты определили, что по критерию комфорта, а также по критериям долговечности, прототип нуждается в существенном улучшении. Это и было целью оптимизации.

В параллелепипеде Π было проведено $N = 4096$ испытаний. В допустимое множество D попал 21 вариант. Из них 20 вариантов являлись парето-оптимальными.

Анализируя полученное множество D , специалисты выбрали как наиболее предпочтительное решение вариант α^{1820} . Оптимальный вариант превосходит прототип по восемнадцати критериям. В это число попали наиболее значимые критерии (табл. 2).

Таким образом, на основании решения задачи векторной идентификации определены величины параметров жесткости и демпфирования, обеспечивающие адекватность исследуемой модели автомобиля, а также найдены допустимые границы вариации этих параметров для последующего решения задачи оптимизации. Найдено множество допустимых вариантов, представляющих интерес для специалистов. Некоторые из них по основным критериям качества лучше прототипа. Даны рекомендации по изменению параметров подвески автомобиля, улучшающие основные критерии качества — комфорта, безопасности, долговечности и сохранности груза. Так, для улучше-

ния конструкции было рекомендовано уменьшить жесткости обеих опор двигателя, передней опоры кабины и шин. Жесткости подвески, а также задней опоры кабины следует несколько увеличить. Величины коэффициентов демпфирования необходимо изменить так, как это указано в табл. 2 для оптимального варианта α^{1820} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Statnikov R., Matusov J. Multicriteria Optimization and Engineering.— N. Y.: Chapman and Hall, 1995.— 236 p.
2. Статников Р. Б., Матусов И. Б. Поиск оптимальных решений с помощью конечно-элементных программ общего назначения // Доклады РАН.— 1994.— Т. 336, № 4.— С. 481–484.
3. Соболев И. М., Статников Р. Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями.— М.: Наука, 1981.
4. Статников Р. Б., Матусов И. Б. Многокритериальное проектирование машин.— М.: Знание, 1989.
5. Statnikov R., Matusov J. The Use of P_r-Nets for the Approximation of the Edgeworth-Pareto Set in Multicriteria Optimization // J. of Optimization Theory and Applications.— 1996.— Vol. 96, No. 3.— P. 543–560.
6. Павлов Ю. С., Пожалостин А. А., Статников Р. Б., Фролова О. А. Многокритериальное моделирование и анализ // Проблемы машиностроения и надежности машин.— 1996.— № 1.— С. 105–113.
7. Ларичев О. И. Объективные модели и субъективные решения.— М.: Наука, 1987.
8. Ljung L. System Identification: Theory for the User.— Prentice-Hall, 1987.
9. Редько С. Ф., Ушкалов В. Ф., Яковлев В. П. Идентификация механических систем.— Киев: Наукова думка, 1985.

Материал поступил в редакцию 29.12.98.