

В. В. Дудихин

## ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПИСАНИЯ СОЦИАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ФРАКТАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

*Приводится оригинальная модель процессов кластеризации в сложных организационных (социальных) системах и результаты численного эксперимента, проведенного с ее использованием. Показано, что исследуемые процессы можно описать методами синергетики и фрактальными моделями.*

И вот, что начертано: МЕНЕ, МЕНЕ, ТЕКЕЛ, УПАРСИН.  
*Ветхий Завет, Даниил, гл. 5, стих 25*

Изучение процессов самоорганизации социальных систем, особенно в кризисные моменты их развития, несомненно представляет научный и практический интерес. Предложим подход к решению этой задачи на примере описания некоторых процессов, происходящих в политической системе при переходе от тоталитарной формы правления к демократической модели.

Исходным пунктом эволюции общественной системы будем считать ее квазиоднородное состояние, когда различные ее части обладают приблизительно одинаковыми качественными и количественными характеристиками: например, собственностью, политическими взглядами, наличными деньгами, пристрастием к единой и/или единственной политической партии, возможностями почечковой приватизации и т. п.

Введем ряд понятий:

система — это множество элементов  $\{A_i\}$ ,  $i=1, n$ , обладающее внутренней структурой;

элемент системы (кластер)  $A_i$  — это совокупность индивидуумов, обладающих близкими, стабильными и предсказуемыми свойствами;

характерный параметр  $S_i$   $i$ -го элемента системы — некоторый численный интегральный критерий, описывающий свойство элемента в социальной системе. Им может быть та характеристика, которая наиболее существенна в рассматриваемом контексте. Например, размер фракции в парламенте, количество голосов, собранное политической партией на выборах, число сторонников чечковой приватизации и т. п.

Введем понятие внутреннего напряжения в системе, состоящей из  $n$  элементов:

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |S_i - S_j|,$$

которое определяется как сумма модулей разностей характерных параметров всех элементов системы при сравнении каждого с каждым. Интуитивно очевидно, что в социалистическом обществе  $V \rightarrow 0$ , и общество внешне стабильно, так как отсутствует явно выраженное неравенство между большинством его элементов и порождаемая этим обстоятельством социальная напряженность.

Несомненно, величины  $S_i$  имеют векторную природу, так как каждый элемент сложной организационной системы должен описываться целой совокупностью параметров. Однако в данной работе из соображений простоты рассмотрение ограничивается одним, наиболее характерным параметром.

При переходе к системе свободного рынка неизбежно сказываются различные факторы — как объективные, (например, личностные различия), так и субъективные, носящие случайный характер. Запускаются процессы расслоения в обществе — имущественного, партийного,

социального, образовательного и т. п. Движущей их силой в большинстве случаев служат скрытые (или психологически скрывающиеся) мотивы личности, подавляемые в условиях социализма.

Предложим формальную модель расслоения общества (экономического, партийного, образовательного и т. п.) как системы, в основе которой лежат следующие принципы:

1. Элемент системы  $A_i^T$  в процессе ее эволюции неизбежно разделяется на два новых элемента  $A_{i+1}^T$  и  $A_{i+1}^{T+1}$ . Между характерными параметрами  $S_i$  и  $S_{i+1}$  вновь образовавшихся элементов можно определить отношение, которое обозначим  $r = S_i / (S_i + S_{i+1})$ .

2. Элемент системы может существовать как идентифицируемая единица, если его характерный параметр не будет меньше некоторого предельного значения  $\epsilon$ , определяемого как уровень выживаемости.

3. Образование всех новых элементов в данный момент происходит в системе с одинаковым  $r$ .

4. Система в процессе самоорганизации стремится перейти к состояниям с наименьшим внутренним напряжением.

В таком случае эволюцию системы (общества) можно представить в виде древовидной схемы. Процесс кластеризации (расслоения общества на отдельные группы и страты) в данной модели продолжается до тех пор, пока характерный размер вновь образовавшегося элемента не становится меньше параметра выживаемости в данных условиях (для конкретного политического или экономического образования это обстоятельство отмечается на древовидной схеме как тупиковая ветка). Примером такого представления может служить описанная ранее, в [1], схема расстановки реальных политических сил на момент выборов 12 декабря 1993 г. в Государственную Думу при голосовании по партийным спискам (рис. 1). На рисунке приведен древовидный граф, построенный согласно результатам выборов 12 декабря 1993 г. Номерами на вершинах графа отмечены политические партии, принимавшие участие в выборах, согласно следующей кодировке:

- 1 — Либерально-демократическая партия;
- 2 — Блок Явлинский—Болдырев—Лукин;
- 3 — Блок «Выбор России»;
- 4 — Коммунистическая партия;
- 5 — Аграрная партия;
- 6 — Блок «Женщины России»;
- 7 — Демократическая партия России;
- 8 — Гражданский союз;
- 9 — Российское движение демократических реформ;
- 10 — Партия Российского единства и согласия;
- 11 — КЕДР;
- 12 — Блок «Новые имена»;
- 13 — Блок «Достоинство и милосердие».

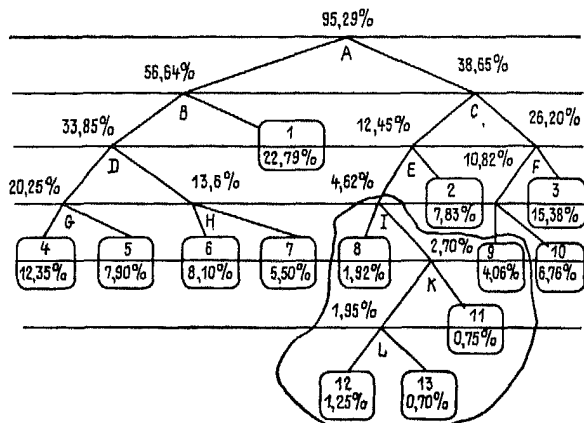


Рис. 1. Расстановка политических сил в результате выборов в Государственную Думу по партийным спискам 12 декабря 1993 г.

Цифра, указанная на вершине графа, равна полученному количеству голосов избирателей (в %).

Узлы, обозначенные буквами А—L, указывают на основные точки размежевания политических сил. К каждому узлу подходят две входные и одна выходная дуга. Дуги опираются как на узлы, так и на вершины. Вес узла равен сумме весов дуг, в него входящих, а вес дуги равен весу вершины, на который дуга опирается. Можно отметить, что в узле А происходит размежевание всех «реформаторско-либеральных» сил различных направлений и «традиционалистско-консервативно-державных» или прокоммунистических течений; в узле В от основной массы «консерваторов» отходит Либерально-демократическая партия Жириновского; в узле С разделяются проправительственные партии и центристская оппозиция; в узле D из общей массы оппозиции выделяется собственно прокоммунистическая; узел E — точка отделения блока Явлинский—Болдырев—Лукин от основной массы центристов-реформаторов; узел F — выделение блока «Выбор России» из проправительственных фракций; в узлах G, H, I, J, K и L происходит дальнейшее дробление политических сил соответственно

занимаемым ими позициям. Пунктирной линией на рисунке обведены вершины, соответствующие партиям и блокам, не сумевшим одолеть 5% барьер (уровень выживаемости) и исчезнувшим с политического горизонта. Данная схема адекватно описывала схему предпочтения в умах избирателей на момент 12 декабря 1993 г. подобно их настроениям, что показано на схеме с помощью узлов, и объединения позиций избирателей вокруг некоторых центров, представляемых политическими партиями и движениями (вершины схемы).

Исследуем в рамках предлагаемой модели функциональную зависимость внутреннего напряжения при образовании новых элементов системы от изменения коэффициента деления  $r$  в диапазоне от 0.5 до 1. Для этого была разработана имитационная компьютерная модель, удовлетворяющая введенным ранее принципам и позволяющая находить величину внутреннего напряжения  $V$  при различных коэффициентах деления и уровнях выживаемости. Характерные параметры вновь образующихся элементов при этом равны

$$S_i^{\tau+1} = r S_i^{\tau}; \quad S_{i+1}^{\tau+1} = (1-r) S_i^{\tau}.$$

На рис. 2 приведены примеры графиков зависимостей напряжения в системе  $V = f(r, e)$  при  $e = 2.5\%$ ,  $3.5\%$ ,  $6\%$ , и  $15\%$ . При построении графиков считалось, что процесс кластеризации проходит во всех элементах вплоть до приближения к порогу выживаемости.

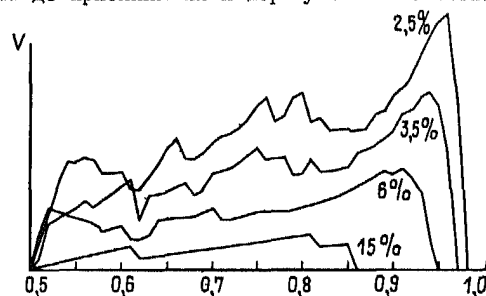


Рис. 2. График зависимости напряжения  $V$  в системе от величины коэффициента деления  $r$  при значениях предельного характерного параметра (уровня выживаемости) 2.5%, 3.5%, 6% и 15%

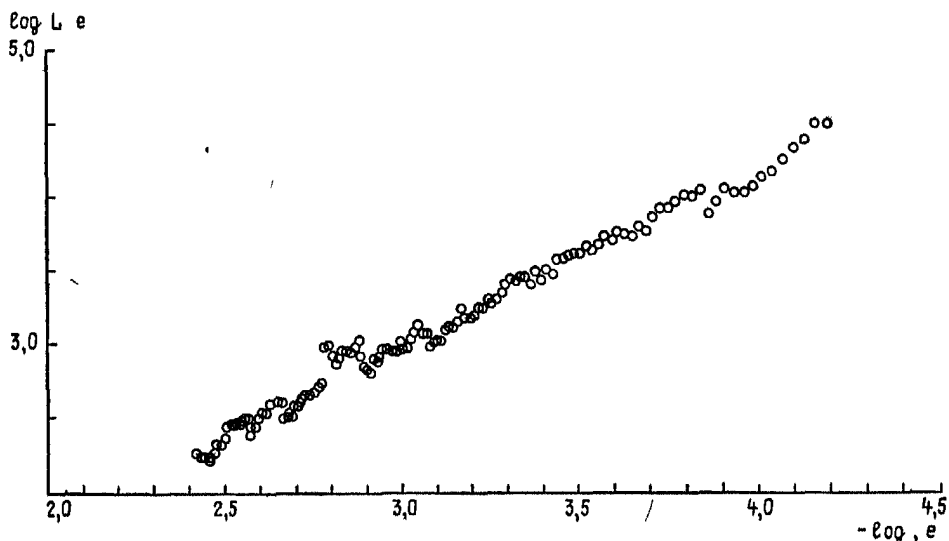


Рис. 3. График зависимости длины кривой  $L(e)$  от уровня выживаемости  $e$  элемента системы

Можно отметить, что полученные графики имеют вид ломанных кривых, с многочисленными точками экстремумов, непредсказуемо изменяющихся даже при достаточно малых вариациях параметра  $e$ . С помощью имитационной модели была получена зависимость длины кривых напряжения  $L$  (показанных на рис 2) от уровня выживаемости  $e$ . Данный график, построенный в логарифмических осях, при диапазоне изменения  $e$  0.15%—10% приведен на рис. 3.

Покажем наличие фрактальной зависимости между  $L(e)$  и  $e$ , которая является атрибутом процессов самоорганизации детерминированного хаоса [2]. Так как в настоящее время строгого определения фракталов не существует, мы будем считать фракталами структуры, состоящие из частей, в каком то смысле подобные целому [3]. Понятие фракталов допускает геометрическое истолкование: это кривые, поверхности, объемы, обладающие дробной размерностью. Для нашего случая можно записать выражение вида

$$L(e) = ae^{1-D} = 0.583e^{-1,2}, \quad (1)$$

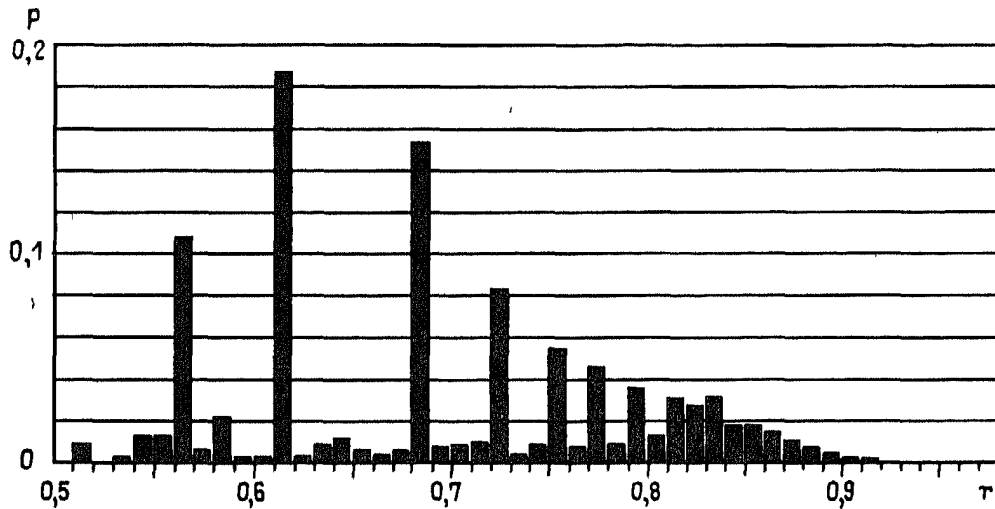


Рис. 4. Гистограмма распределения частоты появления минимумов напряжения при различных  $r$

где  $D=2.2$ —размерность, имеющая в случае фрактальной зависимости дробное значение. Заметим также, что для кривых размерность  $D$  равна 1, для плоских фигур—2, а трехмерных тел—3. В этом смысле полученная нами (рис. 3) зависимость соответствует фигуре, занимающей промежуточное положение между плоской и объемной.

Рассматривая большую совокупность графиков напряжения, при изменении значения параметра  $e$  в пределах от 0.25% до 15%, легко заметить, что большинство минимумов напряжения локализуется в строго определенных точках. Следовательно, логично предположить, что в системе должен присутствовать набор неких оптимальных пропорций, обеспечивающих минимумы напряжения, а следовательно, наиболее устойчивые состояния.

Согласно расчетам, в которых фиксировались все минимумы при изменении с определенным шагом коэффициента деления и предельного уровня выживаемости, была построена гистограмма распределения частоты возможного появления минимумов при различных значениях коэффициента  $r$  (рис. 4)

Из гистограммы видно, что диапазоны  $r$ , соответствующие наиболее часто проявляющимся минимумам напряжения системы, составляют 0.56—0.57, 0.61—0.62, 0.68—0.69, 0.72—0.73 и т. п. Из них самым вероятным диапазоном, необходимым для достижения устойчивого состояния, является диапазон, содержащий «золотое сечение»  $\Phi=0.618034\dots$ , вероятность образования этой пропорции при прохождении процессов самоорганизации, согласно графику, составляет  $\sim 0.188$ . Можно отметить, что «золотому сечению», как правило, соответствует абсолютный минимум напряжения  $V$  на большинстве рассмотренных графиков.

Теоретическое обоснование полученных результатов можно получить, рассмотрев динамику процессов при образовании новых узлов, для которых справедливо  $S_i^{\tau} = S_i^{\tau+1} + S_{i+1}^{\tau+1}$ , откуда, введя обозначения  $S_i' = S_i^{\tau+1}/S_i^{\tau}$ ,  $S_{i+1}' = S_{i+1}^{\tau+1}/S_i^{\tau}$ , получаем

$$\frac{S_i^{\tau+1}}{S_i^{\tau}} + \frac{S_{i+1}^{\tau+1}}{S_i^{\tau}} = 1$$

или, в относительных единицах,  $S_i' + S_{i+1}' = 1$  (1) [4] Это соответствует распределению характерного параметра между элементами при порождении их новой пары. Гармоничное развитие системы означает пропорциональное (с неким коэффициентом  $K$ ) изменение ее частей, что в относительных величинах можно записать как

$$\frac{dS_i'}{S_i'} = K \frac{dS_{i+1}'}{S_{i+1}'}, \quad (2)$$

где  $K$ — коэффициент пропорциональности, откуда

$$\ln(S_i') = K \ln(S_{i+1}'). \quad (3)$$

Из (1) и (3) имеем следующее уравнение

$$S_{i+1}' + S_{i+1}' - 1 = 0. \quad (4)$$

Корни данного уравнения, при значениях параметра  $k=1, 5, 2, 3, 4$ , и т. д. равны 0,5694, 0,618, 0,6823, 0,7245 и т. д. Они соответствуют интервалам максимумов гистограммы на рис. 4. Корни уравнения (4) являются, видимо, пропорциями, предпочтительными с точки зрения устойчивости в сложных самоорганизующихся системах.

Теоретические результаты, полученные при анализе модели, хорошо согласуются с экспериментальными данными о результатах выборов и референдумов и некоторыми моделями математической психологии. Весьма вероятно, что «золотое сечение», равное 0,618..., является для самоорганизации хаоса в социальных системах некой инвариантой. Так, в работах В. Лефевра [5] на основании изучения обширной статистики показано, что наиболее вероятными результатами при референдумах будет исход 62%. В некоторых работах [6] приводятся данные о том, что средневзвешенная характеристика голосований на съездах народных депутатов РФ равна 0,62. Анализ результатов выборов 12 декабря 1993 г. в Государственную Думу по партийным спискам также выявил некоторые предпочтительные пропорции при самоорганизации общества [1], хорошо согласующиеся с результатами рассматриваемой теоретической модели. Например, отношение допущенных к выборам партий и движений к их общему числу было равно:

$$K1 = 21/35 = 0.6.$$

Из тех, кто сумел представить подписные листы, удовлетворили требованиям положения о выборах лишь тринадцать блоков и объединений. Остальные восемь нарушили либо порядок оформления подписных листов, либо учет подписей, так что коэффициент  $K2$  составляет:

$$K2 = 13/21 = 0.619.$$

Заметим также, что отношение количества допущенных к выборам партий и блоков к общему числу изъявивших желание участвовать в них удовлетворяет равенству:

$$K3 = 1 - 13/35 = 0.629.$$

На данном этапе не происходило целенаправленного отсева участников предвыборного соперничества. Потери понесли как близкие к правительству и президенту, так и оппозиционно настроенные силы. Это подчеркивает хаотичность и спонтанность происшедших процессов.

Известно, что количество партий, преодолевших 5% рубеж на выборах 12 декабря 1993 г., было равно восьми. Продолжив наши вычисления и найдя отношение преуспевших партий к числу принимавших участие в выборах, получим

$$K4 = 8/13 = 0.615.$$

Если рассмотреть пропорции, стихийно сложившиеся между весами дуг во всех 12 узлах схемы на рис. 1, то можно выделить следующие отношения:  $W$  — между весом узла и большей из входящей в него дуги,  $V$  — отношение веса меньшей дуги к большей,  $Q = (W + V)/2$ :

Узел	W	V	Q
A	0.5944	0.6824	0.6384
B	0.5976	0.6739	0.6354
C	0.6779	0.4752	0.5766
D	0.6160	0.6716	0.6438
E	0.5870	0.7030	0.6459
F	0.6289	0.5900	0.6095
G	0.6099	0.6397	0.6248
H	0.5956	0.6790	0.6373
I	0.6248	0.6006	0.6120
J	0.5844	0.7111	0.6478
K	0.7222	0.3846	0.5534
L	0.6410	0.5600	0.6005
Средние значения:	0.6233	0.6149	0.6188

Как видно из таблицы, средние значения, а в ряде случаев и показатели  $W$ ,  $V$  и  $Q$  для отдельных узлов соответствуют «золотому сечению» с большой точностью. Заметим, что найденные ранее значения  $K1$  соответствует ему с погрешностью 2,9%,  $K2$  — с погрешностью 0,2%,  $K3$  — с погрешностью 1,7%,  $K4$  — с погрешностью 0,4%, а средние значения  $V$  и  $W$  — с погрешностью 0,64% и 0,86% соответственно.

## ВЫВОДЫ

Предлагаемая модель дает возможность описать некоторые процессы кластеризации (например, результаты выборов в Государственную Думу), происходящие в обществе. Полученные с ее помощью результаты достаточно хорошо совпадают с экспериментальными данными и отчасти объясняют их.

Вероятно, данная модель может дать удовлетворительное описание лишь в случае переходных, хаотических, нестационарных процессов, когда отсутствует явно выраженная тенденция развития системы.

Исследование предлагаемой модели позволило обнаружить присутствие фрактальных зависимостей, являющихся атрибутами самоорганизующихся систем, изучаемых в рамках синергетики. Применение математического аппарата синергетики может быть весьма продуктивно в будущем для познания и описания процессов в социальных системах.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дудихин В. В. Об использовании информационных методов при изучении социальных систем // НТИ. Сер. 1. — 1994. — № 6. — С. 22—26.
2. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного — М.: Мир, 1990.
3. Jens Feder, Fractals, Plenum press.
4. Сороко Э. М. Самоорганизация в природе и обществе: Тез. докл. и сообщ. — Л.: Наука, 1988.
5. Лефевр Владимир А. Формула человека, контуры фундаментальной психологии. — М.: Прогресс, 1991.
6. Дудихин В. В., Беляев И. П. Оценка и прогнозирование результатов коллективного принятия решений с применением теории рефлексии // Рефлексивные процессы. — М., 1994.

Материал поступил в редакцию 15.02.95.